



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
FACULTAD DE TECNOLOGIA DE LA INDUSTRIA  
INGENIERIA INDUSTRIAL**

Estudio Comparativo de Métodos de Solución al Problema del  
Agente Viajero para el Diseño de Rutas de Distribución en Empresa  
COMIX.

**AUTORES**

Br. Carlos Ernesto Santamaría Rivas  
Br. Maciel Lourdes Cáceres Orozco  
Br. Francisco Antonio Reyes Cerros

**TUTOR**

Msc. Freddy Fernando Boza

**Managua, 11 de Agosto de 2015**



## DEDICATORIA

Carlos Ernesto Santamaría Rivas

*En principio a mi mamá y también a mi padre, hermana y abuela que me apoyaron para dedicar tiempo a este estudio.*

Maciel Lourdes Cáceres Orozco

*Dedico este logro primeramente a Dios quien me ha dado la vida, paciencia y fortaleza necesaria para llegar a este día.*

*A mis Amigos y equipo de monografía por su determinación y entrega que permitieron que juntos cumpliéramos esta meta.*

*A mis padres por su apoyo incondicional. A mis familiares que participaron en mi educación y que gracias a sus enseñanzas hicieron de mí la persona que soy.*

*Por ultimo pero no menos importante a MI, por mi perseverancia, mi esfuerzo y entrega para llegar hasta este día.*

Francisco Antonio Reyes Cerros

*Dedico este trabajo principalmente a Dios, por haberme dado la vida, brindarme la sabiduría para lograr la culminación de este trabajo monográfico y permitirme llegar a este momento tan importante de mi formación profesional.*

*A mis padres, en especial a mi madre por ser el pilar más importante demostrando siempre su cariño y apoyo incondicional durante toda mi trayectoria estudiantil y de vida.*

## RESUMEN

Al problema de cómo realizar el ruteo de vehículos, no se le ha dado la importancia que merece a pesar de que es una de las dificultades más importantes de la logística. El tema que se aborda en el actual estudio consiste en la distribución de productos aplicando diferentes soluciones a un problema de investigación de operaciones muy popular y estudiado por mucho tiempo, conocido como el Problema del Agente Viajero o TSP (Travelling Salesman Problem) por sus siglas en inglés. Es el modelo matemático que se considera apropiado aplicar para cumplir los objetivos propuestos del estudio.

La situación actual en donde ocurre el problema es una empresa dedicada a la comercialización de productos de consumo masivo que cuenta con una gran cantidad de puntos de distribución. La estructura del estudio se encuentra compuesta en primer lugar de la obtención de datos en la empresa donde se desarrolla el problema, para luego proceder al análisis de ellos con la aplicación de dos modelos heurísticos y un modelo metaheurístico de solución al Problema del Agente Viajero para ampliar las posibilidades de resolución del problema. No obstante, a causa de la complejidad de obtener las soluciones se hace uso de las herramientas computacionales en cada una de las metodologías. Una vez concluidas todas las propuestas se procede al estudio comparativo entre los métodos de solución utilizando como parámetro las distancias recorridas por los vehículos distribuidores de la empresa, para finalmente realizar el contraste de los resultados de la mejor técnica aplicada con la situación actual en la que opera la distribución. Esta es la etapa final que conlleva a la verificación de las mejoras que pueden llegar a generar las metodologías propuestas en la empresa.

Al finalizar el estudio se persigue el objetivo de inicializar en la empresa un estudio de ruteo de vehículos que no se posee hasta la fecha y de esta manera proporcionar una metodología que futuramente pueda ser mejorada con estudios más especializados que se ajuste a todas las necesidades que puedan reducir costos operativos y optimizar la cadena de abastecimiento.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1. GENERALIDADES .....	1
1.1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.2. ANTECEDENTES .....	3
1.3. OBJETIVOS .....	4
1.3.1. OBJETIVO GENERAL.....	4
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	4
1.4. JUSTIFICACIÓN .....	5
1.5. DISEÑO METODOLÓGICO.....	6
1.5.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN .....	6
1.5.2. ÁREA DE INVESTIGACIÓN.....	6
1.5.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS .....	6
1.5.4. PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS.....	7
1.5.5. HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN (H <sub>i</sub> ).....	7
1.5.6. HIPÓTESIS NULA (H <sub>0</sub> ) .....	8
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....	9
2.1. TEORÍA DE LA COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL.....	9
2.1.1. NOTACIÓN ASINTÓTICA – “BIG-OH” .....	10
2.1.2. CLASES DE COMPLEJIDAD .....	12
2.2. EL PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO (TSP) .....	13
2.2.1. DEFINICIÓN DEL TSP .....	14
2.2.2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA.....	14
2.3. HEURÍSTICAS .....	16
2.3.1. HEURISTICA DEL VECINO MÁS CERCANO .....	17
2.3.2. HEURISTICA BASADO EN AHORROS .....	18

2.3.3. HEURISTICA DE INSERCIÓN .....	18
2.3.4. HEURISTICA DE CHRISTOFIDES .....	19
2.4. METAHEURÍSTICAS .....	20
2.4.1. BÚSQUEDA TABÚ (TS).....	21
2.4.2. ALGORITMOS GENÉTICOS (AG).....	21
2.4.3. RECOCIDO SIMULADO (SA) .....	21
2.4.4. BÚSQUEDA POR ENTORNOS VARIABLES (VNS).....	22
CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN ACTUAL.....	24
3.1. SISTEMA LOGÍSTICO.....	24
3.1.1. SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN .....	26
3.2. SUPUESTOS Y LIMITACIONES .....	30
CAPÍTULO 4. DESARROLLO DE PROPUESTAS DE RUTEO .....	31
4.1. MAPEO DE CLIENTES.....	31
4.1.1. FÓRMULA DE HARVESINE .....	38
4.2. PROPUESTA 1: HEURÍSTICA DE INSERCIÓN .....	39
4.3. PROPUESTA 2: HEURÍSTICA BASADA EN AHORROS.....	43
4.4. PROPUESTA 3: METAHEURÍSTICA DE BÚSQUEDA POR ENTORNOS VARIABLES REDUCIDA (RVNS) .....	48
4.4.1. PARAMETRIZACIÓN DEL RVNS .....	52
4.4.2. RVNS CON SOLUCIÓN INICIAL ALEATORIA .....	58
4.4.3. RVNS CON SOLUCIÓN INICIAL HEURÍSTICA.....	59
4.4.4. RESULTADOS COMPARATIVOS DEL RVNS .....	60
CAPÍTULO 5. EVALUACIÓN DE RESULTADOS .....	62
5.1. ANÁLISIS COMPARATIVO DE PROPUESTAS DE RUTEO.....	62
5.2. ANÁLISIS DE COSTOS DE TRANSPORTE .....	63

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	66
6.1. CONCLUSIÓN .....	66
6.2. RECOMENDACIONES .....	67
BIBLIOGRAFÍA.....	64

## CAPÍTULO 1. GENERALIDADES

### 1.1. INTRODUCCIÓN

Los aspectos abordados por la logística, en comparación con otras áreas indispensables como producción, marketing, finanzas, entre otras, tienen un surgimiento más reciente en los negocios. Debido al mundo globalizado que nos rodea, los aspectos que aborda la logística han tomado una gran importancia en las decisiones de cualquier gerencia empresarial y sus operaciones hacen posible la integración de toda una cadena de suministro.

La logística la podemos definir como la aplicación de toda estrategia para planear, llevar a cabo y controlar el flujo y almacenamiento de los bienes y servicios de manera efectiva desde el punto de origen hasta el punto de consumo. Además de los bienes y servicios, también se abarca toda información relacionada que fluye en el proceso.

No cabe duda que en cuanto al flujo de los bienes y servicios se refiere, es inevitable pensar en el transporte como una necesidad primordial para cumplir con el objetivo de la logística. Que los productos estén a disposición de los consumidores en el lugar y tiempo adecuado dependen mucho de las operaciones de transporte, ya que funcionan como conectores dentro de la cadena de suministro desde los proveedores hasta los clientes incluyendo almacenes que se encuentren de por medio; todos separados por tiempo y espacio.

Por otra parte, hay que considerar que las operaciones de transporte constituyen uno de los principales costos que son los más elevados dentro del área de la logística. Evidentemente, que los productos estén al alcance de los clientes sin tener que realizar el traslado de los mismos sería la situación más ideal para cualquier empresa, sin embargo no se puede prescindir de un sistema de distribución para cumplir ese fin. Es por esto que se debe mantener los costos de distribución controlados mediante estrategias que logren disminuirlos y así dar lugar a los beneficios que un modelo de distribución puede conseguir.

Por lo que se refiere a la Empresa COMIX, las operaciones de transporte son una parte primordial dentro de sus funciones, debido a que es una comercializadora que compra grandes volúmenes de productos a sus proveedores para luego venderlos y distribuirlos a sus clientes. Actualmente cuenta con cinco proveedores a los que les brinda el servicio logístico de la distribución de sus productos.

De los cinco proveedores se destacan Unilever y Mondeléz debido a que las líneas de productos con los mayores índices de rotación en las ventas de COMIX pertenecen a dichos proveedores.

Las líneas de productos que la Empresa COMIX distribuye en los departamentos de occidente y sur oriente del país ya cuentan con indicadores de rendimiento como las distancias recorridas, cantidad de combustible consumida, y además el orden en el que los vehículos realizan las entregas en puntos específicos de cada cabecera departamental donde a partir de ahí la distribución queda a cargo de terciarios foráneos.

No obstante, la distribución de los productos Unilever que son comercializados en el municipio de Managua y algunas zonas de Ciudad Sandino, no poseen indicadores de ese tipo y por tanto solo se tiene noción de cuanta distancia recorren cada día, prediciendo así el costo semanal a proveer de combustible a cada uno de los vehículos de acuerdo al consumo que empíricamente se piensa que podrían utilizar.

Asimismo las rutas de distribución de los productos Unilever suelen salir al paso del día, sin un método de ruteo que permita controlar que tan efectivas son las rutas de distribución que se realizan actualmente. Al no tener en cuenta que tanto se desvían las rutas utilizadas, se debe asumir la responsabilidad de no estar utilizando las rutas de distribución que reflejen los menores costos, tiempos de entrega y por consiguiente una mejor calidad en el servicio al cliente.

## 1.2. ANTECEDENTES

A partir del establecimiento de la Empresa COMIX en el negocio, tomando el lugar de otra distribuidora anterior que realizaba las mismas funciones, abarcaron el modelo de distribución que consta de la división entera del área que le corresponde comercializar los productos Unilever en 7 zonas; una para cada vendedor. Además la división del área total también se encuentra dividida en 6 secciones que corresponden a los días de lunes a sábado. Dicha estrategia de distribución actualmente es utilizada por COMIX, pero fue adquirida del distribuidor antecesor.

Por consiguiente, desde que COMIX se constituyó como empresa no se ha realizado un estudio propio de algún sistema de distribución para los productos Unilever que logre disminuir los costos de transporte. Conociendo que la distribución es la función principal de la empresa, es muy probable que los costos actuales no sean los que puedan proporcionar una mejor rentabilidad a la empresa.

Mientras no se realicen propuestas de mejoras en el sistema de distribución no se podrá conocer con certeza que tan adecuado es el modelo que la empresa ha adoptado de su predecesor. Cabe destacar que un método de ruteo de los vehículos que viajan cada día en las distintas zonas no estaba establecido en la empresa anterior, por lo tanto también es el caso en el que la Empresa COMIX se encuentra hoy en día

## 1.3. OBJETIVOS

### 1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Determinar las rutas de distribución óptimas entre los métodos aplicados para la solución del Problema del Agente Viajero de los productos Unilever comercializados por la Empresa COMIX en el municipio de Managua y algunas zonas del municipio de Ciudad Sandino.

### 1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los sitios de entrega de los productos Unilever que distribuye la Empresa COMIX.
- Aplicar los métodos de solución al Problema del Agente Viajero en el sistema de distribución actual de la empresa.
- Cuantificar las mejoras del nuevo método de distribución.

## 1.4. JUSTIFICACIÓN

En toda empresa es importante mantener niveles bajos en los costos de distribución, sin afectar de alguna forma la calidad del producto o servicio a brindar durante su traslado. Además como Ballou (2004) afirma: “se ha observado que el movimiento de carga absorbe entre uno y dos tercios de los costos totales de logística” (p. 164). Los bajos costos reflejan de alguna u otra manera la alta eficiencia con la que se trabaja en una empresa además de generarle mayores beneficios.

En la Empresa COMIX la comercialización de los productos Unilever en el municipio de Managua y algunas zonas de Ciudad Sandino no cuentan con un modelo adecuado en sus rutas de distribución a diferencia de la comercialización de los productos Mondeléz que ya tienen sus indicadores establecidos; por lo que las entregas de pedidos se realizan de forma empírica, siendo esta la causa por la que la determinación de costos de distribución no se encuentra estandarizado así como tampoco la ruta de entregas a seguir con el orden más económico para la empresa.

La falta de un método eficiente de ruteo para la distribución de productos Unilever hecha por la Empresa COMIX en estos tiempos, es una debilidad en la cual la empresa debe centrar su atención para continuar manteniéndose al nivel de la competencia en el país. Disminuir los costos de distribución en esta empresa es necesario para realizar las actividades de comercialización; todo esto es posible si se determinan las rutas de distribución más acertadas y cercanas a la óptima para cada sector en los cuales se encuentra actualmente divididos los clientes incurriendo dichas nuevas rutas en una notable disminución de costos y más ahorro para la empresa.

## **1.5. DISEÑO METODOLÓGICO**

### **1.5.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN**

Esta investigación se desarrolló a partir de un estudio de caso, aplicado en el proyecto de estudio comparativo para evaluar rutas de distribución más eficientes, determinando los diferentes métodos como la unidad de análisis, en donde se estudió los diferentes aspectos de la temática propuesta.

La investigación fue aplicada, ya que se enfocó en resolver un problema práctico, con un margen de generalización limitado y de naturaleza cuantitativa debido a que se hizo propicia la medición de lo observado.

Bajo un método investigativo hipotético-deductivo ya que se buscó llevar a un proceso de inducción que remite el problema a una teoría para formular una hipótesis.

### **1.5.2. ÁREA DE INVESTIGACIÓN**

La Empresa COMIX es el área de investigación abordada en el estudio, concretamente su zona de distribución que es asignada para comercializar y distribuir los productos Unilever. Dicha ubicación corresponde a lo que COMIX conoce como la zona baja del municipio de Managua incluyendo algunas zonas del municipio de Ciudad Sandino. Debido a limitantes de recursos como tiempo y herramientas más especializadas se condicionó el estudio a las entregas realizadas el día Jueves que corresponden a los levantamientos de pedidos efectuados el día Martes.

Es importante mencionar que el estudio fue enfocado a la división de zonas actual que posee la Empresa COMIX para cada vehículo distribuidor de sus productos Unilever.

### **1.5.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS**

Una de las técnicas más importantes y que se llevó a cabo en primer lugar en el estudio, fue la investigación de campo basada en la visita hacia los sitios de entrega de los productos Unilever con apoyo de los vendedores, Al visitar los

puntos de entrega se encontró la ubicación exacta de los clientes para realizar el mapeo de estos, almacenando en cada lugar las coordenadas de latitud y longitud mediante el instrumento GPS integrado en cada teléfono móvil. El mapeo de puntos fue la información más importante a recolectar para alcanzar los objetivos propuestos.

#### **1.5.4. PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS**

Para el procesamiento de datos recolectados y análisis de una respuesta hacia la problemática se aplicaron dos métodos heurísticos y un metaheurístico. Al ser estos resueltos con los datos obtenidos, se procedió a comparar las soluciones de cada método y seleccionar el que brindó un resultado más acertado del problema en estudio. Luego con ese método seleccionado se aplicó a cada uno de los vehículos (4 vehículos en total) que se dirigen a la distribución de los productos Unilever.

Para constatar una mejoría entre el ruteo actual y el resultado del método más efectivo del estudio comparativo, se obtuvo en un día de distribución los puntos de venta visitados junto con su secuencia de entregas, ya que no todos los días se visitan los mismos lugares. Luego se aplicó el método de solución con mejores resultados con los puntos de visita de ese mismo día para determinar así la disminución de costos.

#### **1.5.5. HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN (H<sub>i</sub>)**

Con las rutas de distribución que proporciona el método de solución al TSP seleccionado con mejores resultados, se alcanza a obtener una disminución de la distancia recorrida y consecuentemente una disminución en los costos de transporte de los productos Unilever, en comparación con las rutas que se eligen tomar actualmente.

### **1.5.6. HIPÓTESIS NULA ( $H_0$ )**

Con las rutas de distribución que proporciona el método de solución al TSP seleccionado con mejores resultados, no se alcanza a obtener una disminución de la distancia recorrida y consecuentemente también no se obtiene una disminución en los costos de transporte de los productos Unilever, en comparación con las rutas que se eligen tomar actualmente.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

En lo que concierne a determinar las rutas de distribución que se deben seguir para el traslado de los productos que disminuyan las distancias que recorren los vehículos y por ende los costos de transporte, es necesario comprender como el modelo matemático aplicado para resolver dicha problemática denominado Problema del Agente Viajero (o TSP por sus siglas en inglés), ha sido tan utilizado para lograr tal fin en el área de la logística y al mismo tiempo tan estudiado para obtener nuevos métodos de solución por lo complejo de su comportamiento a medida que los puntos de visita aumentan.

Por lo tanto, a continuación se da a conocer el contenido teórico de estos aspectos característicos del Problema del Agente Viajero, partiendo con algunos conocimientos en las ciencias de la computación que son importantes hacer referencia especialmente para comprender su complejidad de resolución.

### 2.1. TEORÍA DE LA COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL

La teoría de la complejidad se basa en tratar de dar respuesta a la pregunta de qué hace a algunos problemas computacionalmente difíciles y a otros sencillos, y tiene como finalidad la creación de mecanismos y herramientas capaces de describir y analizar la complejidad de un algoritmo y la complejidad intrínseca de un problema (de Miguel, Ledezma Espino, Iglesias Martínez, García Jiménez, & Alonso Weber, 2012).

Evidentemente, dicho problema y algoritmos a considerar su complejidad es el TSP y sus métodos de solución respectivamente. El TSP será posteriormente definido, es por esto que ahora solo se refiere a él como el modelo que apropiadamente se adapta a la situación actual en estudio.

De acuerdo específicamente al concepto de la complejidad computacional, es definido como el estudio del orden de complejidad de un algoritmo que resuelve

un problema teóricamente computable y para ello, considera los dos tipos de recursos requeridos durante el cómputo para resolver un problema:

Tiempo: Número de pasos base de ejecución de un algoritmo para resolver un problema.

Espacio: Cantidad de memoria utilizada para resolver un problema.

Es importante añadir que la complejidad de un algoritmo se expresa como función del tamaño de la entrada del problema ( $n$ ). Refiriéndose al ratio de crecimiento de los recursos con respecto a  $n$ :

Ratio del tiempo de ejecución (temporal):  $T(n)$

Ratio del espacio de almacenamiento necesario (espacial):  $S(n)$  (de Miguel et al., 2012).

Así como en muchos otros casos en la ciencia, se debe poseer un modelo de referencia con el cual a partir de este se puedan determinar los niveles de complejidad de los algoritmos. Dicho modelo se conoce como la Máquina de Turing y tal como lo afirma Sotomayor (2005):

“La máquina de Turing es una abstracción matemática que nos permite realizar demostración formales...

Marca los límites de lo computable.”

### **2.1.1. NOTACIÓN ASINTÓTICA – “BIG-OH”**

Una manera muy útil de expresar la complejidad de un algoritmo, tomando en cuenta los dos tipos de recursos que son requeridos para su resolución (tiempo y espacio), es con la notación asintótica (Sotomayor, 2005).

Entre las notaciones asintóticas que existen, la más utilizada es la notación Big-Oh para definir los distintos órdenes de complejidad de los algoritmos teóricamente computables. Entre otras notaciones se encuentran la notación Big-Omega que expresa una cota superior y la notación Big-Theta que expresa tanto una cota superior como también inferior.

De acuerdo a la definición de la notación asintótica Big-Oh que Sotomayor (2005) menciona, se establece que: ““Big-Oh” expresa una cota superior. Es decir, un algoritmo  $O(n^2)$  requiere como máximo  $n^2$  pasos (el algoritmo puede ejecutarse en menos pasos).”

Con esta definición se puede observar como el orden de complejidad del algoritmo está en dependencia de los datos de entrada ( $n$ ), situación la cual Sotomayor (2005) también hace énfasis: “Podemos pensar que la notación Big-Oh expresa el número máximo “aproximado” de pasos que requiere un algoritmo en función del tamaño de los datos de entrada”.

En la siguiente tabla se presentan en orden ascendente los distintos órdenes de complejidad.

**Tabla 1. Órdenes de Complejidad**

Constante	$f(n) = K$
Logarítmica	$f(n) \in O \log n$
Lineal	$f(n) \in O(n)$
Polinómica	$f(n) \in O(n^p)$
Exponencial	$f(n) \in O(2^n)$
Factorial	$f(n) \in O(n!)$
...	

Información de Tabla 1 obtenida de Pérez Lancho (2006)

De esta manera, entre menor sea el orden de complejidad que posea el algoritmo, menos recursos consumiría durante el cómputo para la solución, aunque hay que tener en cuenta que “los algoritmos se consideran efectivos o tratables hasta Complejidad polinómica” (Pérez Lancho, 2006).

En relación al orden de complejidad que posee el TSP, cada algoritmo existente para su solución tiene un tiempo de ejecución que crece explosivamente (exponencialmente) con el tamaño del problema de tal manera que esto limita

bastante el tamaño de problemas que puedan resolverse en las computadoras modernas (González Valverde & Ríos Mercado, 1999).

### 2.1.2. CLASES DE COMPLEJIDAD

Existen diferentes clases en las que se clasifican los problemas de decisión según el grado de complejidad que poseen.

Un problema de decisión, es aquel problema en el cual solo consiste en respuestas que son de SI o NO. A como se verá más adelante, el Problema del Agente Viajero es un problema de decisión que consiste en tomar elecciones entre ir o no ir a algún punto, por lo que encaja en este concepto.

Las distintas clases de complejidad descritas por Pérez Lancho (2006), son mostradas a continuación:

#### “Clase P

Problemas **de decisión** computables

- por una MT (o algoritmo) **determinista**
- en **tiempo polinómico**

#### Clase NP

Problemas **de decisión** computables:

- por una MT (o algoritmo) **no determinista**
- en **tiempo polinómico...**

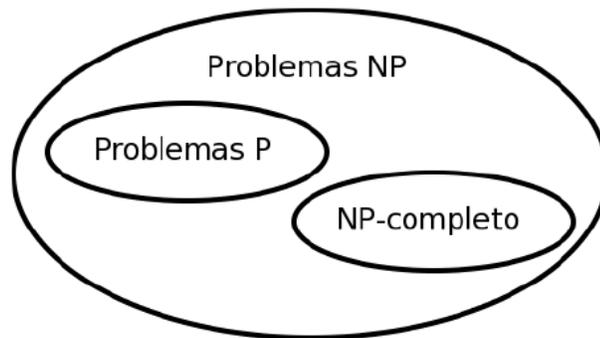
#### NP-difícil (*NP-hard*)

- Problema al que se pueden reducir en tiempo polinómico problemas NP

#### NP-completo

- es NP-difícil
- está en NP”

La siguiente gráfica presenta como están relacionadas estas clases.

**Gráfico 1. Clases de Complejidad**

Fuente: Pérez Lancho (2006)

A pesar que los algoritmos para solución del TSP tienen un orden de complejidad exponencial, González Valverde y Ríos Mercado (1999) expresan: “muy bien pudiera existir otro algoritmo que lo resolviera cuyo tiempo de ejecución fuera polinomial. En este caso, sin embargo, ya se ha demostrado que tal algoritmo polinomial no existe y que el TSP pertenece a esa clase de problemas difíciles.”

Por lo tanto el TSP forma parte de los problemas de clase NP-Completo como es mencionado por Pérez Lancho (2006):

#### **“Ejemplos de problemas NP-completos**

- Satisfacibilidad booleana (SAT)
- Viajante de comercio (TSP)
- Ciclo hamiltoniano”

## **2.2. EL PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO (TSP)**

El origen del TSP se remonta al año 1832 cuando se menciona el problema en un manual de agentes viajeros con ejemplos de tours por Alemania y Suiza, pero sin un tratamiento matemático. (Possani Espinosa, 2013).

“Problemas relacionados al TSP fueron estudiados por Sir William Rowan Hamilton y Thomas Penyngton Kirkman...De hecho Hamilton diseña un juego (1857) donde se desea encontrar un ciclo hamiltoniano en las aristas de un grafo de un dodecaedro” (Possani Espinosa, 2013).

De igual manera, la forma general del TSP aparece siendo estudiado en primer lugar por matemáticos a comienzos de 1930 por Karl Menger en Vienna y Harvard. El problema fue más tarde promovido por Hassler Whitney y Merrill Flood en Princeton. Un caso detallado que presenta una conexión entre Menger, Whitney y el crecimiento del TSP como un tema de estudio se puede encontrar en el artículo de Alexander Schrijver's titulado "On the history of combinatorial optimization (till 1960)" (Cook, 2007).

### **2.2.1. DEFINICIÓN DEL TSP**

Hasta ahora se ha considerado al TSP como el modelo que se propone resolver en el presente estudio, aunque aún no se ha mencionado su definición clara de en qué consiste.

El Problema del Agente Viajero se puede definir como bien argumentan González Valverde y Ríos Mercado (1999):

Un agente viajero, partiendo de su ciudad de origen, debe visitar exactamente una vez cada ciudad de un conjunto de ellas (previamente especificado) y retornar al punto de partida. Un recorrido con estas características es llamado dentro de este contexto un *tour*. El problema consiste en encontrar el tour para el cual la distancia total recorrida sea mínima. Se asume que se conoce, para cada par de ciudades, la distancia entre ellas.

Por consiguiente, es fácil notar como este problema se aplica al contexto de determinar cuál es la ruta apropiada para alguna línea de distribución que consista en repartir productos a un número determinado de clientes y que se disminuya la distancia total recorrida por el medio de transporte.

### **2.2.2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA**

Uno de los hechos trascendentales en la historia del TSP ocurrió en 1952, cuando Dantzing, Fulkerson y Johnson publican "Solution of a large-scale traveling-salesman problem" *Operations Research* 2, pp. 393-410, donde resuelven a optimalidad un problema con 49 ciudades usando la primera formulación de programación lineal para el problema (Possani Espinosa, 2013).

Un problema de programación lineal como define Possani Espinosa (2013), es un problema con  $n$  variables reales  $x_i$ , y  $m$  restricciones lineales donde se desea minimizar una función lineal de las variables.

El TSP según Olivera (2004) puede formularse como:

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1.1)$$

$$s. a. \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} = 1, \forall j \in V \quad (1.2)$$

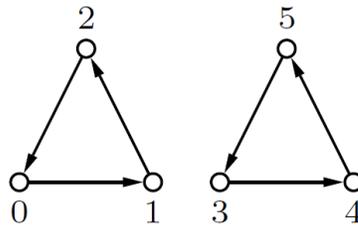
$$\sum_{i \in \Delta^-(j)} x_{ij} = 1, \forall i \in V \quad (1.3)$$

$$\sum_{i \in S, j \in \Delta^+(i) \setminus S} x_{ij} \geq 1, \forall S \subset V \quad (1.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in E$$

Cabe mencionar que cuando las variables de decisión se restringen solamente a ser números enteros, el modelo es conocido como Programación Entera. En este caso, además de tomar valores enteros específicamente se restringen a valores de 0 y 1. Por lo tanto esta formulación matemática es conocida como Programación Entera Binaria.

Las variables binarias  $x_{ij}$  indican si el arco  $(i,j)$  es utilizado en la solución. La función objetivo (1.1) establece que el costo total de la solución es la suma de los costos de los arcos utilizados. Las restricciones (1.2) y (1.3) indican que la ruta debe llegar y abandonar cada nodo exactamente una vez. Finalmente, las restricciones (1.4) son llamadas restricciones de eliminación de sub-tours e indican que todo subconjunto de nodos  $S$  debe ser abandonado al menos una vez (Olivera, 2004).

**Gráfico 2.** Solución formada por 2 sub-tours

Fuente: Olivera (2004)

La programación entera del TSP no será abordado entre los métodos de solución que se aplicará en el estudio, ya que como describe Olivera (2004): “Asumiendo que  $|E| = O(n^2)$ , esta formulación tiene una cantidad  $O(n^2)$  de variables binarias y  $O(2^n)$  restricciones.”

Además Olivera (2004) concluye que:

El problema puede formularse con una cantidad polinomial de restricciones...Sin embargo, esta formulación no resulta apta para la resolución de problemas de tamaño considerable mediante métodos exactos, pues si bien se disminuye la cantidad de restricciones, la cota que se obtiene resolviendo su relajación lineal resulta en general poco ajustada.

Se ha presentado que el TSP es un problema en el cual no podemos garantizar que se encontrará la mejor solución en un tiempo de cómputo razonable a problemas con gran tamaño de la entrada (también conocido como instancia). Es por esto que se emplean diferentes métodos denominados como heurísticos y metaheurísticos, cuyo objetivo es generar soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo mucho más pequeños.

### 2.3. HEURÍSTICAS

Las heurísticas son procedimientos simples que ofrecen una buena solución (aunque no necesariamente la óptima) a problemas combinatoriales complejos; es decir, para problemas tipo NP de una manera fácil y rápida.

Entre las ventajas del uso de métodos heurísticos se encuentran:

- Simples de comprender y fáciles de implementar.

- Ahorran tiempo de formulación y de computación.
- A menudo producen soluciones aceptables.

La principal limitación de estos métodos es que no garantiza la solución óptima del problema.

Entre algunas de las heurísticas aplicables para resolver el TSP se tienen:

### 2.3.1. HEURISTICA DEL VECINO MÁS CERCANO

Esta heurística fue una de las primeras en ser definidas. De hecho, en la década de 1930, K. Menger definió este método y observó que generalmente no daba lugar a soluciones óptimas. La importancia de este método se debe a su simplicidad.

Este método consiste en la elección del nodo más cercano para ir trazando los arcos de unión y de esta manera construir la ruta final. Las fases o etapas de este método son las siguientes:

- **Paso #1:** Elegir cualquier nodo como comienzo de la ruta.
- **Paso # 2:** Encontrar el nodo más cercano al último nodo añadido a la ruta y añadirlo a la misma.
- **Paso #3:** Repetir el segundo paso hasta completar todos los nodos y finalmente unir los nodos primero y último.

Este algoritmo es debido a Rosenkrantz, Stearns y Lewis (1977), y su código, en una versión standard, es el siguiente:

#### **Algoritmo del Vecino más Próximo**

*Inicialización:*

*Seleccionar un vértice  $j$  al azar.*

*Hacer  $t = j$  y  $W = V \setminus \{j\}$*

*Mientras ( $W \neq \phi$ )*

*Tomar  $j$  de  $W$  /  $c_{tj} = \min\{c_{tj}/i \text{ en } W\}$*

*Conectar  $t$  a  $j$*

*Hacer  $W = W \setminus \{j\}$  y  $t = j$*

Este procedimiento realiza un número de operaciones de orden  $O(n^2)$  (Martí Cunqueiro).

### 2.3.2. HEURISTICA BASADO EN AHORROS

Este método, desarrollado inicialmente por Clarke y Wright (1964), consiste en trazar la ruta que maximice los ahorros de transporte en cada arco. Para ello el método persigue las siguientes fases:

- **Paso #1:** Elegir un nodo cualquiera como nodo inicial, el cuál denotaremos como 1 y suponer las visitas a cada uno de los nodos restantes como de ida y vuelta al nodo inicial.
- **Paso #2:** Calcular los ahorros  $S_{ij} = C_{1i} + C_{1j} - C_{ij}$  para todo  $(i, j)$ , si estos se uniesen para una visita secuencial de ambos. Es decir, se contemplan los ahorros generados al unir dos puntos, en vez de realizar dos visitas independientes, de manera que el ahorro conseguido será el viaje de vuelta del primero, más el viaje de ida al segundo, menos el coste del viaje entre ambos.
- **Paso #3:** Ordenar los ahorros de mayor a menor.
- **Paso #4:** Comenzando por el primero de la lista ir formando sub-tours uniendo los nodos  $i$  y  $j$  adecuados. Repetir dicha operación hasta completar la ruta.

El algoritmo en código en una versión standard, es el siguiente:

#### **Algoritmo de Ahorros**

##### *Inicialización*

*Tomar un vértice  $z \in V$  como base.*

*Establecer los  $n - 1$  sub-tours  $[(z, v), (v, z)] \forall v \in V \setminus \{z\}$ .*

##### *Mientras (Queden dos o más sub-tours)*

*Para cada par de sub-tours calcular el ahorro de unirlos al eliminar en cada uno una de las aristas que lo une con  $z$  y conectar los dos vértices asociados.*

*Unir los dos sub-tours que produzcan un ahorro mayor.*

El método presenta un tiempo de ejecución de  $O(n^3)$  (Martí Cunquero).

### 2.3.3. HEURISTICA DE INSERCIÓN

Un procedimiento de inserción básicamente consiste en lo siguiente: Se elige un nodo inicial, en la  $k$ -ésima iteración se tiene un sub-tour con  $k$  nodos, se determina cuál de los nodos que no está en el sub-tour se debe añadir a ésta (paso de selección), y se determina en que tramo del sub-tour debe ser insertado (paso de

inserción). Si se prueba con cada uno de los nodos como nodo inicial el número de cálculos del procedimiento completo se multiplica por  $n$ .

Algunas de las principales variantes de estos algoritmos, descritas por Rosenkrantz, Stearns & Lewis (1974), se mencionan a continuación:

- Inserción más cercana.
- Inserción más económica.
- Inserción más lejana.
- Inserción más rápida o adición más cercana.
- Inserción de parábola convexa.

Su esquema es el siguiente:

**Algoritmo de Inserción**

*Inicialización*

*Seleccionar un ciclo inicial (sub-tour) con  $k$  vértices.*

*Hacer  $W = V \setminus \{\text{vértices seleccionados}\}$ .*

*Mientras ( $W \neq \emptyset$ )*

*Tomar  $j$  de  $W$  de acuerdo con algún criterio preestablecido*

*Insertar  $j$  donde menos incremente la longitud del ciclo*

*Hacer  $W = W \setminus \{j\}$ .*

Este procedimiento es debido a los mismos autores que la heurística del vecino más cercano (Martí Cunquero).

### 2.3.4. HEURISTICA DE CHRISTOFIDES

Christofides propone un algoritmo heurístico basado en los árboles de mínima expansión y en el uso del problema de emparejamientos. Es necesario que la matriz de costes sea simétrica y cumpla la desigualdad triangular.

**Algoritmo de Christofides**

1. *Calcular un Árbol Generador de Mínimo Peso*
2. *Obtener el conjunto de vértices de grado impar en el Árbol.*
3. *Obtener un Acoplamiento Perfecto de mínimo peso sobre dichos vértices.*
4. *Añadir las aristas del Acoplamiento al Árbol.*
5. *Aplicar el procedimiento de Obtención de Tour.*

Dado que un árbol generador de mínimo peso tiene como máximo  $(n - 1)$  hojas (vértices de grado 1 en el árbol), el procedimiento de Christofides tendrá un tiempo de orden  $O(n^3)$  (Martí Cunquero).

De los cuatro métodos heurísticos descritos, se tomarán en cuenta para el presente estudio los heurísticos de inserción y ahorros, donde Martí Cunquero concluye que son eficientes de acuerdo a la comparación que expone: “La siguiente tabla recoge los resultados del estudio comparativo sobre los cuatro algoritmos descritos, con los 30 ejemplos de la TSPLIB considerados:”

**Tabla 2.** Comparación de Métodos Heurísticos

Heurístico	Desviación del Óptimo	T. Ejecución (s)
Vecino más Próximo	18.6%	0.3
Inserción más Lejana	9.9%	35.4
Christofides	19.5%	0.7
Ahorros	9.6%	5.07

Información de Tabla 2 obtenida de Martí Cunquero

## 2.4. METAHEURÍSTICAS

El término metaheurística se obtiene de anteponer a heurística el sufijo meta que significa “más allá” o “a un nivel superior”. Los conceptos actuales de lo que es una metaheurística están basados en las diferentes interpretaciones de lo que es una forma inteligente de resolver un problema. Las metaheurísticas son estrategias inteligentes para diseñar o mejorar procedimientos heurísticos muy generales con un alto rendimiento.

Uno de los principales objetivos de las metaheurísticas más populares que consisten en métodos de búsqueda, es crear un buen equilibrio o interacción entre lo que se denominan estrategias de intensificación; cantidad de esfuerzo empleado en la búsqueda en la región actual (explotación del espacio) y de diversificación; cantidad de esfuerzo empleado en la búsqueda en regiones distantes del espacio (exploración) (Otero Montero, 2010).

Entre las metaheurísticas donde se pueden observar estas características que son aplicables al TSP se encuentran las siguientes:

#### **2.4.1. BÚSQUEDA TABÚ (TS)**

Por sus siglas en inglés, Tabu Searching es un procedimiento metaheurístico que realiza una exploración a través del espacio de configuraciones delimitando adecuadamente los óptimos locales. Para evitar que el proceso regrese a los óptimos locales y entre en un ciclo repetitivo, la búsqueda tabú clasifica los movimientos más recientes como “movimientos tabú”; estos prohíben que una configuración sea visitada nuevamente. Este método tiene dos tipos de memoria: Memorias de corto plazo y largo plazo. La de corto plazo contiene los eventos ocurridos recientemente y en la de largo plazo, se almacenan los datos de frecuencia de determinados eventos. La información de la memoria de largo plazo es fundamental para definir las estrategias de diversificación, las cuales permiten explorar otras regiones no visitadas anteriormente (Hincapié Isaza, Ríos Porras, & Gallego R., 2005).

#### **2.4.2. ALGORITMOS GENÉTICOS (AG)**

Son herramientas matemáticas que imitan a la naturaleza e intentan resolver problemas complejos empleando el concepto de la evolución. El algoritmo ejecuta una búsqueda simultánea en diferentes regiones del espacio de búsqueda, realiza una intensificación sobre algunas de ellas y explora otros sub-espacios a través de un intercambio de información entre configuraciones. Emplea tres mecanismos básicos que son: La selección, el crossover y la mutación (Hincapié Isaza et al., 2005).

#### **2.4.3. RECOCIDO SIMULADO (SA)**

Por sus siglas en inglés, Simulated Annealing está basado en observaciones del proceso de enfriado de metales. El término annealing se relaciona con la manera en que los metales en estado líquido son enfriados lentamente para asegurar un estado de energía mínima. Se puede decir que el algoritmo de Simulated Annealing enfría la solución lentamente hasta alcanzar el objetivo más bajo

posible. Esto es, en cada una de las evaluaciones de una solución perteneciente al vecindario, siempre toma un movimiento que mejora la solución. Sin embargo, permite hacer movimientos que incrementen el costo de la solución basado en una función de probabilidad. Esto supera una de las desventajas asociadas a la búsqueda local. En otras palabras, la facultad de realizar movimientos hacia arriba permite escapar de un mínimo local; explorando así en forma extensiva el espacio de búsqueda (Minetti, 2003).

#### **2.4.4. BÚSQUEDA POR ENTORNOS VARIABLES (VNS)**

La Búsqueda por Entornos Variables (Variable Neighbourhood Search, VNS) como lo describe Moreno Pérez y Mladenović, es una metaheurística reciente para resolver problemas de optimización cuya idea básica es el cambio sistemático de entorno dentro de una búsqueda local.

El cambio de la estructura de entornos de forma sistemática es precisamente la forma en la que esta metaheurística aplica distintas formas de continuar la búsqueda después de encontrar el primer óptimo local.

La metaheurística VNS se basa en aprovechar sistemáticamente tres hechos simples:

- Un mínimo local con una estructura de entornos no lo es necesariamente con otra.
- Un mínimo global es mínimo local con todas las posibles estructuras de entornos.
- Para muchos problemas, los mínimos locales están relativamente próximos entre sí.

El VNS es la metaheurística utilizada como uno de los métodos de solución del TSP, debido a su simplicidad y gran efectividad que posee.

Las heurísticas basadas en VNS, al contrario de lo que ocurre con otras metaheurísticas, se mantienen simples; no sólo sus esquemas básicos sino también la mayoría de las extensiones, requiriendo el ajuste de muy pocos

parámetros. Esta característica permite que la metaheurística VNS y sus extensiones sean útiles para diseñar rápidamente procedimientos heurísticos con los que proporcionar buenas soluciones con rapidez de manera muy simple dejando al descubierto cuales son las razones que determinan su rendimiento, lo que frecuentemente facilita la elaboración de implementaciones sofisticadas muy eficientes (Moreno Pérez & Mladenović).

Se encuentran distintos métodos de búsqueda, por mencionar algunos se encuentran la Búsqueda Local Descendente (VND), Búsqueda por Entornos Variables Básica (BVNS) o la Búsqueda por Entornos Variables General (GVNS). Referente al actual estudio del TSP, se aplicará la metaheurística del VNS denominado Búsqueda por Entornos Variables Reducida (RVNS).

La Búsqueda por Entornos Variables Reducida (Reduced Variable Neighbourhood Search, RVNS) selecciona al azar soluciones del entorno actual de la solución actual cambiando a la siguiente estructura de entornos si no se obtiene mejora y volviendo a la primera estructura en otro caso. Los pasos de la RVNS se presenta a continuación:

#### Inicialización.

Seleccionar una serie de estructuras de entornos  $N_k$ ,  $k = 1, \dots, k_{max}$ , y una solución inicial  $x$ . Elegir una condición de parada.

#### Iteraciones.

Repetir, hasta que se cumpla la condición de parada, la siguiente secuencia:

- (1) Hacer  $k = 1$ .
- (2) Repetir, hasta que  $k = k_{max}$ , los pasos:
  - (a) Agitación. Generar al azar una solución  $x'$  del  $k$ -ésimo entorno de  $x$  ( $x \in N_k(x)$ ).
  - (b) Moverse o no. Si la solución obtenida  $x'$  es mejor que  $x$ , hacer  $x = x'$  y  $k = 1$ ; en otro caso, hacer  $k = k + 1$ .

El RVNS forma parte de uno de los métodos de solución al TSP en el actual estudio, ya que como constatan Moreno Pérez y Mladenović: “La RVNS es útil para instancias muy grandes de problemas en las que la búsqueda local es muy costosa. Como condición de parada se usa generalmente el máximo número de iteraciones entre dos mejoras”.

## CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN ACTUAL

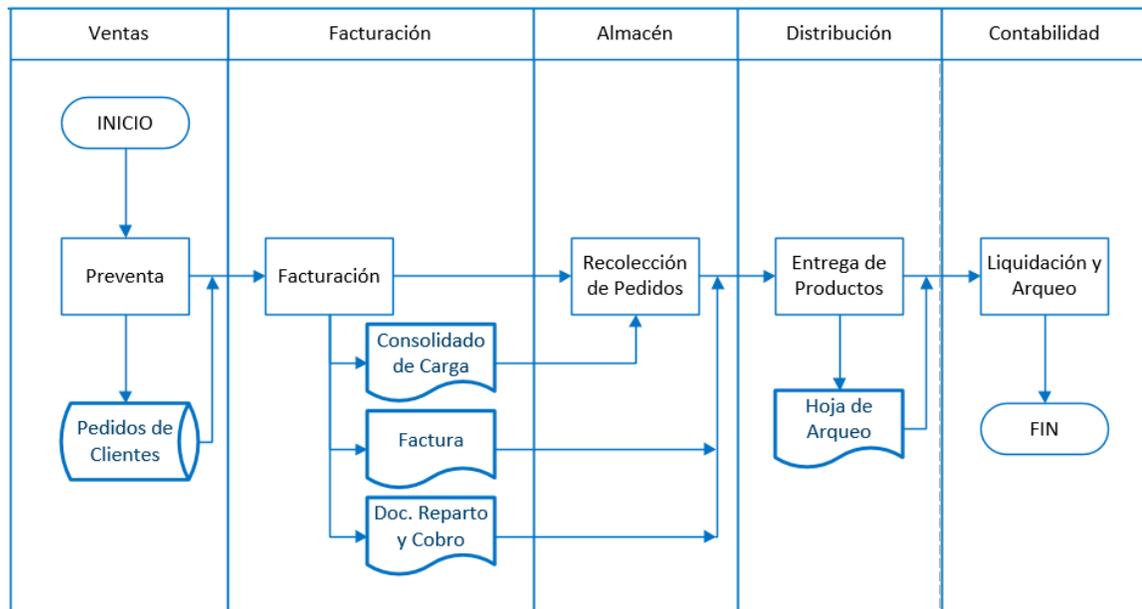
### 3.1. SISTEMA LOGÍSTICO

La Empresa Comercializadora de Productos Mixtos (COMIX) tiene la función de comercializar diversos productos de marcas muy reconocidas y de consumo masivo para la población Nicaragüense. La empresa cuenta con actualmente 5 proveedores que producen, o al igual que COMIX, distribuyen productos de estas características.

La comercialización en COMIX conlleva importantes procedimientos como el almacenamiento, ventas y distribución entre las más esenciales, que convierten a la empresa en un gran sistema logístico de entradas y salidas de productos.

De forma generalizada, el proceso de comercialización de los productos que ofrece la empresa se lleva a cabo con las actividades que realizan las siguientes áreas de acuerdo al siguiente orden:

**Gráfico 3.** Proceso de Comercialización en COMIX



Fuente: Elaboración Propia

El área de ventas es el inicio del flujo de información en la empresa donde los vendedores, o “fuerza de venta” como son llamados por la empresa, se dirigen a los múltiples clientes para ofrecer las diferentes líneas de productos y ocasionalmente bonificaciones, promociones y bajos precios que la empresa establece en sus productos. De esta manera se realiza el levantamiento de pedidos de los distintos clientes, que son transferidos por los vendedores hacia una base de datos interna, por medio de una aplicación de la plataforma Android en sus teléfonos móviles desarrollada por el área de informática. Como estrategia en el área de ventas, COMIX propone metas a sus vendedores, en las cuales se les retribuye el cumplimiento de ellas.

El área de facturación extrae la información de los levantamientos de pedidos para crear los diferentes documentos por medio del sistema digitalizado de la empresa, que contienen los datos necesarios para realizar la distribución de los productos. Dichos documentos son: Facturas, consolidados de carga y documentos de reparto y cobro. Los consolidados de carga y hojas de reparto y cobro se realizan por cada transportista, luego se entregan tres consolidados de carga por transportista al área de almacén. De igual manera se entrega una hoja de reparto y cobro por cada transportista con sus correspondientes facturas (con copia cada una). El área de facturación además conserva una copia de cada uno de estos documentos distribuidos con el fin de tenerlos como respaldo.

Al recibirse en almacén los consolidados de carga, que es donde se muestra la cantidad total de productos solicitados por los clientes (ver anexo 1), el personal procede a recolectar los productos y prepararlos organizadamente para ser cargados al vehículo distribuidor. También cumplen la función de cargar estos productos junto con los transportistas para comprobar que las cantidades de los productos sean las mismas detalladas en los consolidados de carga. El área de almacén conserva un consolidado de carga como soporte de las salidas de productos en el almacén.

Al ser cargados los vehículos se efectúa la distribución, donde los transportistas con su auxiliar de transporte visitan a los clientes descritos en su hoja de reparto

y cobro (ver anexo 1) para entregarles sus productos con su respectiva factura original y recibir de ellos el pago correspondiente. Es importante mencionar que los transportistas realizan la entrega sin un método de ruteo establecido, sino que la secuencia de visita de los clientes la determinan de manera empírica. Al finalizar el recorrido los transportistas documentan la información de las entregas en sus hojas de arqueo.

Finalmente los transportistas reportan toda información sobre la distribución de los productos al área de contabilidad de la empresa para efectuar la liquidación y el arqueo del día mediante las copias de facturas, la hoja de arqueo y la hoja de reparto y cobro.

De esta manera se finaliza el ciclo de comercialización de los productos, el cual se conserva continuo en la empresa.

### **3.1.1. SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN**

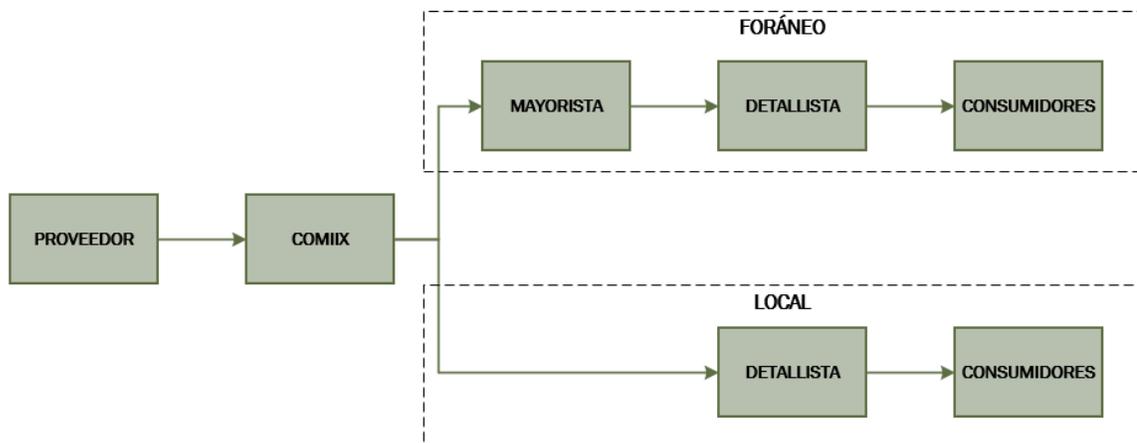
La distribución que COMIX efectúa es denominada distribución horizontal; es decir, que es una distribución masiva que cubre muchos puntos de venta que están al alcance de toda la población como se había mencionado anteriormente. El segmento de mercado donde la empresa realiza la comercialización está en función del proveedor que obtiene la empresa.

Para el caso de los proveedores más importantes que son Unilever y Mondeléz, la Empresa COMIX cumple la función de ser un concesionario, debido a que recibe de estos proveedores la exclusividad para comercializar sus productos en una zona determinada mediante licitaciones. Sin embargo, la función de concesionario no es el caso para el resto de los proveedores, sino que la empresa se encuentra en la posición de mayorista con respecto a Rolter, Papelera Latinoamericana y Plásticos Modernos, a los cuales comercializa sus productos libremente al nivel nacional.

Internamente en la empresa, se clasifica como distribución foránea a los productos que se comercializan de Mondeléz, a causa de las licitaciones que se mantienen con este proveedor en el sector de occidente (departamentos de León y

Chinandega) y sur oriente (departamentos de Masaya, Granada, Carazo, Rivas) del país. Debido a los altos volúmenes de productos que salen a estos sectores, la empresa los considera como clientes mayoristas. El transportista foráneo que parte de la empresa entrega los productos a los transportistas en los departamentos que entregan al detalle a los clientes de COMIX a como se observa en el gráfico 4. Los clientes de COMIX abarcan clientes que venden sus productos directamente a la población. Por lo tanto son puestos de ventas cercanos a los consumidores como pulperías, misceláneas, pequeñas distribuidoras, etc.

**Gráfico 4.** Canal de Distribución de Empresa COMIX



Fuente: Elaboración Propia

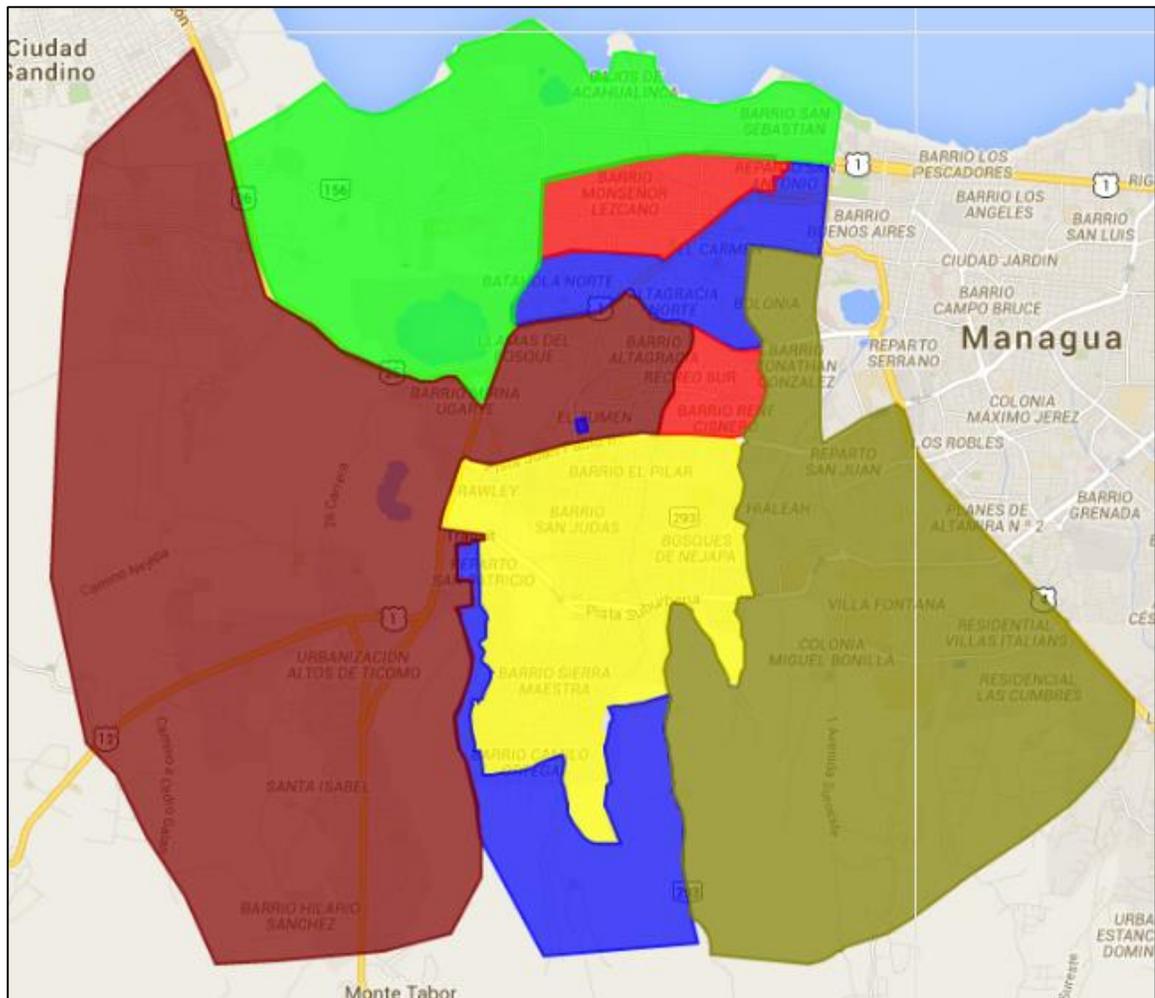
Por otro lado se tiene la distribución local que corresponde a los productos de Unilever, ya que de las licitaciones que se mantienen con este proveedor, la comercialización se efectúa en el departamento de Managua y a como se observa en el gráfico 4, los transportistas locales parten de la empresa directamente hacia los clientes.

Los productos que Unilever provee a la Empresa COMIX son de la línea de alimentos, cuidado personal y lavandería; y es en esta parte de la distribución de la empresa donde radica la problemática. Para los fines del presente estudio se abarcará específicamente el municipio de Managua donde abarcan una parte del mercado de la ciudad, ya que otra empresa conserva la licitación de la parte complementaria del municipio.

El área del municipio de Managua donde le corresponde a COMIX comercializar los productos de Unilever es en lo que la empresa denomina como la “parte baja de Managua”<sup>1</sup>, la cual contiene los lugares mostrados en el anexo 2. Para los levantamientos de pedidos de los clientes en esta área se cuenta con 6 vendedores, por lo que el área se divide en seis zonas; una por cada vendedor.

La división de Managua se muestra a continuación en el gráfico 5 y posteriormente en la tabla 3, el código de los vendedores, número aproximado de clientes y su área asignada representado con los colores del gráfico 5.

**Gráfico 5.** Zonas de Distribución de Productos Unilever por Vendedor



Fuente: Área de Informática de Empresa COMIX

<sup>1</sup> De aquí en adelante, se le llamará “Managua” al área de este municipio donde le corresponde a la empresa comercializar los productos Unilever.

**Tabla 3.** Número de Clientes y Zona de Vendedores

Código de Vendedor	Puntos de Venta (aproximado)	Color Representativo
CX02	53	Verde
CX04	38	Rojo
CX05	62	Marrón
CX06	66	Verde claro
CX07	63	Amarillo
CX08	60	Azul

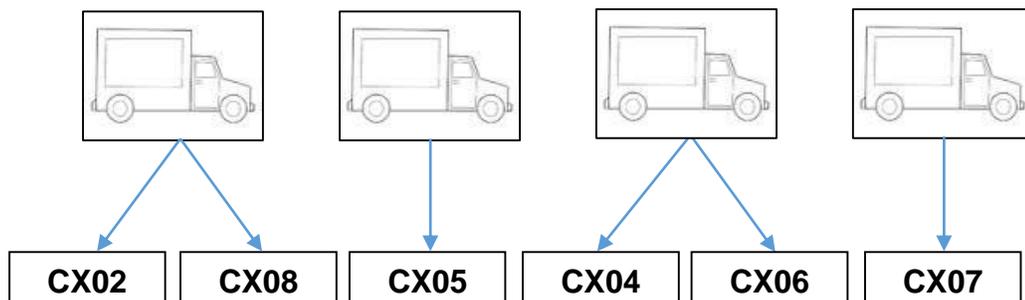
Fuente: Elaboración Propia

Es importante señalar que para el actual estudio se toma en cuenta una parte del municipio de Ciudad Sandino, debido a que de acuerdo a los lugares de visita del vendedor CX05 (ver anexo 2), unos pocos pertenecen a dicho municipio. No obstante, en el gráfico 5 se puede apreciar que el vendedor CX05 corresponde a Managua.

Entre el levantamiento de pedidos que realiza el área de ventas hasta la entrega de los productos por parte del área de distribución existe un lapso de tiempo de 48 horas. Esto quiere decir por ejemplo, que los pedidos hechos por los clientes el día lunes son entregados por el vehículo distribuidor el día miércoles.

La Empresa COMIX cuenta con 4 vehículos distribuidores que cada uno tiene asignado un vendedor o dos vendedores. La asignación de cada vehículo se observa en la siguiente ilustración.

**Gráfico 6.** Asignación de Vehículos Distribuidores



Fuente: Elaboración Propia

De esta manera, se tienen 2 vehículos que distribuyen cada uno a dos vendedores. Los otros dos vehículos distribuyen los productos de un vendedor cada uno.

### **3.2. SUPUESTOS Y LIMITACIONES**

El actual estudio conlleva algunos supuestos y limitaciones que se deben tomar en cuenta debido a cantidad de tiempo, recursos humanos y herramientas especializadas que formaron parte de la metodología aplicada:

- En todos los días que laboran los vendedores de Unilever en la ciudad de Managua, se cubre un aproximado de 2277 clientes en total. Por lo tanto, el estudio se delimita a los clientes que cubren los 6 vendedores en un día de la semana. De esta manera el estudio cumplirá el propósito de brindar una metodología de ruteo que estará a disposición de la empresa para su aplicación completa.
- La exactitud de los datos recolectados en el estudio está sujeta a la precisión que poseen los dispositivos de GPS utilizados.
- Se hace uso de longitudes euclidianas (rectas) para obtener las medidas de distancias entre clientes y empresa, por lo que disminuye la precisión en distancia recorrida en las calles por el vehículo.
- Se pretende que no existe algún factor externo como desvíos o tráfico que alteren el recorrido de los vehículos.
- Se cuenta con que no ocurra algún imprevisto interno de la empresa que cambie la asignación de vehículo-vendedor que la empresa mantiene.

## CAPÍTULO 4. DESARROLLO DE PROPUESTAS DE RUTEO

### 4.1. MAPEO DE CLIENTES

Tener a los clientes ubicados geográficamente donde se puedan visualizar con facilidad es el objetivo que persigue el mapeo de clientes. Actualmente todo punto geográfico en el planeta posee una ubicación exacta mediante un sistema de coordenadas expresadas en medidas de latitud y de longitud.

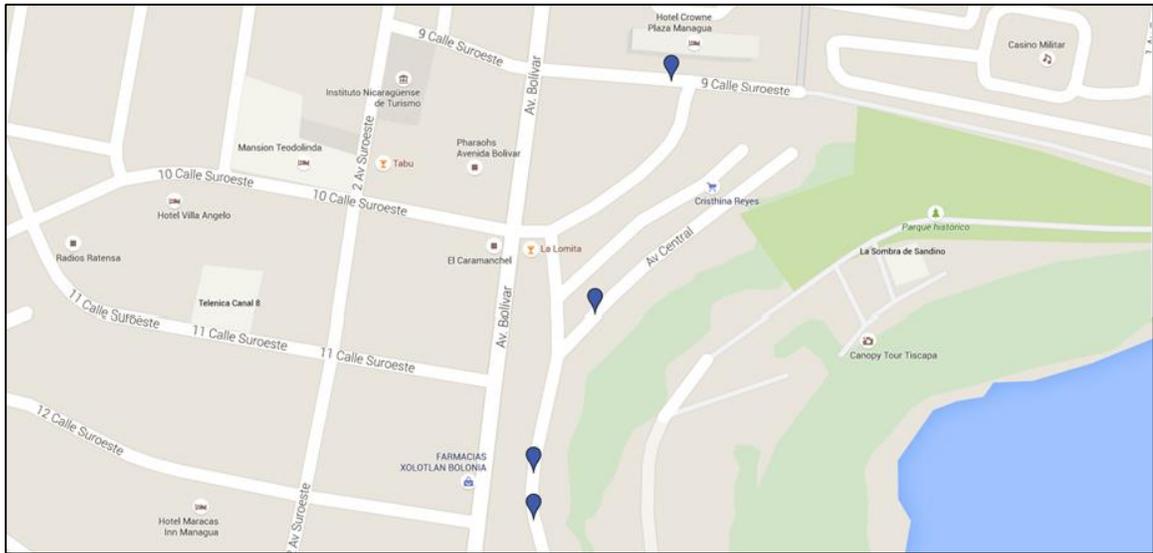
Las coordenadas de latitud y longitud pueden ser obtenidas con un dispositivo GPS al estar situado en el punto que se quiera localizar. Para recolectar las coordenadas de los clientes de la Empresa COMIX, se utilizaron los siguientes tres dispositivos:

- GPS marca GARMIN modelo GPSmap76CSx.
- GPS marca GARMIN modelo Etrex Vista H.
- Smartphone LG-E450g.

En el anexo 3 se pueden observar las coordenadas recolectadas por cada cliente de COMIX que se obtuvieron en el período de 6 semanas desde el 10 de Marzo hasta el 16 de Abril. Sin embargo además de recolectar las coordenadas de latitud y longitud, es necesario un sistema de mapas donde se puedan introducir estas ubicaciones con el fin de ser vistas geográficamente. Google Maps ofrece dicho servicio con un sistema de mapas muy completos y detallados en cualquier parte del mundo.

A partir de la página siguiente se presentan los mapas elaborados con las ubicaciones de los clientes de COMIX de acuerdo a los datos recolectados de latitud y longitud en cada punto de venta que los 6 vendedores de Unilever visitan en la Ciudad de Managua. Los clientes se encuentran clasificados por vendedor, es por esto que se presentan 6 mapas, cada uno correspondiente a un vendedor.

**Gráfico 7. Clientes del Vendedor CX02 (1)**



Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

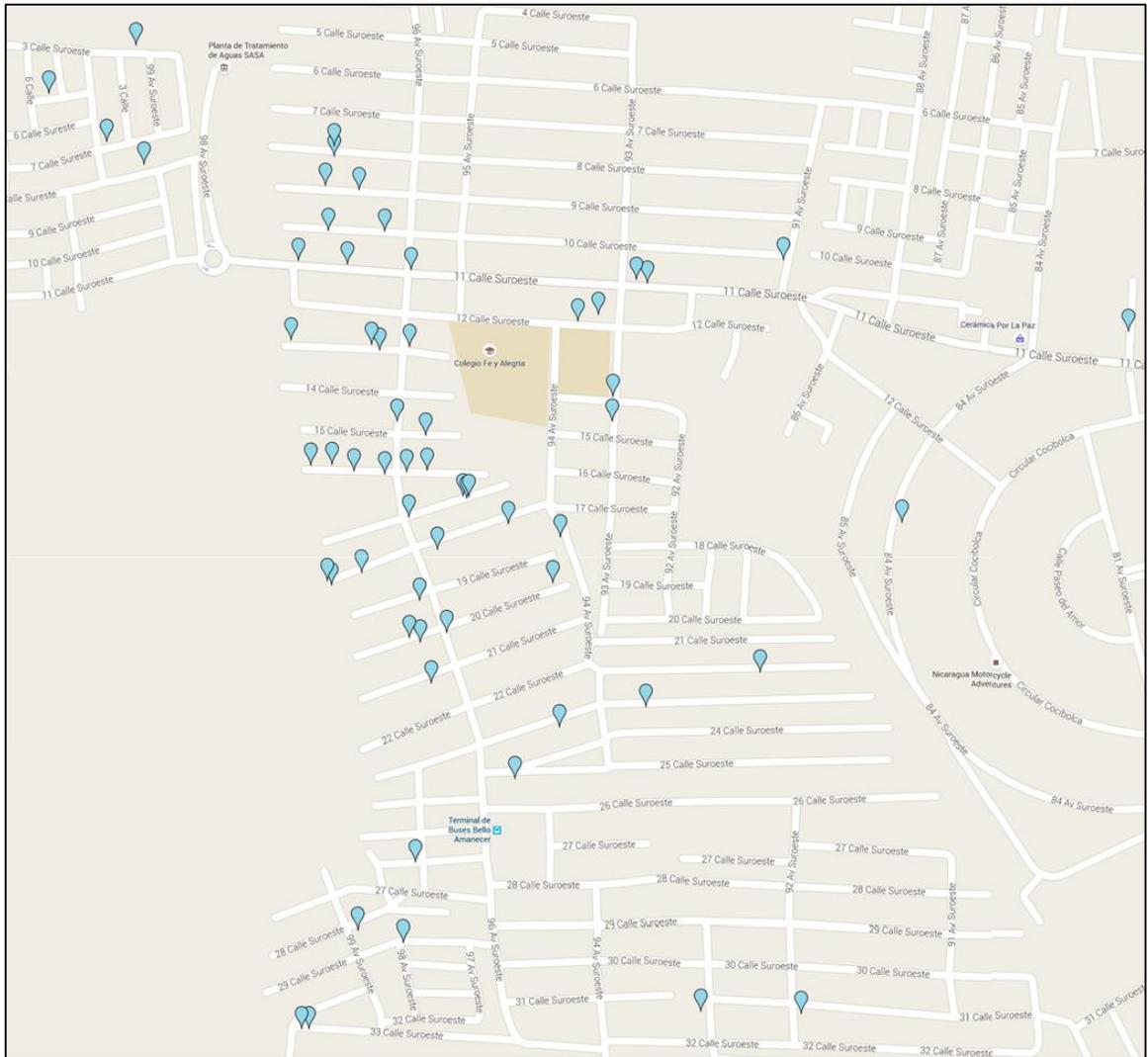
**Gráfico 8. Clientes del Vendedor CX02 (2)**



Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

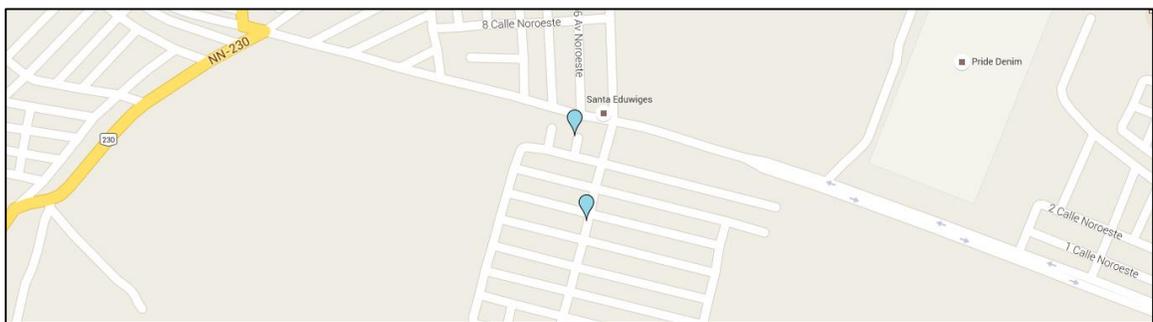


Gráfico 10. Clientes del Vendedor CX05 (1)



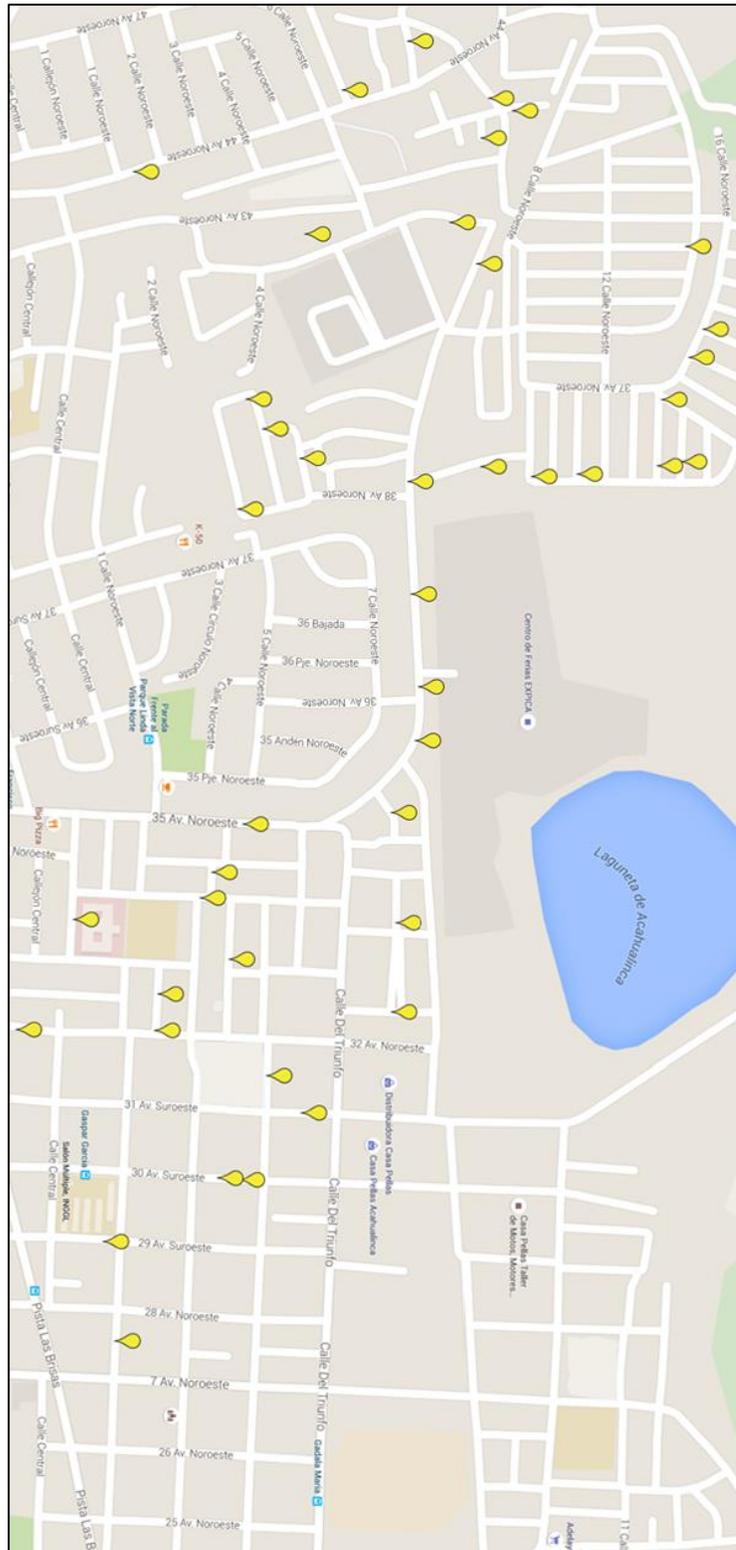
Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

Gráfico 11. Clientes del Vendedor CX05 (2)



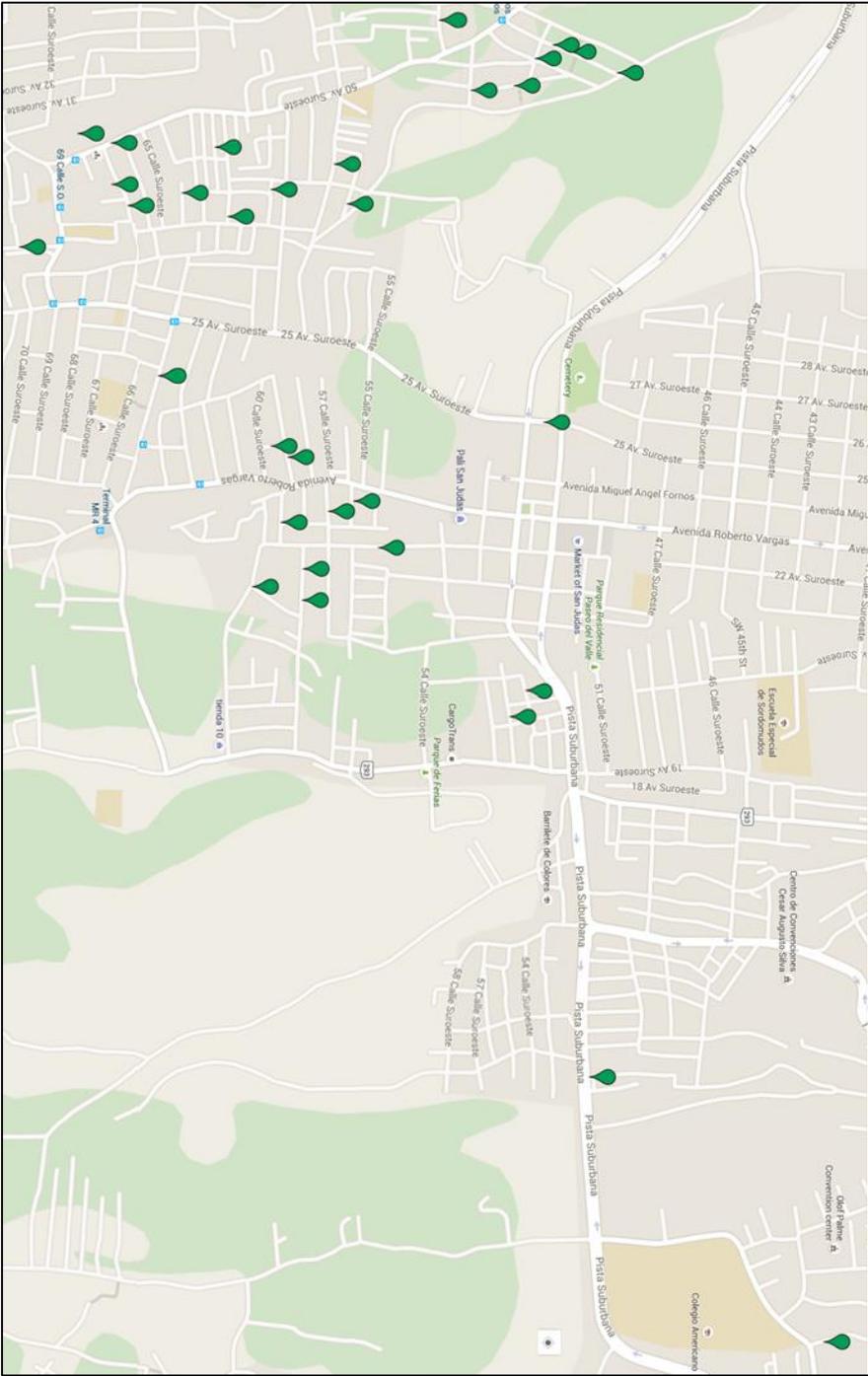
Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

Gráfico 12. Clientes del Vendedor CX06



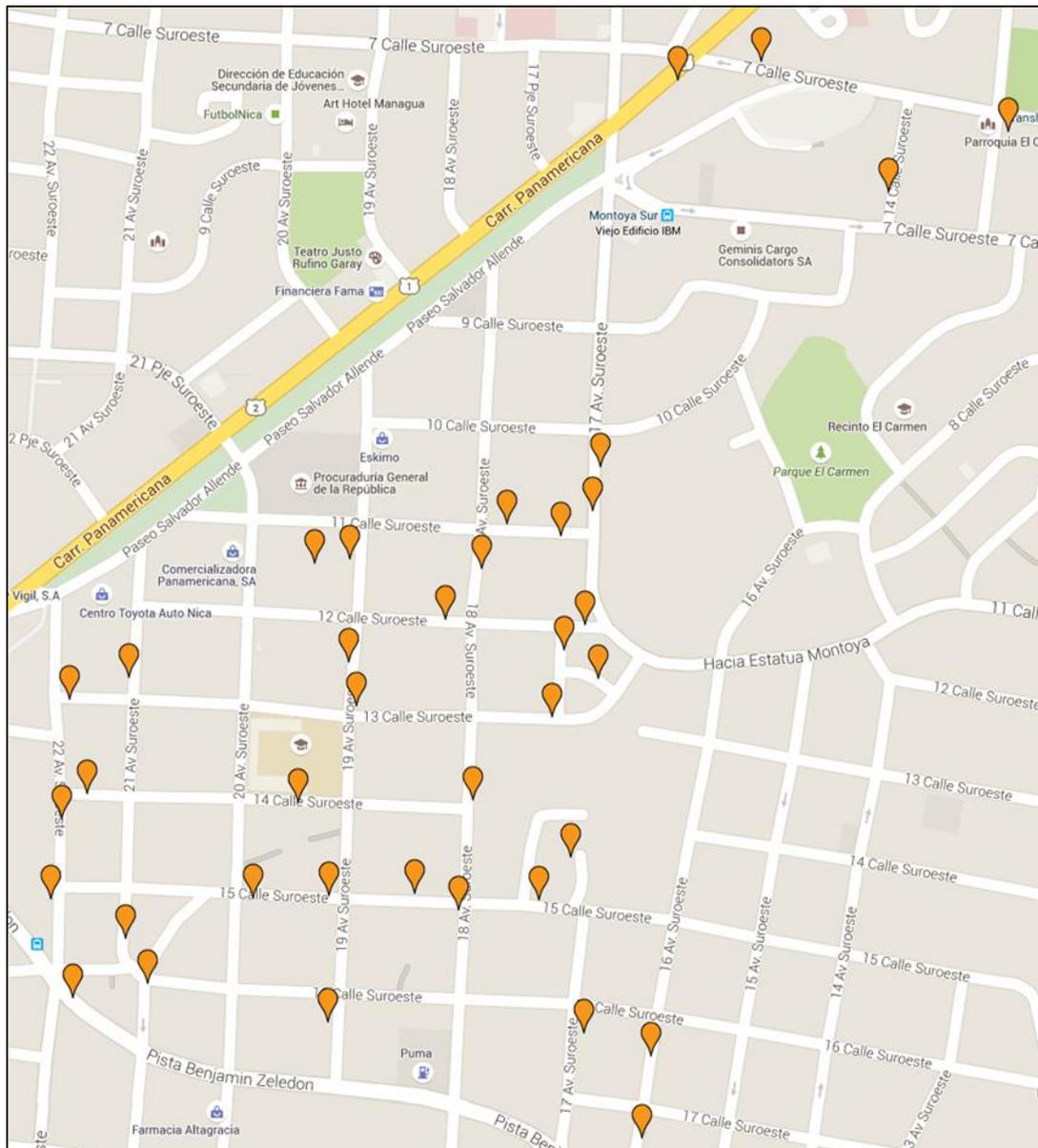
Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

Gráfico 13. Clientes del Vendedor CX07



Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

Gráfico 14. Clientes del Vendedor CX08



Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

#### 4.1.1. FÓRMULA DE HARVESINE

Puesto que la Tierra es una esfera, determinar la distancia entre dos lugares es un poco más complicado que trazar una línea recta entre ellos y solo medirlos. Es decir, se debe tener en cuenta la curvatura de la Tierra al momento de realizar este cálculo. Usando una ecuación conocida como la "Fórmula del Haversine", se puede calcular la distancia entre dos lugares con su latitud y longitud como puntos de partida.

En la recolección de datos se obtuvo longitudes y latitudes de los puntos de visita por parte de los 6 vendedores no únicamente con el objetivo de realizar el mapeo de clientes, sino también con el objetivo de construir las matrices de distancia de cada uno de los clientes que visitan los vehículos distribuidores en su recorrido, debido a que serán los datos de entradas de los algoritmos que proporcionarán las propuestas de ruteo. Por lo tanto se hace uso de la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \text{Distancia} = & \cos^{-1}(\sin(\text{lat}A) * \sin(\text{lat}B) + \cos(\text{lat}A) * \cos(\text{lat}B) \\ & * \cos(\text{long}B - \text{long}A)) * R \end{aligned}$$

En donde  $\text{lat}A$  y  $\text{long}A$  equivalen a las coordenadas de latitud y longitud del punto 1 respectivamente. De igual manera  $\text{lat}B$  y  $\text{long}B$  son las coordenadas de latitud y longitud del punto 2 respectivamente.

Cabe mencionar que las longitudes y latitudes están expresadas en grados, pero estos se deberán convertir en radianes, es decir se les multiplicará:  $\frac{\pi}{180^\circ}$

Y por último la constante conocida como el radio de la tierra  $R$  que equivale a 6,371 km. Dicha distancia resultante del uso de la fórmula estará expresada en kilómetros (km) y representará la distancia de un punto a otro.

Las matrices de distancias construidas de los clientes visitados por cada vehículo distribuidor mediante esta fórmula, son mostradas en el anexo 4 de este estudio. La asignación del número de nodo se realizó en base al número de visita actual que realizan los vehículos de la empresa (ver anexo 3).

## 4.2. PROPUESTA 1: HEURÍSTICA DE INSERCIÓN

La primera propuesta de ruteo se basa en la heurística de inserción. Dicho método se clasifica como un heurístico constructivo debido a que la ruta que proporciona como su solución final se construye paso a paso en cada iteración del algoritmo.

A continuación se procede a la construcción de la solución de la heurística de inserción ejecutando cada paso del pseudocódigo presentado en el marco teórico, tomando como ejemplo los clientes del vendedor CX08 que visitó el vehículo distribuidor para la descripción de la primera propuesta. Los datos de la siguiente descripción se presentan en el anexo 4.

*Inicialización:* El algoritmo se inicializa con dos pasos:

- Se establece el ciclo inicial o sub-tour como **0-8-0**, ya que el recorrido inicia desde la Empresa COMIX representado con el vértice (o nodo) 0 y el vértice más lejano a este es 8. Al final el vehículo debe terminar el tour en COMIX.
- De esta manera  $W$  es asignada como el conjunto total de vértices representados por  $V$ , exceptuando los vértices seleccionados para el ciclo inicial, en este caso sin el vértice 0 y 8.

*Mientras  $W \neq \emptyset$  :* Debido a que  $W$  contiene vértices por agregar a la ruta, se procede a los siguientes pasos:

- El vértice que se encuentra más lejos a nuestro sub-tour construido hasta ahora es 9, ya que la distancia más lejana en las filas 0 y 8 corresponde al vértice 9, por tanto  $j = 9$ .
- Insertamos 9 en cualquiera de los dos arcos del sub-tour, ya que tanto 0-8-9-0 como 0-9-8-0 proporcionan iguales costos. Establecemos el sub-tour como **0-9-8-0**.
- Se excluye el vértice 9 del conjunto  $W$ .

*Mientras  $W \neq \emptyset$  :* Se procede a repetir los pasos, ya que  $W$  contiene aún vértices por agregar en la ruta.

- El vértice que se encuentra más lejos a nuestro sub-tour construido hasta ahora es 7, ya que la distancia más lejana en las filas 0, 8 y 9 corresponde al vértice 7, por tanto  $j = 7$ .
- Insertamos 7 en el arco del sub-tour donde menos incremente los costos de la siguiente manera:

Al sustituir por ejemplo 0-9 por 0-7-9, se agregan los arcos 0-7 y 7-9 y se elimina el arco 0-9, por tanto el costo de insertar el vértice 7 entre 0 y 9 es  $11.192$  (de 0 a 7) +  $0.113$  (de 7 a 9) –  $11.29$  (de 0 a 9) =  $0.015$ . Se realiza esta operación para el resto de las posiciones.

$$0.113 \text{ (de 9 a 7)} + 0.167 \text{ (de 7 a 8)} - 0.093 \text{ (de 9 a 8)} = 0.187$$
$$0.167 \text{ (de 8 a 7)} + 11.192 \text{ (de 7 a 0)} - 11.359 \text{ (de 8 a 0)} = 0$$

De estos resultados la posición donde insertar el vértice 7 que genera menos costos es entre 8 y 0. Establecemos el sub-tour como **0-9-8-7-0**.

- Se excluye el vértice 7 del conjunto  $W$ .

*Mientras  $W \neq \emptyset$*  : Aún se procede a iterar nuevamente debido a que existen vértices por insertar a la sub-ruta.

- El vértice que se encuentra más lejos a nuestro sub-tour construido hasta ahora es 4, ya que la distancia más lejana en las filas 0, 9, 8 y 7 corresponde al vértice 4, por tanto  $j = 4$ .
- Evaluamos cada posición donde se pueda insertar:

$$11.181 \text{ (de 0 a 4)} + 0.386 \text{ (de 4 a 9)} - 11.29 \text{ (de 0 a 9)} = 0.277$$
$$0.386 \text{ (de 9 a 4)} + 0.357 \text{ (de 4 a 8)} - 0.093 \text{ (de 9 a 8)} = 0.65$$
$$0.357 \text{ (de 8 a 4)} + 0.313 \text{ (de 4 a 7)} - 0.167 \text{ (de 8 a 7)} = 0.503$$
$$0.313 \text{ (de 7 a 4)} + 11.181 \text{ (de 4 a 0)} - 11.192 \text{ (de 7 a 0)} = 0.302$$

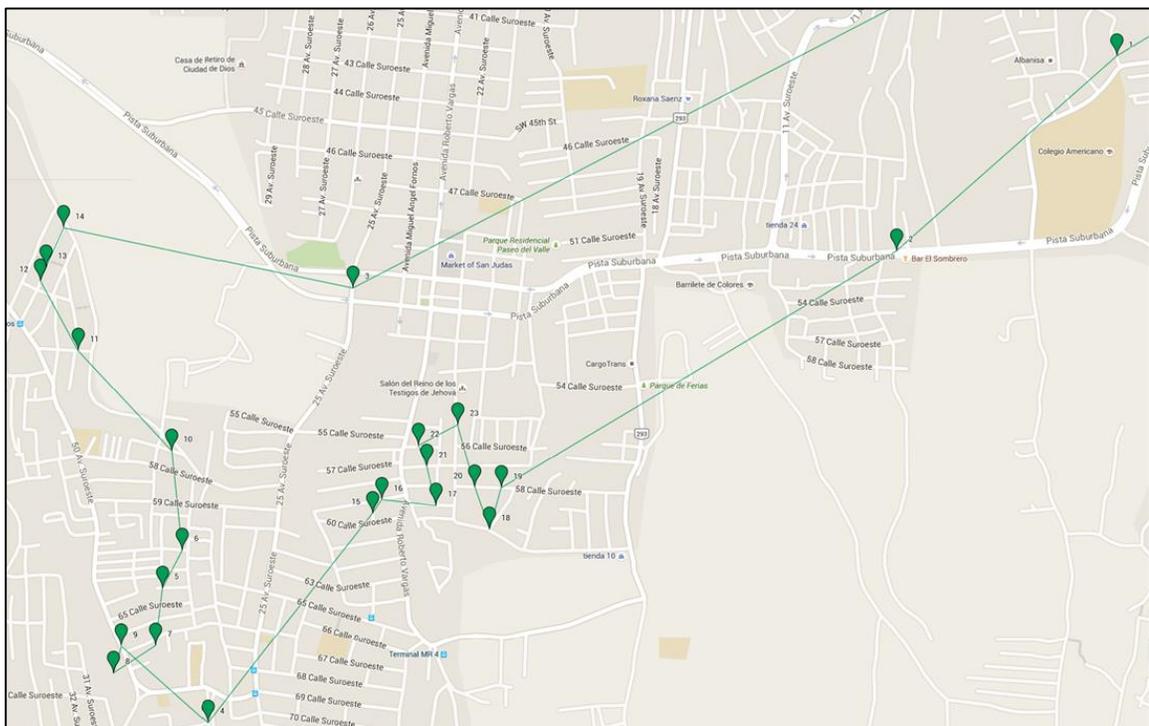
La posición donde insertar el vértice 4 que genera menos costos es entre 0 y 9. Establecemos el sub-tour como **0-4-9-8-7-0**.

- Se excluye el vértice 4 del conjunto  $W$ .

De esta manera se continúa sucesivamente iterando los pasos dentro del bucle *Mientras* hasta que el conjunto de vértices  $W$  esté vacío y se halla incluido todos los vértices. Al finalizar el algoritmo obtenemos la ruta final:

**0-1-2-19-18-20-23-22-21-17-16-15-4-9-8-7-5-6-10-11-12-13-14-3-0**

**Gráfico 15. Ruta de Propuesta 1**



Fuente: Elaboración Propia

Evidentemente, realizar todas las iteraciones y pasos que se requieren para alcanzar la solución final del heurístico de inserción con una instancia de 24 puntos de visita (23 clientes y la empresa), sería muy extenso. Es por esta razón que mediante la programación de los pasos iterativos del algoritmo se obtiene la solución final de esta primera propuesta para cada una de las instancias correspondientes a los vehículos distribuidores.

El algoritmo fue codificado en el lenguaje Python 2.7 en una computadora DELL Inspiron 13z con sistema operativo Windows 8.1 64-bit, memoria RAM de 6.00 GB y procesador Intel Core i3, 1.90 GHz. Los datos de entrada del algoritmo codificado al ser ejecutado, es la matriz de distancia de la instancia que se quiera resolver (ver anexo 4) en un documento de Microsoft Excel guardado como archivo “csv” (valores separados por comas). Los resultados para cada instancia fueron los siguientes:

**Tabla 4.** Resultados de Propuesta 1

Vehículo	Vendedor	Ruta	Distancia (Km)
1	CX02	0-38-39-61-62-56-55-57-58-59-46-45-44-43-42-41-40-49-48-47-54-53-52-51-50-60-2-3-4-5-1-6-7-8-9-10-11-12-13-15-16-17-18-19-14-20-23-21-22-24-28-27-26-25-37-35-36-33-34-30-29-31-32-0	21.5963
	CX08		
2	CX04	0-50-49-48-47-45-46-44-54-55-52-53-51-56-40-39-38-36-41-42-35-37-33-32-34-31-10-9-8-5-7-6-11-16-17-14-15-30-29-28-27-26-25-24-23-22-21-20-19-18-13-12-4-3-2-1-43-57-58-59-0	25.1884
	CX06		
3	CX07	0-1-2-19-18-20-23-22-21-17-16-15-4-9-8-7-5-6-10-11-12-13-14-3-0	25.1845
4	CX05	0-1-2-7-8-6-3-33-4-5-9-10-11-15-16-14-13-12-17-18-19-20-21-22-23-28-29-30-24-25-32-31-26-27-0	35.02

Fuente: Elaboración Propia

### 4.3. PROPUESTA 2: HEURÍSTICA BASADA EN AHORROS

Como segunda propuesta de ruteo se toma en cuenta la heurística basada en ahorros. Este método también se conoce como heurístico de Clarke y Wright y al igual que el heurístico de inserción, se clasifica como un heurístico constructivo.

A continuación se procede a la construcción de la solución de esta heurística ejecutando los 4 pasos mencionados en el marco teórico tomando como ejemplo al igual que en la anterior propuesta, los clientes del vendedor CX08 que visitó el vehículo distribuidor. Los datos de la siguiente descripción se presentan en el anexo 4.

*PASO 1.* Se toma el nodo 0 que representa la Empresa COMIX como el nodo inicial. Por cada nodo restante, las visitas se establecen de ida y vuelta al nodo 0 de la siguiente manera:

**0-1-0**  
**0-2-0**  
**0-3-0**  
**0-4-0**

Así sucesivamente hasta el último nodo 23.

*PASO 2.* Todos los ahorros al unir dos clientes en lugar de realizar dos visitas independientes se calculan con la fórmula de ahorros. Por ejemplo se presentan los ahorros entre los cuatro primeros clientes, sin embargo la matriz de ahorros se extiende hasta los 23 puntos de visita.

**Tabla 5.** Matriz de Ahorros

CLIENTES	1	2	3	4
1	-	14.886	14.839	14.890
2		-	16.640	16.820
3			-	19.695
4				-

Fuente: Elaboración Propia

Se procede a calcular por ejemplificación, el ahorro existente al conectar el nodo 2 con el 3:

$$S_{23} = C_{02} + C_{03} - C_{23}$$

$$S_{23} = 8.411 + 10.037 - 1.808$$

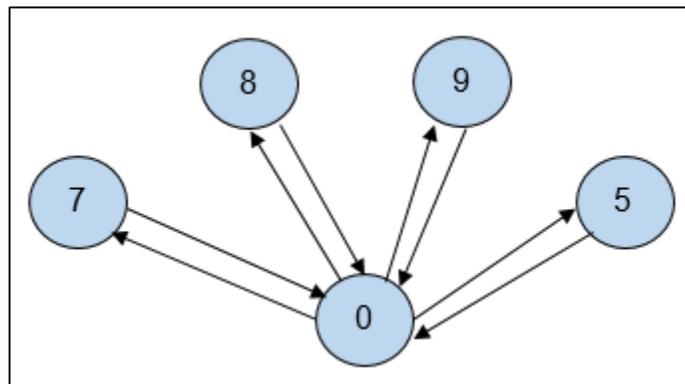
$$S_{23} = 16.640$$

PASO 3. Obteniendo todos los ahorros, se ordenan de mayor a menor. En este caso por ejemplo, los cuatro primeros ahorros ordenando de mayor a menor son los siguientes:

- Al unir nodo 8 y nodo 9: Ahorro de 22.556**
- Al unir nodo 7 y nodo 8: Ahorro de 22.384**
- Al unir nodo 7 y nodo 9: Ahorro de 22.369**
- Al unir nodo 4 y nodo 8: Ahorro de 22.183**
- Al unir nodo 5 y nodo 9: Ahorro de 22.128**

PASO 4. Para ejemplificar la formación de los sub-tours, se realiza las primeras cuatro iteraciones que corresponden a los ahorros del paso anterior. En el gráfico 15 se muestra la inicialización de la ruta que se hizo en el paso 1.

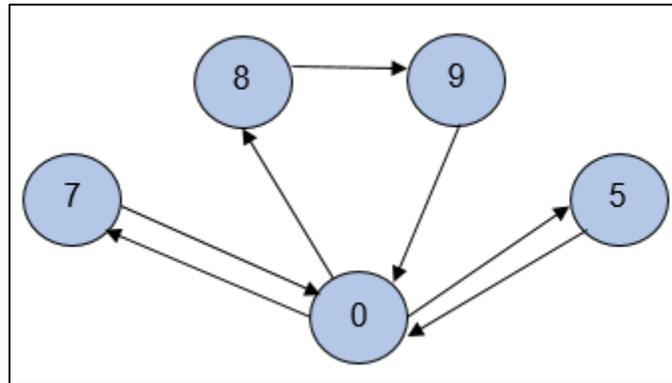
**Gráfico 16.** Inicialización de Algoritmo de Ahorros



Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo al mayor ahorro que es 22.556, se deben conectar los nodos 8 y 9. Esta es la primera iteración para construir la ruta.

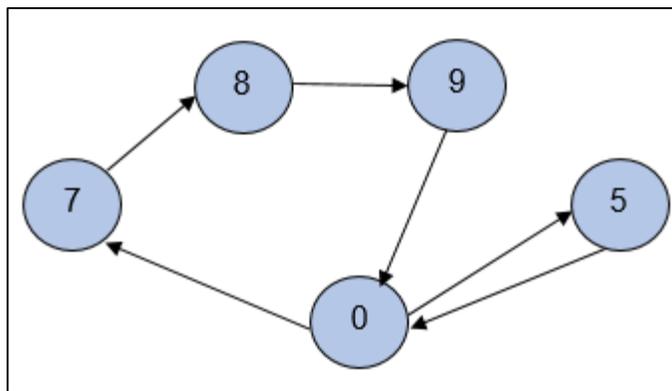
**Gráfico 17.** 1ra. Iteración de Algoritmo de Ahorros



Fuente: Elaboración Propia

El siguiente ahorro es 22.384, por lo tanto se conectan los nodos 7 y 8.

**Gráfico 18.** 2da Iteración de Algoritmo de Ahorros

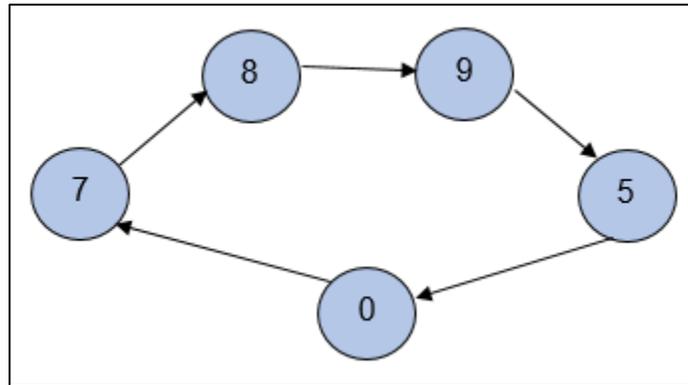


Fuente: Elaboración Propia

Como siguiente ahorro se tiene 22.369 lo cual indica la conexión entre 7 y 9. Sin embargo debido a que estos nodos ya fueron conectados se procede al siguiente ahorro en la lista, 22.183. Este ahorro se aplica al unir los nodos 4 y 8 pero de igual manera, el nodo 8 se encuentra conectado en la ruta, por lo tanto se procede al siguiente ahorro, el cual es 22.128.

Para obtener este ahorro se requiere unir los nodos 5 y 9, por lo que se convierte en la iteración número tres del algoritmo, ya que el nodo 5 no está incluido en la ruta y se puede conectar con el nodo 9.

Gráfico 19. 3ra Iteración de Algoritmo de Ahorros

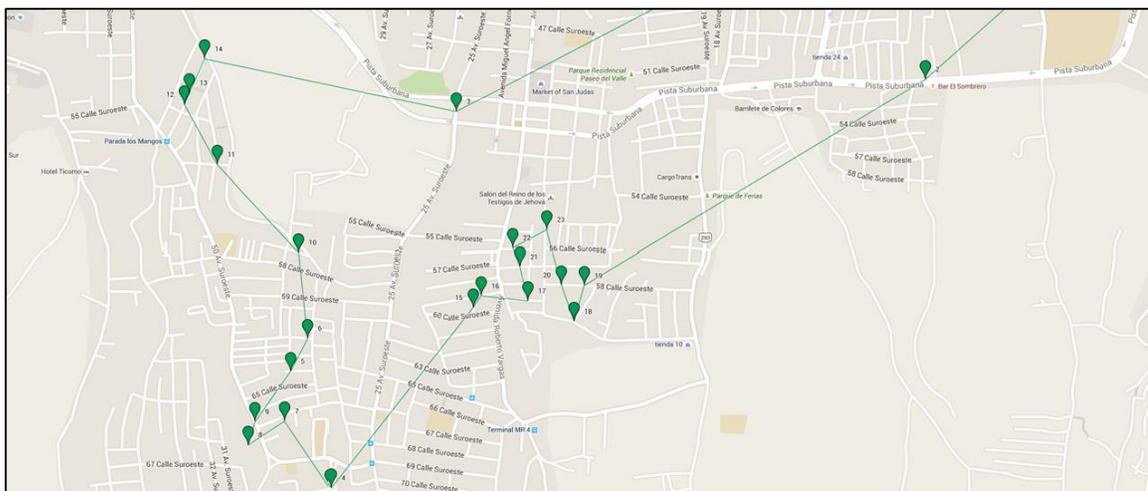


Fuente: Elaboración Propia

Debido a que se tiene un total de 23 clientes, la lista de ahorros ordenada de mayor a menor continúa y se realiza de esta manera sucesivamente las iteraciones hasta que no hallan nodos por conectar. Al finalizar el algoritmo se obtiene la ruta final:

**0-1-2-19-18-20-23-22-21-17-16-15-4-7-8-9-5-6-10-11-12-13-14-3-0**

Gráfico 20. Ruta de Propuesta 2



Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

Las soluciones del heurístico de ahorros para las 4 instancias incluyendo el utilizado como ejemplificación del procedimiento, se obtuvieron mediante la codificación del algoritmo de ahorro en el lenguaje de programación Python 2.7, con los mismos datos de entrada y mismo modelo de computadora descrito anteriormente en la propuesta 1. Los resultados para cada instancia fueron los siguientes:

**Tabla 6.** Resultados de Propuesta 2

Vehículo	Vendedor	Ruta	Distancia (Km)
1	CX02	0-31-32-33-30-34-29-28-27-26-36-35-37-25-24-21-22-19-17-18-20-23-14-16-15-13-12-11-10-4-3-2-5-6-9-8-7-1-60-54-53-51-50-52-49-40-41-42-43-44-45-48-47-46-59-58-57-55-56-62-61-39-38-0	21.7923
	CX08		
2	CX04	0-50-56-51-40-39-52-53-49-48-47-55-54-44-45-46-1-2-3-4-12-13-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-15-14-17-16-11-6-7-5-8-9-10-31-34-32-33-38-37-36-35-42-41-43-57-58-59-0	25.3375
	CX06		
3	CX07	0-1-2-19-18-20-23-22-21-17-16-15-4-7-8-9-5-6-10-11-12-13-14-3-0	25.1555
4	CX05	0-31-32-25-24-23-28-29-30-22-21-20-18-16-15-14-17-19-11-10-9-5-4-33-3-6-12-13-26-27-8-7-2-1-0	35.9592

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.4. PROPUESTA 3: METAHEURÍSTICA DE BÚSQUEDA POR ENTORNOS VARIABLES REDUCIDA (RVNS)

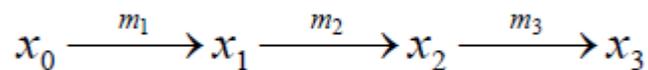
Retomando de la definición de los métodos metaheurísticos; estos modelos consisten en mejorar estratégicamente los procedimientos de las heurísticas. De tal forma que como siguiente propuesta a considerar se desarrolla una metaheurística que su diseño guía de forma más inteligente y eficiente a los métodos heurísticos de búsqueda local.

Los procedimientos de búsqueda local a como lo describe Martí Cunquero, se basan en explorar el entorno o vecindad de una solución. Utilizan una operación básica llamada movimiento que, aplicada sobre los diferentes elementos de una solución, proporciona las soluciones de su entorno. De esta manera, se puede definir de manera formal en qué consisten las soluciones del entorno de alguna solución  $x$ :

**Definición:** Dada una solución  $x$ , cada solución de su entorno  $x' \in N(x)$ , puede obtenerse directamente a partir de  $x$  mediante una operación llamada movimiento.” (Martí Cunquero)

Como establece Martí Cunquero; un procedimiento de búsqueda local, parte de una solución inicial  $x_0$ , calcula su entorno  $N(x_0)$  y escoge una nueva solución  $x_1$  en él. Dicho de otro modo, realiza el movimiento  $m_1$  que aplicado a  $x_0$  da como resultado  $x_1$ . Este proceso puede ser aplicado reiteradamente tal y como muestra el gráfico siguiente:

**Gráfico 21.** Procedimiento de Búsqueda Local



Fuente: (Martí Cunquero)

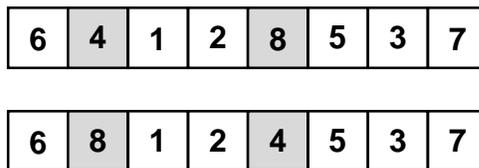
La operación llamada movimiento no es más que una perturbación que se efectúa a una solución, donde simplemente se cambia a otra solución moviendo de

posición algunos de sus nodos (en este caso representan clientes) lo cual origina una nueva solución.

Los operadores de movimiento que se utilizan para el actual modelo metaheurístico son: “Swap”, “Inverse” y “Or-Opt”. Cada uno es descrito a continuación junto con su respectiva ilustración de su funcionamiento.

**SWAP:** Cambia de posición 2 clientes que se encuentren en la ruta. Swap es un caso especial del operador de movimiento 4-Opt debido a que 4 arcos son eliminados. Es una simple transformación que propicia perturbaciones moderadas en el entorno. Ha sido demostrado que cuando es usado primero antes que otros operadores proporciona buenos resultados. Sin embargo se ha probado ampliamente en la literatura como el peor de entre los pequeños operadores de movimiento (Delgado Sobrino & Moravsik, 2010).

**Gráfico 22.** Operador de Movimiento Swap



Fuente: Elaboración Propia

**INVERSE:** 2 arcos no adyacentes se eliminan en la ruta; luego se añaden otros 2 arcos que no sigan el mismo camino con el que se eliminaron los cruces. Otra manera de describirlo es cuando una cadena de clientes es invertida. Es también un operador simple, el cual su objetivo es eliminar cruces, por lo tanto es mejor de aplicar cuando la solución contiene muchos de estos. Inverse implica un tiempo de procesamiento aceptable y una de las secuencias es invertida. Genera una diversificación moderada y su uso es más efectivo cuando la solución inicial es generada aleatoriamente y también puede ser utilizado cuando no lo es. Es el mejor de los operadores de movimiento pequeños cuando el hardware y el tiempo no son suficientes (Delgado Sobrino & Moravsik, 2010). Este operador de movimiento es principalmente nombrado como 2-Opt.

**Gráfico 23.** Operador de Movimiento Inverse

6	4	1	2	8	5	3	7
---	---	---	---	---	---	---	---

6	4	5	8	2	1	3	7
---	---	---	---	---	---	---	---

Fuente: Elaboración Propia

**OR-OPT:** Mueve una cadena de clientes consecutivos de longitud  $n \leq 3$  hacia otra posición en la ruta. Es uno de los más efectivos y rápidos operadores y su uso ha demostrado ser efectivo cuando la solución inicial es o no generada aleatoriamente. No obstante su combinación con 2-Opt es más efectiva y fácil. Se sugiere ser aplicado bajo el criterio del primer mejor movimiento aceptado y su secuencia de clientes puede ser invertida (Delgado Sobrino & Moravsik, 2010).

**Gráfico 24.** Operador de Movimiento Or-Opt (n=2)

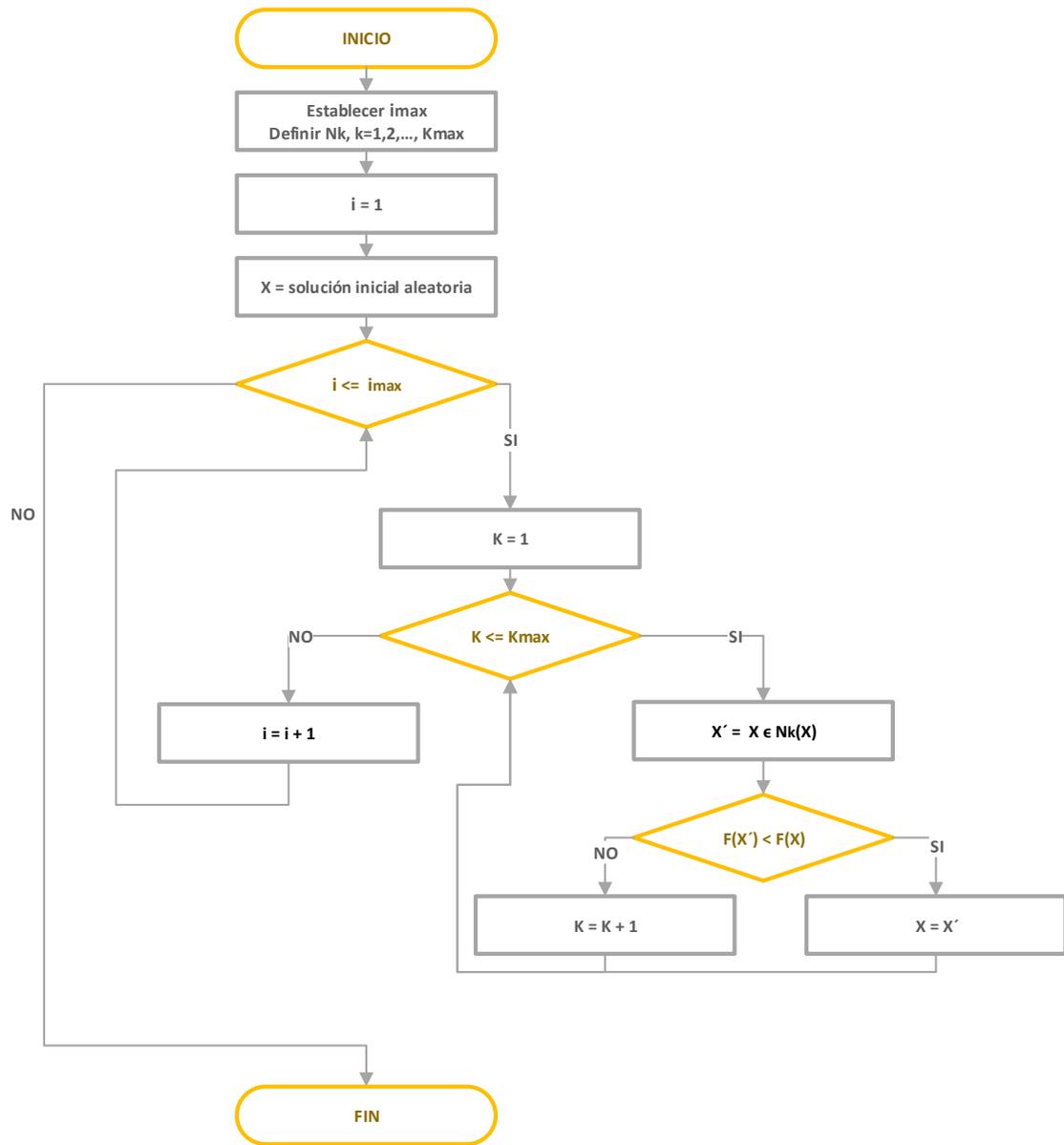
6	4	1	2	8	5	3	7
---	---	---	---	---	---	---	---

6	4	5	3	1	2	8	7
---	---	---	---	---	---	---	---

Fuente: Elaboración Propia

Para ilustrar de mejor manera el funcionamiento de esta metaheurística, se presenta el flujograma del pseudocódigo mencionado en el marco teórico a continuación.

**Gráfico 25.** Diagrama de Flujo de Metaheurística RVNS



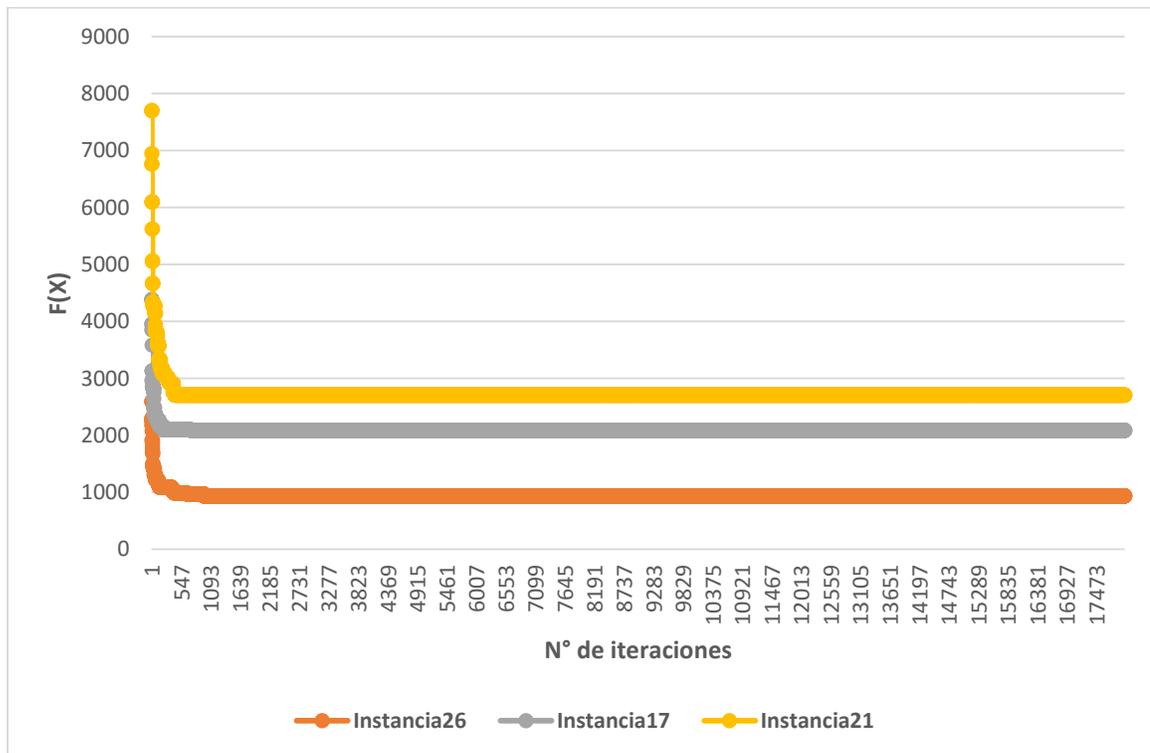
Fuente: Elaboración Propia

Se puede observar que el procedimiento de búsqueda depende de la cantidad de iteraciones que se considere establecer en el algoritmo y la cantidad de estructuras de entorno. Es por esto que son los dos parámetros que se analizan para obtener un algoritmo más eficiente en cuanto al tiempo necesario para alcanzar la mejor respuesta encontrada.

#### 4.4.1. PARAMETRIZACIÓN DEL RVNS

El número de iteraciones apropiado para una instancia dependerá evidentemente del tamaño de esta. Es por esto que el análisis conlleva instancias con tamaños diferentes clasificadas en instancias pequeñas (menor a 30 nodos), medianas (entre 30 y 80) y grandes (mayor a 80). Las instancias utilizadas fueron obtenidas de TSPLIB<sup>1</sup> y fueron resueltas con el algoritmo RVNS codificado en Python 2.7 de la misma forma que en las propuestas 1 y 2, con los operadores de movimiento Inverse y Or-Opt, que es la combinación que brinda mejores resultados. Además del habitual algoritmo RVNS que inicia con una solución aleatoria, se toma en cuenta también el RVNS proporcionándole una solución inicial proveniente del algoritmo heurístico con mejores resultados, el cual es el heurístico de inserción.

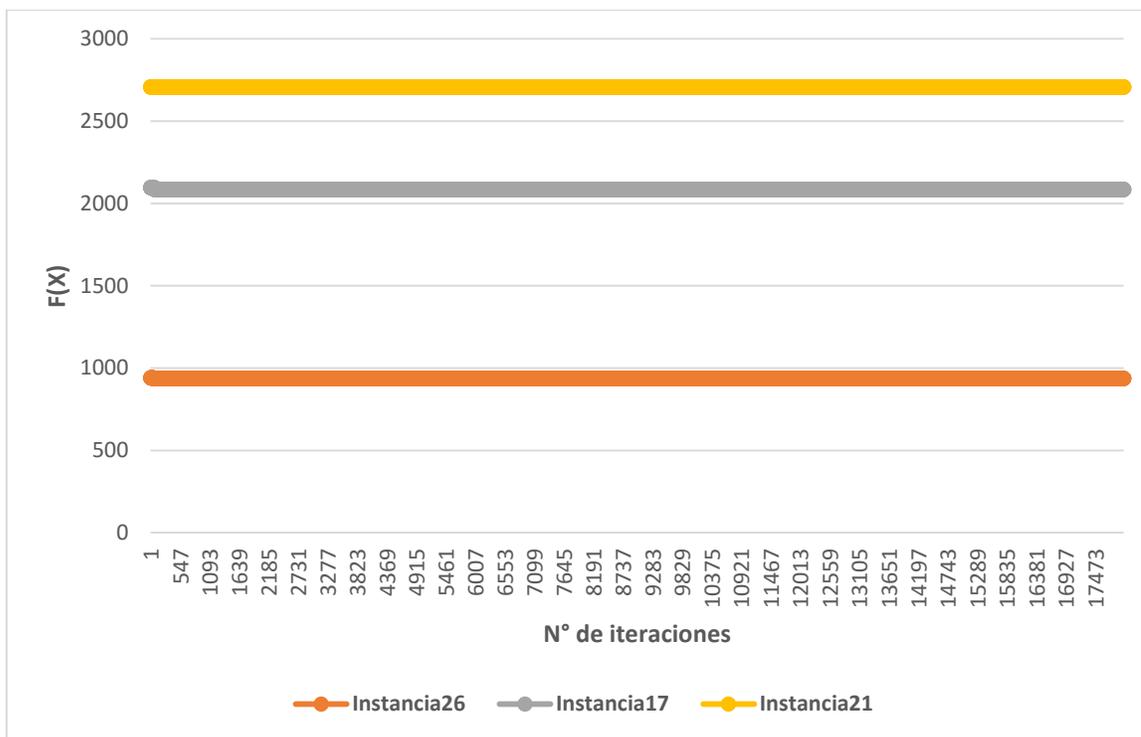
**Gráfico 26.** Instancias Pequeñas con Solución Inicial Aleatoria



Fuente: Elaboración Propia

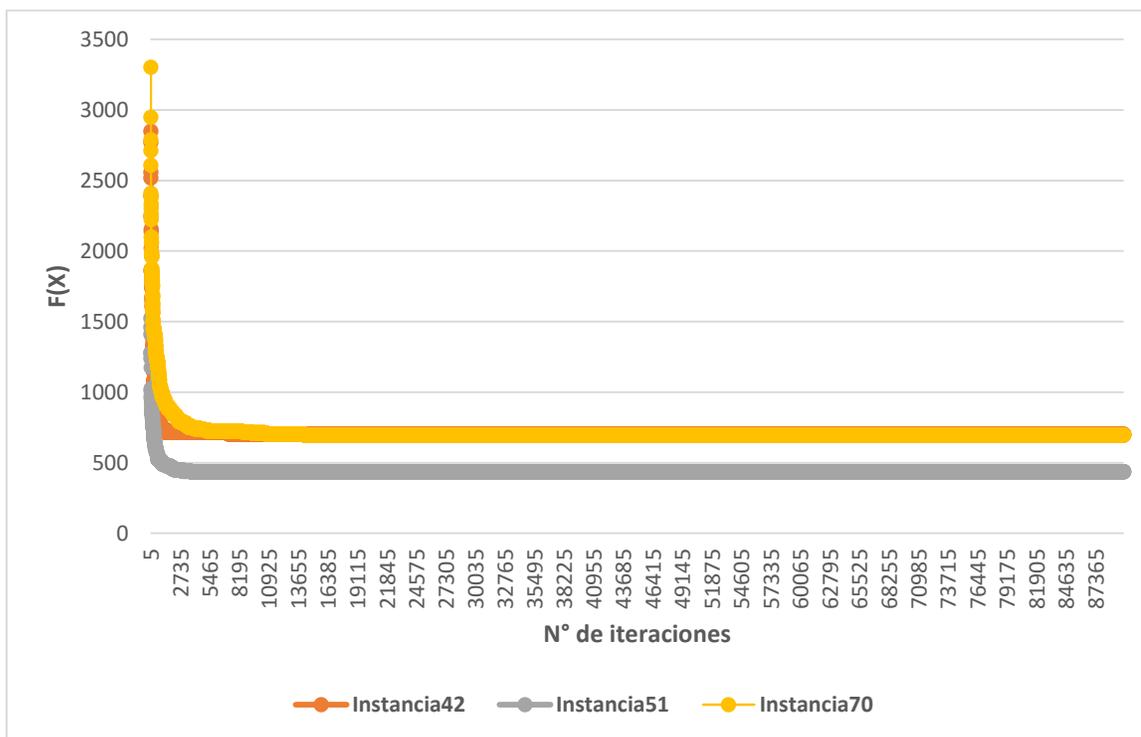
<sup>1</sup> "TSPLIB es un librería de instancias de muestra para el TSP (y problemas relacionados) de varias fuentes y de varios tipos". <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>

**Gráfico 27.** Instancias Pequeñas con Solución Inicial Heurística



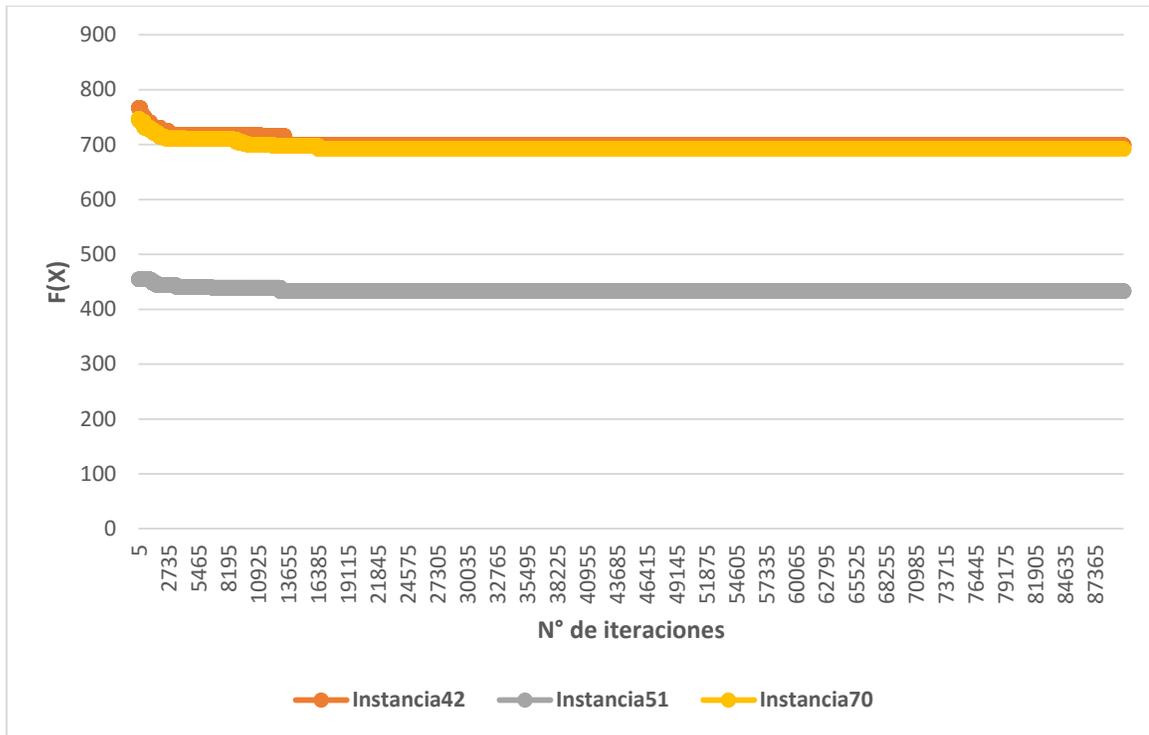
Fuente: Elaboración Propia

**Gráfico 28.** Instancias Medianas con Solución Inicial Aleatoria



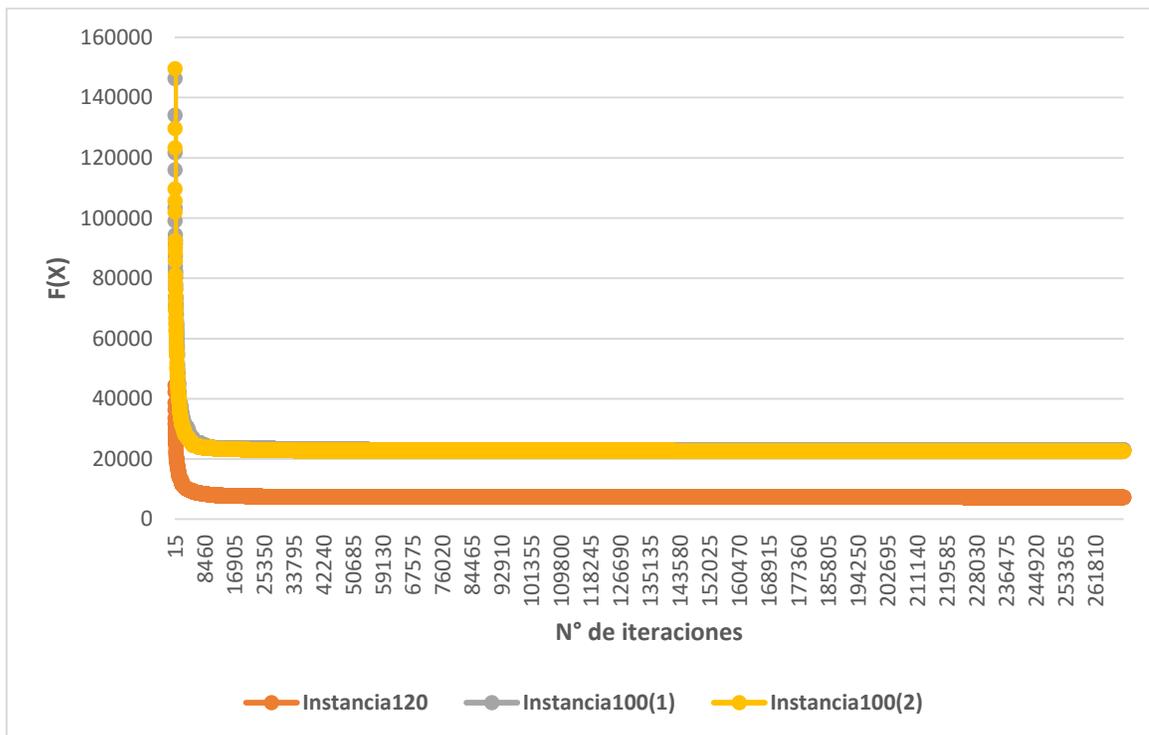
Fuente: Elaboración Propia

**Gráfico 29.** Instancias Medianas con Solución Inicial Heurística



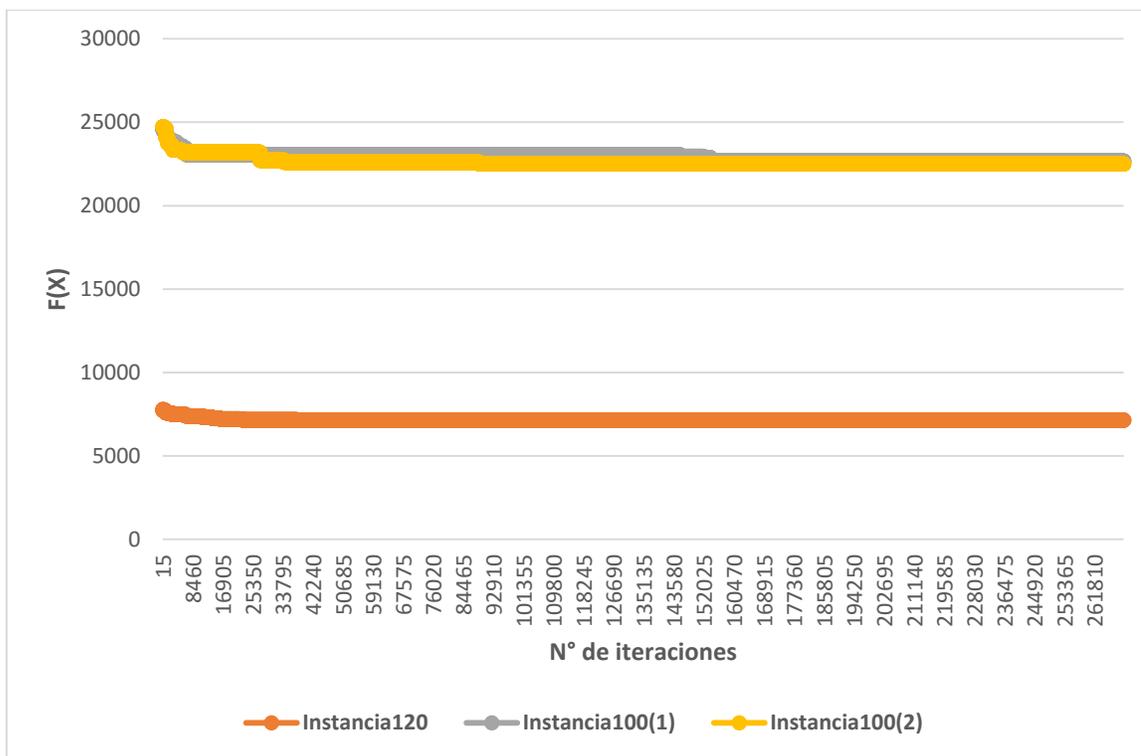
Fuente: Elaboración Propia

**Gráfico 30.** Instancias Grandes con Solución Inicial Aleatoria



Fuente: Elaboración Propia

**Gráfico 31.** Instancias Grandes con Solución Inicial Heurística



Fuente: Elaboración Propia

De las gráficas anteriores se identifica el número de iteraciones con las que las instancias convergen hacia una respuesta sin encontrar alguna otra mejora en la búsqueda. En el caso del RVNS dada una solución inicial heurística, se identifican el número de iteraciones en las cuales alcanzó la mejor solución brindada por el RVNS con solución inicial aleatoria. La tabla 7 muestra estos resultados.

**Tabla 7.** Número Adecuado de Iteraciones por Tamaño de Instancias

Instancias	Solución inicial Aleatoria	Solución Inicial Heurística
Pequeñas	1200	100
Medianas	15000	13400
Grandes	60000	34500

Fuente: Elaboración Propia

“La comunidad de la Metaheurística ha alcanzado un claro convencimiento de la necesidad de aplicar técnicas estadísticas para validar los avances conseguidos” (Moreno Pérez, Campos Rodríguez, & Laguna, 2007).

Usualmente cuando se propone un nuevo algoritmo metaheurístico o una versión de un algoritmo ya conocido, o se introduce un componente, se debe realizar la hipótesis de que tal desarrollo mejora el rendimiento de los algoritmos previamente existentes (Moreno Pérez et. al., 2007).

En el contexto actual del estudio experimental del rendimiento de las diferentes combinaciones de operadores de movimiento en el RVNS, se tienen las siguientes hipótesis (Moreno Pérez et. al.):

**Hipótesis Nula ( $H_0$ ):** No existe diferencia significativa entre la nueva combinación de estructuras de entornos que se propone, con respecto a la combinación ya conocida anteriormente.

**Hipótesis Alternativa ( $H_1$ ):** Existe diferencia significativa entre la nueva combinación de estructuras de entornos que se propone, con respecto a la combinación ya conocida anteriormente.

Se hace uso de pruebas estadísticas no paramétricas para determinar “...si las diferencias observadas pueden atribuirse al azar o son evidencia suficiente de una diferencia real en el rendimiento de los algoritmos” (Moreno Pérez et.al.). La prueba estadística no paramétrica que se aplica es la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon, la cual es la alternativa no paramétrica al test de la t de Student para casos emparejados. Sus criterios de aceptación se presentan en la Tabla 8.

**Tabla 8.** Criterios de Aceptación de Prueba Wilcoxon

Criterio	Decisión
P-valor > nivel de significancia	Se acepta $H_0$
P-valor < nivel de significancia	Se rechaza $H_0$

Fuente: Elaboración Propia

La aplicación del test se realiza en base a diferentes soluciones de la muestra de las 9 instancias del TSPLIB con diferentes combinaciones de las 3 estructuras de entornos. Como los movimientos que realiza el RVNS son aleatorios, para que las comparaciones entre los datos emparejados sean de forma más equitativa se establece en el algoritmo la misma semilla. Moreno Pérez et. al. en el capítulo IV abarca con más detalles las comparaciones entre dos algoritmos y específicamente en el inciso B de ese mismo capítulo ejemplifica el test de Wilcoxon.

En la Tabla 9 se presentan los resultados de las pruebas de Wilcoxon con un nivel de confianza del 95% para determinar si existe alguna diferencia significativa en el orden de los operadores de movimiento por cada pareja.

Debido a que el P-valor de cada una de las pruebas realizadas es mayor que el 5% se acepta la hipótesis nula de que no existe alguna diferencia significativa. Por ejemplificar, no hay diferencia significativa en el rendimiento del algoritmo si se establece la estructura de entorno Swap seguida de Inverse, comparado con Inverse en primer lugar seguido del operador Swap.

**Tabla 9.** Prueba Wilcoxon del Orden de las Estructuras de Entorno

	<b>Swap-Inverse</b>	<b>Swap-Or Opt</b>	<b>Inverse-Or Opt</b>
	<b>Inverse-Swap</b>	<b>Or Opt-Swap</b>	<b>Or Opt-Inverse</b>
<b>Z</b>	-0.105	-0.415	-0.415
<b>P-valor</b>	0.917	0.678	0.678

Fuente: Obtenido de SPSS 15

En la Tabla 10 se muestran los resultados de comparar las diferentes combinaciones de las estructuras de entorno. De estos resultados se concluye que no existe diferencia significativa en el rendimiento del RVNS entre utilizar la combinación Inverse-Or Opt o Swap-Inverse. Por otra parte existe una diferencia significativa entre utilizar los operadores Inverse-Or Opt y Swap-Or Opt debido a que el P-valor es menor al 5%. De la misma manera hay diferencia significativa al utilizar en el algoritmo RVNS los operadores Swap-Inverse y Swap-Or Opt.

**Tabla 10.** Prueba Wilcoxon de Estructuras de Entorno Emparejadas

	Inverse-Or Opt Swap-Inverse	Inverse-Or Opt Swap-Or Opt	Swap-Inverse Swap-Or Opt
<b>Z</b>	-1.270	-2.666	-2.666
<b>P-valor</b>	0.204	0.008	0.008

Fuente: Obtenido de SPSS 15

#### 4.4.2. RVNS CON SOLUCIÓN INICIAL ALEATORIA

Una parte muy importante del metaheurístico RVNS es el punto de partida de la búsqueda. Como se puede observar en el diagrama de flujo del gráfico 25 mostrado anteriormente, este método consiste en generar una solución inicial aleatoria. A consecuencia de esto, el RVNS puede comenzar su búsqueda de la mejor solución a partir de una solución muy alejada del óptimo o bien podría ser lo contrario.

Las instancias de la Empresa COMIX consisten de una instancia pequeña de 23 nodos; y también de tres instancias medianas, una de 33, de 62 y otra de 59 nodos. Para la instancia pequeña se establece en el algoritmo el máximo de iteraciones como 1200 y para el caso de las instancias medianas un máximo de iteraciones de 15000. Esto conforme a lo mostrado en la Tabla 7. Por lo que se refiere a las estructuras de entorno, se establece la combinación que proporciona los mejores resultados; Inverse seguido de Or-Opt.

Los resultados obtenidos de la aplicación del modelo metaheurístico que se codificó en Python 2.7 con solución inicial aleatoria (con los mismos datos de entrada y mismo modelo de computadora descrito anteriormente en las propuestas 1 y 2) en las instancias de la Empresa COMIX por cada vehículo distribuidor se presentan en la Tabla 11.

**Tabla 11.** Resultados de Propuesta 3 con Solución Aleatoria

Vehículo	Vendedor	Ruta	Distancia (Km)
1	CX02	0-38-39-61-62-56-55-57-58-59-47-46-45-44-43-42-41-48-40-49-52-53-54-51-50-60-36-35-37-25-24-22-21-4-3-2-5-6-1-7-8-9-10-11-12-13-15-16-17-18-20-14-23-19-29-28-27-26-34-33-30-31-32-0	21.2947
	CX08		
2	CX04	0-58-59-1-2-3-4-12-13-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-15-14-17-16-11-6-7-5-8-9-10-31-34-32-33-38-55-54-44-46-45-47-48-49-53-52-51-50-56-40-39-36-37-35-42-41-43-57-0	24.7569
	CX06		
3	CX07	0-1-2-23-22-21-20-19-18-17-16-15-4-8-9-7-5-6-10-11-12-13-14-3-0	25.0944
4	CX05	0-7-8-13-12-27-26-22-28-29-30-31-32-25-24-23-21-20-19-18-17-14-16-15-11-10-9-6-5-4-33-3-2-1-0	34.4416

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.4.3. RVNS CON SOLUCIÓN INICIAL HEURÍSTICA

Entre las propuestas 1 y 2 resueltas, el heurístico de inserción en la mayoría de veces da los mejores resultados como se ha mencionado anteriormente. Es por esto que se elige combinar con el RVNS de tal manera que este comience la búsqueda de la mejor solución a partir de la solución brindada por el heurístico de inserción. Se establece el mismo criterio de iteraciones y estructuras de entorno que en el caso de solución inicial aleatoria.

Los resultados obtenidos de la aplicación del modelo metaheurístico que se codificó en Python 2.7 con solución inicial heurística (con los mismos datos de entrada y mismo modelo de computadora descrito anteriormente en las propuestas 1 y 2) en las instancias de la Empresa COMIX por cada vehículo distribuidor se presentan en la Tabla 12.

**Tabla 12.** Resultados de Propuesta 3 con Solución Inicial Heurística

Vehículo	Vendedor	Ruta	Distancia (Km)
1	CX02	0-38-39-61-62-56-55-57-58-59-46-45-44-43-42-41-40-49-48-47-52-53-54-51-50-60-2-3-4-5-6-1-7-8-9-10-11-12-13-14-23-20-15-16-17-18-19-29-22-21-24-28-27-26-25-37-35-36-33-34-30-31-32-0	21.3827
	CX08		
2	CX04	0-50-49-48-47-45-46-44-54-55-52-53-51-56-40-39-38-33-32-34-31-10-9-8-5-7-6-11-16-17-14-15-30-29-28-27-26-25-24-23-22-21-20-19-18-13-12-4-3-2-1-37-36-35-42-41-43-57-58-59-0	24.9152
	CX06		
3	CX07	0-1-2-19-18-20-23-22-21-17-16-15-4-8-9-7-5-6-10-11-12-13-14-3-0	25.1017
4	CX05	0-1-2-7-8-6-3-33-4-5-9-10-11-15-16-14-13-12-17-18-19-20-21-23-24-25-32-31-30-29-28-22-26-27-0	34.8638

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.4.4. RESULTADOS COMPARATIVOS DEL RVNS

En las gráficas 27, 29 y 31 mostradas anteriormente se logra observar como la función objetivo disminuye más rápidamente partiendo de la solución inicial heurística. Por lo tanto para realizar la comparación entre el RVNS con solución inicial aleatoria y el RVNS con solución inicial heurística se toma en cuenta no solo los resultados a los que llegan cada una al finalizar el algoritmo; sino que también se considera el tiempo que toma en llegar a esa solución.

En la codificación del algoritmo RVNS con solución inicial aleatoria y RVNS con solución inicial heurística se procede a agregar las líneas de código necesarias que devuelven el tiempo de CPU transcurrido desde que comienza la iteración 1 hasta que se encuentra la mejor solución proporcionada por el metaheurístico. La Tabla 13 muestra los resultados.

**Tabla 13.** Comparación de Tiempo de CPU

Vehículo	RVNS con Solución Aleatoria		RVNS con Solución Heurística	
	<i>Distancia (km)</i>	<i>Tiempo CPU (s)</i>	<i>Distancia (km)</i>	<i>Tiempo CPU (s)</i>
<b>1</b>	21.2947	7.23	21.3827	6.68
<b>2</b>	24.7569	6	24.9152	0.52
<b>3</b>	25.0944	0.24	25.1017	0.01
<b>4</b>	34.4416	1.46	34.8638	1.11

Fuente: Elaboración Propia

De los resultados mostrados en la Tabla 13 se concluye que cuando a la metaheurística RVNS se le proporciona la solución inicial del heurístico de inserción logra alcanzar la mejor solución encontrada en un tiempo más corto que cuando el RVNS inicia la búsqueda con soluciones aleatorias.

Por otra parte, cuando la solución inicial se genera aleatoriamente, la metaheurística RVNS proporciona una mejor solución que si inicia la búsqueda con una solución heurística.

Debido a que se considera que la diferencia de tiempo entre las dos formas del RVNS no es significativa, se toma en cuenta para la propuesta 3 los resultados proporcionados por la metaheurística original del RVNS con solución aleatoria.

## CAPÍTULO 5. EVALUACIÓN DE RESULTADOS

### 5.1. ANÁLISIS COMPARATIVO DE PROPUESTAS DE RUTEO

Antes de contrastar la situación actual del ruteo de los vehículos en la que se encuentra la Empresa COMIX, se comparan los resultados de las 3 propuestas efectuadas. Retomando las distancias obtenidas por cada vehículo en los 3 métodos, se elabora la siguiente Tabla 14 que resume esta información.

**Tabla 14.** Comparación de Recorridos entre Propuestas

Propuesta	Distancia Total Recorrida (KM)			
	Vehículo 1	Vehículo 2	Vehículo 3	Vehículo 4
<b>Heurística de Inserción</b>	21.5963	25.1884	25.1845	35.02
<b>Heurística de Ahorros</b>	21.7923	25.3375	25.1555	35.9592
<b>Metaheurística RVNS</b>	21.2947	24.7569	25.0944	34.4416

Fuente: Elaboración Propia

De esta tabla se puede observar que la propuesta 3, que consiste en el modelo del metaheurístico RVNS, es el que genera los tours más cortos en los 4 vehículos distribuidores de la empresa. Es por esto que es la propuesta seleccionada como la más apropiada para compararla con la situación actual y que se pretende que proporcione los mayores ahorros.

La diferencia representada en porcentajes entre las 3 propuestas se realizó sumando las distancias de los 4 vehículos en cada uno de los métodos. Luego mediante la siguiente fórmula de porcentaje se calcula la diferencia entre cada uno de los métodos:

$$\frac{\text{Método}_1 - \text{Método}_2}{\text{Método}_2}$$

En la Tabla 15 se presentan las diferencias positivas (mejora) en color verde y lo opuesto ocurre con el otro color.

**Tabla 15.** Comparación Porcentual entre Propuestas

Propuesta	Heurística de Inserción	Heurística de Ahorros	Metaheurística RVNS
Heurística de Inserción	-	1.16%	1.33%
Heurística de Ahorros	1.17%	-	2.52%
Metaheurística RVNS	1.31%	2.45%	-

Fuente: Elaboración Propia

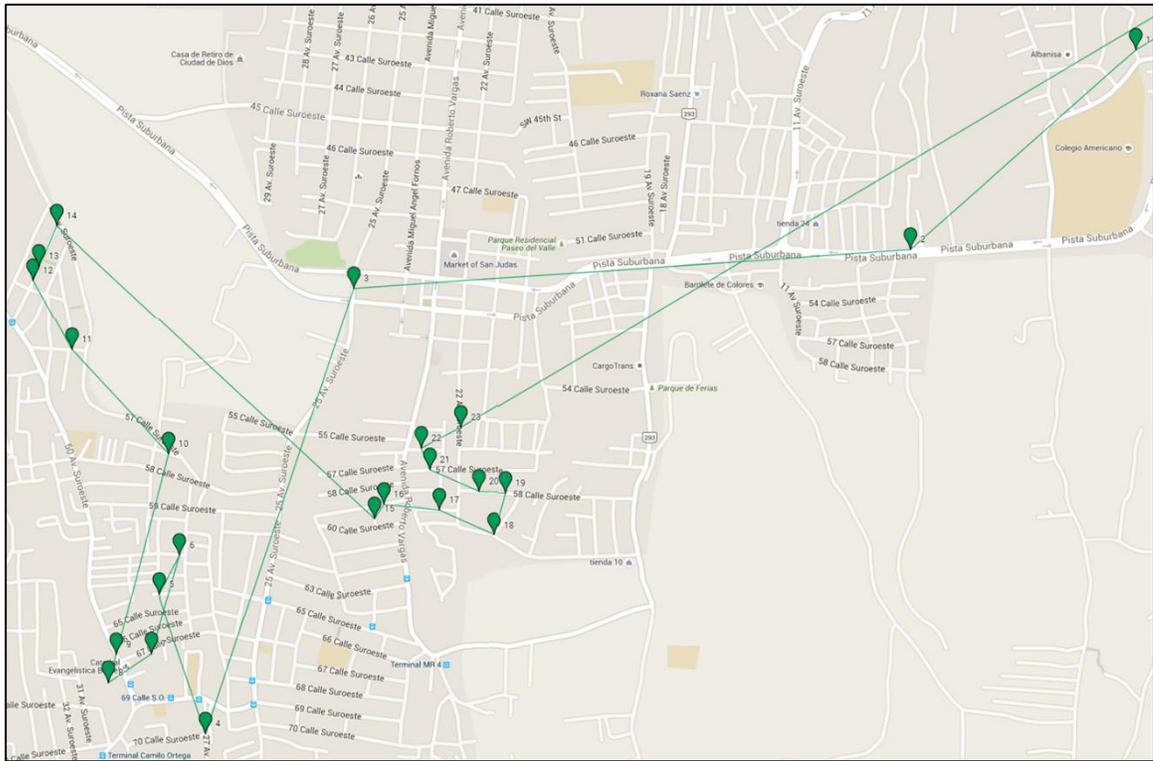
De los resultados mostrados se concluye no solo que la metaheurística RVNS es la más efectiva, sino que también en segundo lugar se encuentra la heurística de inserción como método con mejores resultados sobre la heurística de ahorros. Es por esta razón que se selecciona como la mejor solución dentro de los modelos heurísticos empleados en este estudio.

## 5.2. ANÁLISIS DE COSTOS DE TRANSPORTE

Actualmente la distribución en COMIX se realiza empíricamente y mediante la experiencia de los transportistas a como se ha descrito a lo largo del estudio. En el día de distribución abarcado en la investigación de campo, se obtuvieron las secuencias de visitas que cada vehículo distribuidor realizó. La secuencia de visita de los clientes son las que se muestran en la última columna de las tablas del anexo 3.

Con las matrices de distancias construidas en el anexo 4 se suman las distancias siguiendo la secuencia de visitas actuales en la empresa para lograr obtener la distancia recorrida por cada vehículo distribuidor. Para ejemplificar los recorridos actuales que efectúan los transportistas, se presenta el recorrido del vehículo número 3 que corresponde distribuir los productos Unilever vendidos por el vendedor CX07. Seguido de esto en la Tabla 16 se encuentran los resultados del recorrido actual de los 4 vehículos de COMIX.

Gráfico 32. Ruta Actual del Vehículo 3



Fuente: Elaboración Propia en Google Maps

Tabla 16. Recorrido Actual de Vehículos

Vendedor	Vehículo	Distancia (Km)
CX02	1	24.7532
CX08		
CX04	2	27.7719
CX06		
CX07	3	26.9569
CX05	4	37.6631
<b>Total Distancia Recorrida</b>		<b>117.1451</b>

Fuente: Elaboración Propia

En base a los recorridos actuales que se realizan en la empresa, se cuantifican los ahorros de transporte que pueden llegar a generar la aplicación de métodos de solución al TSP tomando como parámetro la distancia recorrida.

En la tabla 17 se encuentran los ahorros en porcentajes que se obtienen al aplicar el método propuesto en comparación con hacer el recorrido actual de la Empresa COMIX.

**Tabla 17.** Ahorros de la Propuesta de Ruteo

<b>Vehículo</b>	<b>Distancia Actual (km)</b>	<b>Distancia de Propuesta (km)</b>	<b>Diferencia</b>	<b>% de Ahorro</b>
<b>1</b>	24.7532	21.2947	3.4585	14%
<b>2</b>	27.7719	24.7569	3.015	11%
<b>3</b>	26.9569	25.0944	1.8625	7%
<b>4</b>	37.6631	34.4416	3.2215	9%
<b>TOTAL</b>	117.1451	105.5876	11.5575	10%

Fuente: Elaboración Propia

De esta tabla es importante notar que el metaheurístico RVNS proporciona mayores ahorros a medida que aumenta el tamaño de la instancia. Es por esto que como la mayor cantidad de visita de clientes los efectúa el vehículo 1, es en esta instancia donde se genera el mayor ahorro del 14%, seguido por el vehículo 2 con ahorro del 11%. En el caso de los vehículos que cubren los clientes de un solo vendedor, se obtuvieron los menores ahorros del 7% y el 9% en los vehículos 3 y 4 respectivamente.

Los ahorros en kilometrajes son proporcionales a aumentar los ahorros en combustible, costos de mantenimiento, así como la depreciación del vehículo y el ahorro en compras de repuestos y conservación de las llantas, entre otros asociadas a estos.

## CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 6.1. CONCLUSIÓN

Como conclusiones finales del estudio monográfico, se tiene en primer lugar que se identificaron todos los sitios de entrega que los vehículos distribuidores de los productos Unilever de la Empresa COMIX visitan durante el tiempo programado en la metodología de esta investigación; ubicándose geográficamente mediante sus coordenadas de latitud y longitud en una serie de mapas para una agradable visualización.

Se aplicaron tres métodos de solución al Problema del Agente Viajero, entre ellos 2 modelos heurísticos y un modelo metaheurístico, aplicados al sistema de distribución que posee actualmente la Empresa COMIX. De estos 3 métodos, el modelo metaheurístico presentó los mayores ahorros producto del estudio comparativo realizado, seleccionándolo como el método más adecuado para contrastarlo frente a la situación actual de la empresa.

Las mejoras que ofrece el modelo metaheurístico propuesto en comparación a la situación actual de la empresa, fue cuantificada mediante el parámetro de las distancias recorridas por vehículo distribuidor. De esto resultó que al aplicar el metaheurístico RVNS se alcanzó un ahorro del 10% en las distancias recorridas, lo que relativamente conlleva a la disminución de costos de transporte para la empresa en el área de distribución.

## 6.2. RECOMENDACIONES

De acuerdo a las conclusiones hechas del presente estudio monográfico en la Empresa COMIX, se proponen algunas recomendaciones para optimizar el sistema logístico. De acuerdo a la distribución de los productos:

- Se recomienda aplicar el método propuesto con la mejor solución en este estudio, siendo la metaheurística RVNS, dicho método se debe implementar para realizar y planear el diseño de las rutas de distribución bajo las cuales deben regirse los vehículos distribuidores de COMIX para la entrega de los productos Unilever en la ciudad de Managua; esto con el fin de no incurrir en costos innecesarios a los que esta sujeto el ruteo de forma empírica la cual se puede encontrar lejos de la secuencia optima del ruteo.
- La asignación de los vehículos distribuidores a los vendedores, se debe establecer en base al número de puntos de visita y la demanda en cada una de las zonas. De esta manera se optimizará la capacidad de los vehículos y existirá una asignación vehículo-vendedor más adecuada.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ballou, R. H. (2004). *Logística Administración de la Cadena de Suministro*. México: Pearson Educación.
- Cook, W. (Enero de 2007). *History of the TSP*. Obtenido de The Travelling Salesman Problem: <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/history/index.html>
- de Miguel, A. S., Ledezma Espino, A., Iglesias Martínez, J. A., García Jiménez, B., & Alonso Weber, J. M. (1 de Febrero de 2012). *Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales (2012)*. Obtenido de OCW - UC3M: <http://ocw.uc3m.es/ingenieria-informatica/teoria-de-automatas-y-lenguajes-formales/material-de-clase-1/tema-8-complejidad-computacional>
- Delgado Sobrino, D. R., & Moravsik, O. (20-22 de Octubre de 2010). *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2010*. Obtenido de International Association of Engineers: [http://www.iaeng.org/publication/WCECS2010/WCECS2010\\_pp113-119.pdf](http://www.iaeng.org/publication/WCECS2010/WCECS2010_pp113-119.pdf)
- González Valverde, J. L., & Ríos Mercado, R. Z. (1999). *List of Publications Dr. Roger Z. Ríos*. Obtenido de Investigación de Operaciones en Acción: Aplicación del TSP en Problemas de Manufactura y Logística: <http://yalma.fime.uanl.mx/~roger/work/>
- Hincapié Isaza, R. A., Ríos Porras, C. A., & Gallego R., R. A. (18 de Octubre de 2005). *TÉCNICAS HEURÍSTICAS APLICADAS AL PROBLEMA DEL CARTERO VIAJANTE (TSP)*. Obtenido de Index of [/~planeamiento/prod\\_aca/articulos:](http://www.utp.edu.co/~planeamiento/prod_aca/articulos/) [http://www.utp.edu.co/~planeamiento/prod\\_aca/articulos/Tecnicas\\_heuristicas\\_TSP4.pdf](http://www.utp.edu.co/~planeamiento/prod_aca/articulos/Tecnicas_heuristicas_TSP4.pdf)

- Martí Cunquero, R. (s.f.). *Algoritmos Heurísticos en Optimización Combinatoria*.  
Obtenido de Universidad de Valencia, Departamento de Estadística e  
Investigación Operativa:  
<https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CB0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fmdereg1-fercarpetass.googlecode.com%2Fsvn%2Ftrunk%2FMetaheur%25C3%25ADstica%2FMetaheuristico%2FIntro-by-Rafa%2520Marti.pdf&ei=tibdVIXIM4WkgwS0sYO>
- Minetti, G. F. (30 de Diciembre de 2003). *Capítulo 5: Heurísticas Convencionales para TSP*. Obtenido de SEDICI Repositorio Institucional de la UNLP, Facultad de Informática:  
[http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4059/5\\_\\_Heur%C3%ADsticas\\_convencionales\\_para\\_TSP.pdf?sequence=8](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4059/5__Heur%C3%ADsticas_convencionales_para_TSP.pdf?sequence=8)
- Moreno Pérez, J. A., & Mladenović, N. (s.f.). *Búsqueda por Entornos Variables para Planificación Logística*. Obtenido de <http://jamoreno.webs.ull.es/www/papers/VNS2PL.pdf>
- Moreno Pérez, J. A., Campos Rodríguez, C., & Laguna, M. (2007). *Departamento de Estadística, Investigación Operativa y Computación. Instituto Universitario de Desarrollo Regional. Universidad de la Laguna*. Obtenido de Página Personal - José Andrés Moreno Pérez:  
<http://jamoreno.webs.ull.es/www/talks/MAEB07MCL.pdf>
- Olivera, A. (Agosto de 2004). *Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos*. Obtenido de Universidad de la República, Facultad de Ingeniería, Instituto de Computación:  
<https://www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TR0408.pdf>

Otero Montero, R. (12 de Mayo de 2010). *Re-encaminamiento de Trayectorias para el Problema de la Máxima Diversidad*. Obtenido de Index of /~jjpantrigo/PFCs:

<http://www.escet.urjc.es/~jjpantrigo/PFCs/PRparaMaximaDiversidad.pdf>

Pérez Lancho, B. (12 de Enero de 2006). *COMPUTABILIDAD Y COMPLEJIDAD*. Obtenido de Ciencia, Tecnología y Sociedad. Introducción a la Inteligencia Artificial:

[http://avellano.fis.usal.es/~lalonso/CTS/Computabilidadycomplejidad\\_v2.pdf](http://avellano.fis.usal.es/~lalonso/CTS/Computabilidadycomplejidad_v2.pdf)

Possani Espinosa, E. (21 de Enero de 2013). *El Problema del Agente viajero: un recorrido sobre su historia, sus aplicaciones y problemas relacionados*.

Obtenido de Departamento Académico de Matemáticas ITAM:

[http://departamentodematematicas.itam.mx/sites/default/files/u444/platica\\_possani.pdf](http://departamentodematematicas.itam.mx/sites/default/files/u444/platica_possani.pdf)

Sotomayor, B. (15 de Julio de 2005). *Límites Computacionales: Introducción a la Teoría de la Computación y de la Complejidad*. Obtenido de Index of /~borja/lectures:

[http://people.cs.uchicago.edu/~borja/lectures/limites\\_computacionales.pdf](http://people.cs.uchicago.edu/~borja/lectures/limites_computacionales.pdf)

# ANEXOS

## ANEXO 1. Consolidado de Carga y Documento de Reparto y Cobro.

<b>CONSOLIDADO DE CARGA</b>									
No. Picking: _____			Fecha de Cierre: _____						
Entregador: _____			Fecha de Entrega: _____						
Total Volumen		Total Toneladas		Total Facturas		Total Clientes			
Descripcion Linea	Codigo	Articulo	FC	Total	Cajas Completas	Unidades	Monto		
TOTAL GENNERAL									
Vendedores Asociados al Picking				Observación					
Responsable _____									
Firma _____			Cedula _____						
								<b>Página</b> _____	

<b>DOCUMENTO REPARTO Y COBRO</b>							
No. Picking: _____							
Entregador: _____				Fecha Cierre: _____			
				Fecha de Entrega: _____			
Vendedores Asociados al Picking		Total Volumen		Total Toneladas		Total Clientes	
Factura	Cliente	Contado	Credito	Total	Toneladas		
TOTAL GENERAL							
Observación							
Responsable _____							
Firma _____			Cedula _____				
						<b>Página</b> _____	

**ANEXO 2.** Lugares de Visita de los Vendedores de Productos Unilever.

<b>Código de Vendedor</b>	<b>Lugares de Visitas</b>
<b>CX02</b>	Bo. 380 Bo. Golfo Pérsico Villa Argentina
<b>CX04</b>	M. Lezcano Sureste y Centro
<b>CX05</b>	Bello Amanecer Santa Edubige
<b>CX06</b>	Bo. Cuba Bo. Rafael Ríos Bo. Los Martinez Villa Guadalupe Las Brisas
<b>CX07</b>	Loma Linda Bo. Camilo Ortega Bo. Arlen Sequeira Villa Roma
<b>CX08</b>	Altagracia Norte Bolonia

**ANEXO 3. Coordenadas de Latitud y Longitud de Clientes.**

CX02				
Clientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente1	12.125654	-86.282327	No	-
Cliente2	12.12649	-86.282372	Si	1
Cliente3	12.126601	-86.281905	No	-
Cliente4	12.126671	-86.281585	Si	6
Cliente5	12.125894	-86.28191	Si	7
Cliente6	12.125765	-86.28157	Si	8
Cliente7	12.125729	-86.281318	Si	9
Clientes 8 y 9	12.127249	-86.280689	Si	5
Cliente10	12.127961	-86.280611	No	-
Cliente11	12.128109	-86.281242	Si	2
Cliente12	12.128429	-86.280133	Si	3
Cliente13	12.127867	-86.279777	Si	4
Cliente14	12.126094	-86.280309	Si	10
Clientes 15 y 16	12.125788	-86.280378	No	-
Cliente17	12.126493	-86.279702	Si	11
Cliente18	12.126868	-86.279583	Si	12
Cliente19	12.126448	-86.279197	Si	13
Clientes 20 y 21	12.12585	-86.278852	No	-
Cliente22	12.126736	-86.278458	Si	14
Cliente23	12.127064	-86.278026	Si	23
Clientes 24 y 25	12.126774	-86.277907	Si	20
Cliente26	12.125809	-86.278367	Si	15
Cliente27	12.125694	-86.277944	Si	16

CX02				
Clientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente28	12.126172	-86.277292	Si	17
Cliente29	12.1269	-86.276886	No	-
Cliente30	12.127282	-86.277213	Si	19
Cliente31	12.126784	-86.277438	Si	18
Cliente32	12.127652	-86.277745	No	-
Cliente33	12.127833	-86.278011	Si	22
Cliente34	12.127886	-86.278505	Si	21
Cliente35	12.128282	-86.279439	No	-
Cliente36	12.128473	-86.278951	No	-
Clientes 37 y 38	12.129417	-86.27836	Si	37
Cliente39	12.128473	-86.277934	Si	24
Cliente40	12.12905	-86.277816	Si	25
Cliente41	12.129047	-86.277368	Si	26
Clientes 42 y 43	12.128714	-86.277395	Si	27
Cliente44	12.128509	-86.277447	Si	28
Clientes 45 y 46	12.128062	-86.276559	Si	29
Cliente47	12.129283	-86.275536	Si	31
Cliente48	12.129089	-86.276216	Si	30
Cliente49	12.129367	-86.276177	No	-
Cliente50	12.129282	-86.276729	Si	34
Cliente51	12.129272	-86.276988	No	-
Cliente52	12.129836	-86.275666	Si	32
Cliente53	12.129811	-86.27638	Si	33

CX02				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente54	12.129805	-86.277054	No	-
Cliente55	12.130125	-86.278347	Si	36
Cliente56	12.129779	-86.278359	Si	35
Cliente57	12.130418	-86.276606	No	-
Cliente58	12.140136	-86.275097	Si	38
Cliente59	12.140433	-86.275098	Si	39
Cliente60	12.141412	-86.2747	No	-
Cliente61	12.14288	-86.27421	No	-

CX04				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente1	12.150608	-86.291594	Si	13
Cliente2	12.150665	-86.292434	No	-
Cliente3	12.150641	-86.292997	Si	11
Cliente4	12.148973	-86.293429	Si	9
Cliente5	12.14896	-86.293223	Si	10
Cliente6	12.147976	-86.29199	Si	26
Cliente7	12.149094	-86.294552	Si	8
Cliente8	12.149911	-86.293874	Si	6
Cliente9	12.149942	-86.294169	Si	7
Cliente10	12.150454	-86.293867	Si	5
Cliente11	12.150755	-86.293416	Si	12
Cliente12	12.148339	-86.294896	No	-
Cliente13	12.149141	-86.295069	Si	3
Cliente14	12.149415	-86.295845	No	-
Cliente15	12.149248	-86.295934	Si	2
Cliente16	12.150507	-86.29573	Si	4
Cliente17	12.150738	-86.296374	Si	1
Cliente18	12.149283	-86.296414	No	-
Cliente19	12.147243	-86.295124	Si	14
Cliente20	12.147717	-86.294807	No	-
Cliente21	12.147185	-86.29424	Si	24
Cliente22	12.147632	-86.294054	Si	25
Cliente23	12.147382	-86.293311	Si	22
Cliente24	12.147518	-86.293068	No	-
Cliente25	12.147048	-86.291785	Si	20

CX04				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Ciente26	12.14692	-86.292929	Si	23
Ciente27	12.145515	-86.293049	Si	19
Ciente28	12.145882	-86.293458	No	-
Ciente29	12.145906	-86.293727	No	-
Ciente30	12.146097	-86.293317	No	-
Ciente31	12.146373	-86.293301	No	-
Ciente32	12.14675	-86.293981	No	-
Ciente33	12.145024	-86.294939	No	-
Ciente34	12.14601	-86.29546	Si	15
Ciente35	12.146029	-86.296334	Si	16
Ciente36	12.146176	-86.296583	No	-
Ciente37	12.146954	-86.297219	No	-
Ciente38	12.1455442	-86.293362	Si	18
Ciente39	12.1459238	-86.294383	Si	17
Ciente40	12.1474033	-86.292372	Si	21
Ciente41	12.1514244	-86.289871	Si	27
Ciente42	12.1535673	-86.289869	Si	28
Ciente43	12.1556138	-86.289792	Si	29

CX05				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Ciente26	12.14468	-86.3478	No	-
Ciente27	12.14439	-86.34868	Si	17
Ciente28	12.14504	-86.34871	No	-
Ciente29	12.14506	-86.34841	No	-
Ciente30	12.14501	-86.34904	Si	18
Ciente31	12.14505	-86.34949	No	-
Ciente32	12.14515	-86.34981	No	-
Ciente33	12.14514	-86.35012	No	-
Ciente34	12.14557	-86.34844	Si	19
Ciente35	12.14576	-86.34885	No	-
Ciente36	12.14693	-86.35041	No	-
Ciente37	12.14678	-86.34911	Si	20
Ciente38	12.14687	-86.34923	Si	21
Ciente39	12.14684	-86.34867	No	-
Ciente40	12.14802	-86.34958	Si	22
Ciente41	12.14807	-86.3503	Si	23
Ciente42	12.14945	-86.35257	Si	24
Ciente43	12.15047	-86.35396	Si	25
Ciente44	12.15116	-86.35268	No	-
Ciente45	12.14978	-86.35311	No	-
Ciente46	12.14794	-86.34865	No	-
Ciente47	12.1472	-86.34621	Si	26
Ciente48	12.1473	-86.3459	Si	27
Ciente49	12.14612	-86.34569	No	-
Ciente50	12.14576	-86.3457	No	-

CX05				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente51	12.14775	-86.34519	No	-
Cliente52	12.1478	-86.34535	No	-
Cliente53	12.14707	-86.33813	No	-
Cliente54	12.14432	-86.34145	No	-
Cliente55	12.14809	-86.34319	No	-
Cliente56	12.14851	-86.34986	Si	28
Cliente57	12.14849	-86.34904	No	-
Cliente58	12.14909	-86.34941	No	-
Cliente59	12.14915	-86.34991	Si	29
Cliente60	12.14957	-86.34978	No	-
Cliente61	12.14972	-86.34978	Si	30
Cliente62	12.15636	-86.36071	Si	32
Cliente63	12.15742	-86.36086	Si	31

CX06				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente1	12.155267	-86.297635	Si	30
Cliente2	12.155116	-86.298928	No	-
Cliente3	12.154016	-86.301678	Si	39
Cliente4	12.156563	-86.299749	Si	31
Cliente5	12.156837	-86.299735	No	-
Cliente6	12.157623	-86.300601	No	-
Cliente7	12.157184	-86.301082	No	-
Cliente8	12.156713	-86.302581	Si	34
Cliente9	12.155763	-86.301662	Si	38
Cliente10	12.155805	-86.302138	Si	37
Cliente11	12.154734	-86.303097	No	-
Cliente12	12.156344	-86.303383	Si	36
Cliente13	12.156491	-86.303714	Si	35
Cientes14y15	12.156877	-86.304327	Si	40
Cliente16	12.158818	-86.303056	Si	33
Cliente17	12.158766	-86.30191	Si	32
Cliente18	12.158767	-86.30449	No	-
Cliente19	12.159074	-86.30542	Si	41
Cliente20	12.159112	-86.306117	No	-
Cliente21	12.159019	-86.307314	Si	42
Cientes22y23	12.158979	-86.308771	No	-
Cliente24	12.157614	-86.309081	Si	46
Cliente25	12.157125	-86.309449	Si	43
Cliente26	12.156918	-86.309838	Si	44
Cliente27	12.156819	-86.308413	Si	45

CX06				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente28	12.159898	-86.308973	Si	47
Cliente29	12.160537	-86.308839	No	-
Cliente30	12.161115	-86.308878	Si	48
Cliente31	12.162135	-86.308983	No	-
Cientes32y33	12.162439	-86.30903	Si	49
Cliente34	12.162184	-86.309842	Si	50
Cliente35	12.162531	-86.310383	Si	51
Cientes36y37	12.162709	-86.310752	Si	52
Cliente38	12.162485	-86.31182	Si	53
Cliente39	12.159842	-86.311598	No	-
Cliente40	12.159507	-86.312135	Si	54
Cliente41	12.157678	-86.311979	No	-
Cliente42	12.159895	-86.313233	Si	55
Cliente43	12.160298	-86.313583	Si	56
Cliente44	12.159991	-86.313748	No	-
Cliente45	12.158979	-86.314488	Si	57
Cliente46	12.158143	-86.313853	Si	58
Cliente47	12.155493	-86.31279	Si	59

CX07				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente1	12.107981	-86.299952	Si	3
Cliente2	12.103114	-86.305477	Si	10
Cliente3	12.101223	-86.305842	No	-
Cliente4	12.100153	-86.305161	Si	6
Cliente5	12.099022	-86.305769	Si	5
Cliente6	12.097724	-86.305429	No	-
Cliente7	12.094981	-86.304369	Si	4
Cliente8	12.09649	-86.30727	Si	8
Cliente9	12.097288	-86.307021	Si	9
Cliente10	12.099831	-86.30692	No	-
Cliente11	12.102788	-86.306483	No	-
Cliente12	12.105395	-86.310149	No	-
Cliente13	12.106143	-86.308364	Si	11
Cliente14	12.107239	-86.308484	No	-
Cliente15	12.107771	-86.309166	No	-
Cliente16	12.108213	-86.309518	Si	12
Cliente17	12.108628	-86.309342	Si	13
Cliente18	12.109796	-86.308804	Si	14
Cliente19	12.122225	-86.312995	No	-
Cliente20	12.101231	-86.299356	Si	15
Cliente21	12.098476	-86.301123	No	-
Cliente22	12.101464	-86.297415	Si	17
Cliente23	12.102015	-86.296227	Si	20
Cliente24	12.101991	-86.29543	Si	19
Cliente25	12.107529	-86.29315	No	-

CX07				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente26	12.107148	-86.292488	No	-
Cliente27	12.102642	-86.2977	Si	21
Cliente28	12.11492	-86.27665	Si	1
Cliente29	12.1091	-86.28336	Si	2
Cliente30	12.09731	-86.30598	Si	7
Cliente31	12.10164	-86.29907	Si	16
Cliente32	12.10076	-86.29578	Si	18
Cliente33	12.10327	-86.29795	Si	22
Cliente34	12.10389	-86.29676	Si	23

CX08				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente1	12.14708	-86.28401	No	-
Cliente2	12.1465	-86.28518	No	-
Cliente3y4	12.14775	-86.28643	Si	61
Cliente5y6	12.14757	-86.28724	Si	62
Cliente7	12.13881	-86.29314	No	-
Cliente8	12.13975	-86.29336	No	-
Cliente9	12.13937	-86.29263	Si	42
Cliente10y11	12.13894	-86.29242	No	-
Cliente12	12.14052	-86.29325	Si	43
Cliente13	12.14076	-86.29301	Si	44
Cliente14	12.14166	-86.29318	No	-
Cliente15	12.14187	-86.2926	Si	45
Cliente16	12.13976	-86.29139	Si	41
Cliente17	12.143	-86.29044	No	-
Cliente18	12.14296	-86.29078	Si	46
Cliente19	12.14202	-86.29045	No	-
Cliente20	12.1416	-86.29038	Si	47
Cliente21	12.14067	-86.29095	Si	48
Cliente22	12.13978	-86.29064	Si	40
Cliente23	12.13858	-86.29065	No	-
Cliente24	12.1398	-86.28981	Si	49
Cliente25	12.13965	-86.28938	No	-
Cliente26y27	12.14015	-86.28828	Si	51
Cliente28	12.14069	-86.28924	Si	52
Cliente29y30	12.14149	-86.28847	Si	53

CX08				
Cientes	Latitud	Longitud	Visitado	# visita
Cliente31	12.14186	-86.28802	Si	54
Cliente32	12.14213	-86.28835	No	-
Cliente33	12.14242	-86.28951	Si	59
Cliente34	12.14291	-86.28915	Si	58
Cliente35	12.14334	-86.28891	Si	57
Cliente36	12.14322	-86.28838	Si	55
Cliente37y38	12.14346	-86.28807	Si	56
Cliente39	12.14388	-86.28799	No	-
Cliente40	12.14237	-86.28814	No	-
Cliente41	12.13847	-86.28816	Si	60
Cliente42	12.13747	-86.28759	No	-
Cliente43	12.13825	-86.2875	No	-
Cliente44	12.13974	-86.2886	Si	50

**ANEXO 4.** Matrices de  
Distancias de Vendedores

## ANEXO 5. Código de Heurístico de Inserción en Python 2.7

```
import csv

def evaluation(a) :
    z = float(mdist[a[0]][a[1]])
    for n in range(1, len(a)- 1) :
        z = z + float(mdist[a[n]][a[n + 1]])
    return z

def insertion(nodes , route) :
    fx = float('inf')
    for l in nodes :
        for m in range(1 , len(route)) :
            route.insert(m , l)
            a = evaluation(route)
            if a < fx :
                array = route[:]
                fx = a
            route.remove(l)
    return array

mdist = list()
data = csv.reader(open('datos.csv') , delimiter = ';')
for row in data :
    if '-' in row : mdist.append(row[1:])

nodes = list()
for i in range(len(mdist)) :
    for j in range(len(mdist)) :
        if mdist[i][j] == '-' : continue
        else : nodes.append((float(mdist[i][j]) , i , j))

nodes.sort(reverse = True)

for n in nodes :
    if n[1] == 0 :
        node_i = n[2]
        break
sub_route = [0 , node_i , 0]

while True :
    nodes_to_insert = []
    cost = 0
    for k in nodes :
        if k[1] in sub_route and k[2] not in sub_route and k[2] not in nodes_to_insert and k[0] >= cost :
            nodes_to_insert.append(k[2])
            cost = k[0]
    sub_route = insertion(nodes_to_insert , sub_route)
    if len(sub_route) == len(mdist) + 1 : break

print sub_route , evaluation(sub_route)
```

## ANEXO 6. Código de Heurístico de Ahorros en Python 2.7

```
import csv

mdist = list()
data = csv.reader(open('datos.csv'))
for row in data :
    if '-' in row : mdist.append(row[1:])

saves = list()
for i in range(len(mdist) - 1) :
    for j in range(len(mdist) - 1) :
        if i < j :
            s = float(mdist[0][i + 1]) + float(mdist[0][j + 1]) - float(mdist[i + 1][j + 1])
            if s > 0 : saves.append((s , i + 1 , j + 1))

saves.sort(reverse = True)

route = [saves[0][1] , saves[0][2]]

while True :
    for k in saves :
        if k[1] == route[0] and k[2] not in route :
            route.insert(0 , k[2])
            break
        if k[1] == route[-1] and k[2] not in route :
            route.append(k[2])
            break
        if k[2] == route[0] and k[1] not in route :
            route.insert(0 , k[1])
            break
        if k[2] == route[-1] and k[1] not in route :
            route.append(k[1])
            break

    if len(route) == len(mdist) - 1 : break

route.append(0) , route.insert(0 , 0)

z = float(mdist[route[0]][route[1]])
for n in range(len(route) - 1) :
    if n == 0 : continue
    z = z + float(mdist[route[n]][route[n + 1]])

print route , z
```

## ANEXO 7. Código de Metaheurística RVNS en Python 2.7

```
import csv , random , shake

def evaluation(a) :
    z = float(mdist[int(a[0])][int(a[1])])
    for n in range(len(a)- 1) :
        if n == 0 : continue
        z = z + float(mdist[int(a[n])][int(a[n + 1])])
    z = z + float(mdist[int(a[-1])][int(a[0])])
    return z

mdist = list()
data = csv.reader(open('datos.csv'))
for row in data :
    if '-' in row : mdist.append(row[1:])

i = 1
route = range(len(mdist))
random.shuffle(route)
z1 = evaluation(route)
kmax = 2
iterations = 15000

while i <= iterations:
    k = 1
    while k <= kmax :
        solution = shake.operator(route , k)
        z2 = evaluation(solution)
        if z2 <= z1 :
            z1 = z2
            route = solution
        else :
            k += 1
    i += 1

print 'ruta final : ' , route , z1
```

## Class "shake":

```
import random

def operator(a , k) :
    b = a[:]
    if k == 3 : #swap
        while True :
            pos1 = b.index(random.choice(b))
            pos2 = b.index(random.choice(b))
            if pos1 == pos2 : continue
            b[pos1] , b[pos2] = b[pos2] , b[pos1]
            break
        return b
    if k == 1 : #inverse
        while True :
            pos1 = b.index(random.choice(b))
            pos2 = b.index(random.choice(b))
            if pos1 < pos2 :
                b_temp = b[(pos1 + 1):pos2]
                if len(b_temp) < 2 : continue
                b_temp.reverse()
                b = b[: (pos1 + 1)] + b_temp + b[pos2:]
            else :
                b_temp = b[(pos2 + 1):pos1]
                if len(b_temp) < 2 : continue
                b_temp.reverse()
                b = b[: (pos2 + 1)] + b_temp + b[pos1:]
            break
        return b
    if k == 2 : #Or-opt
        while True :
            num1 = random.choice(b)
            num2 = random.choice(b)
            if num1 == num2 : continue
            elif b.index(num1) > b.index(num2) :
                b_temp = b[b.index(num1) : b.index(num1) + random.randint(1 , 3)]
                for x in b_temp :
                    b.remove(x)
                    b.insert(b.index(num2) , x)
                break
            else :
                b_temp = b[b.index(num2) : b.index(num2) + random.randint(1 , 3)]
                for x in b_temp :
                    b.remove(x)
                    b.insert(b.index(num1) , x)
                break
        return b
```