



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Tecnología de la Construcción

Monografía

**DISEÑO DE ELEMENTOS DE CONCRETO CON EL MODELO
PUNTAL-TENSOR, SEGÚN DISPOSICIONES DEL CÓDIGO ACI 318-08**

Para optar al título de ingeniero civil

Elaborado por

Br. Ernesto José Hernández Guadamuz

Br. Oscar Danilo González Cabrera

Tutor

MSc. Ing. Julio César Maltez Montiel

Managua, Julio 2015

DEDICATORIA

De Ernesto José Hernández Guadamuz

A Dios

A mis padres Julio y Marta

A mi esposa Kenia

De Oscar Danilo González Cabrera

*A Dios Todopoderoso, por darme la fuerza y la sabiduría necesaria para no
claudicar en mis metas y sueños.*

A mis padres y mi hermana, por su amor y apoyo en toda mi vida.

AGRADECIMIENTOS

De manera especial queremos agradecer a nuestro tutor MSc. Ing. Julio Maltez, por sus valiosos consejos en la elaboración y revisión de este trabajo monográfico.

A todas aquellas personas que gentilmente compartieron información, contribuyendo enormemente en la realización de este documento.

Finalmente, tenemos que decir que nada de esto habría sido posible sin el cuidado de Dios y el apoyo de nuestras familias.

RESUMEN

Los elementos estructurales de concreto presentan regiones llamadas "D" o discontinuas, adyacentes a interrupciones geométricas y discontinuidades estáticas, con trayectorias de esfuerzos turbulentos y distribución no-lineal de las deformaciones. Las teorías tradicionales de flexión, corte y torsión no son aplicables en estas regiones.

El modelo puntal-tensor es un método racional para el diseño de las regiones D, basado en el teorema del límite inferior de plasticidad, que consiste en la idealización del flujo de los esfuerzos internos del elemento mediante un reticulado hipotético. Puntales de concreto representan los campos a compresión, y tensores de acero representan los campos a tensión, ambos se encuentran conectados por nodos.

En el cuerpo del documento se exponen los fundamentos teóricos del modelo puntal tensor y, a su vez, se presenta una serie de seis ejemplos prácticos en los que se aplican la metodología de diseño propuesta por el apéndice A del ACI 318-08. Algunas recomendaciones del código FIP son empleadas para el desarrollo del modelo puntal-tensor de varios ejemplos. También se hace uso del programa CAST (software desarrollado por investigadores de la Universidad de Illinois) para analizar y diseñar los modelos puntal-tensor de los dos últimos ejemplos de aplicación.

ÍNDICE

DEDICATORIA	I
AGRADECIMIENTOS	II
RESUMEN	III
ÍNDICE	IV
LISTA DE TABLAS	VII
LISTA DE FIGURAS	VIII
NOTACIÓN	XIV
1 CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	1
1.1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.2 ANTECEDENTES	3
1.3 JUSTIFICACIÓN	5
1.4 OBJETIVOS.....	6
1.4.1 <i>Objetivo General</i>	6
1.4.2 <i>Objetivos Específicos</i>	6
1.5 ORGANIZACIÓN	7
2 CAPÍTULO II: FUNDAMENTOS TEÓRICOS	8
2.1 PRINCIPIO DE SAINT-VENANT	8
2.2 ANALOGÍA DE LA ARMADURA DE RITTER-MÖRSCH	10
2.3 DISEÑO PLÁSTICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO	12
2.3.1 <i>Teorema del Límite Inferior o Teorema Estático</i>	14
2.3.2 <i>Teorema del Límite Superior o Teorema Cinemático</i>	14
2.3.3 <i>Condición de fluencia</i>	15
2.4 COMPORTAMIENTO DEL CONCRETO REFORZADO BAJO CARGAS DE CORTE.....	16
2.4.1 <i>Mecanismos de resistencia a cortante</i>	17
2.4.2 <i>Parámetros que afectan la capacidad a corte del concreto</i>	19
3 CAPÍTULO III: MODELO PUNTAL-TENSOR	22
3.1 INTRODUCCIÓN.....	22
3.2 HIPÓTESIS DEL MODELO PUNTAL-TENSOR	23
3.3 REGIONES ESTRUCTURALES	24
3.3.1 <i>Regiones B</i>	25
3.3.2 <i>Regiones D</i>	26

3.4	ELEMENTOS DEL MODELO PUNTAL-TENSOR	28
3.4.1	<i>Puntales o Campos de Esfuerzo a Compresión</i>	29
3.4.2	<i>Tensores</i>	32
3.4.3	<i>Nodos y Zonas Nodales</i>	34
3.5	MODELO PUNTAL-TENSOR ANTE CARGAS CÍCLICAS	43
4	CAPÍTULO IV: PROCEDIMIENTO GENERAL DE DISEÑO, MODELADO Y DIMENSIONAMIENTO	48
4.1	ANÁLISIS ESTRUCTURAL	48
4.2	PROCEDIMIENTO GENERAL DE DISEÑO.....	52
4.2.1	<i>Principios de diseño para Regiones B</i>	54
4.2.2	<i>Principios de diseño para Regiones D</i>	56
4.3	SUBDIVISIÓN DE UNA ESTRUCTURA EN REGIONES B Y D.....	58
4.4	FUERZAS RESULTANTES EN LOS LÍMITES DE UNA REGIÓN D.....	61
4.5	MÉTODOS PARA DESARROLLAR UN MODELO PUNTAL-TENSOR.	61
4.5.1	<i>Análisis Elástico</i>	61
4.5.2	<i>Camino de Cargas</i>	63
4.5.3	<i>Optimización Topológica</i>	67
4.6	RECOMENDACIONES PARA LA SELECCIÓN DE UN MPT.....	73
4.6.1	<i>Ángulo entre elementos</i>	73
4.6.2	<i>Energía de deformación</i>	76
4.7	DIMENSIONAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DEL MODELO PUNTAL-TENSOR, SEGÚN DISPOSICIONES DEL CÓDIGO ACI 318-08.	80
4.7.1	<i>Fuerzas en puntales y tensores; factores de reducción de la resistencia, Φ.</i>	80
4.7.2	<i>Resistencia de los Puntales</i>	81
4.7.3	<i>Resistencia de los Tensores</i>	90
4.7.4	<i>Resistencia de las Zonas Nodales</i>	95
4.7.5	<i>Requisitos de Refuerzo Mínimo</i>	99
4.8	CONSIDERACIONES DE SERVICIABILIDAD.....	104
5	CAPÍTULO V: EJEMPLOS DE APLICACIÓN CON MODELO PUNTAL-TENSOR	106
5.1	INTRODUCCIÓN.....	106
5.2	EJEMPLO 1: VIGA DE GRAN PERALTE	107
5.2.1	<i>Introducción</i>	107
5.2.2	<i>Planteamiento del Problema</i>	107
5.2.3	<i>Cálculos</i>	108
5.2.4	<i>Detallamiento</i>	144

5.3	EJEMPLO 2: VIGA DE ACOPLE	145
5.3.1	<i>Introducción</i>	145
5.3.2	<i>Planteamiento del Problema</i>	146
5.3.3	<i>Cálculos y detallamiento</i>	147
5.3.4	<i>Detallamiento</i>	159
5.4	EJEMPLO 3A: MÉNSULA SIMPLE	161
5.4.1	<i>Introducción</i>	161
5.4.2	<i>Planteo del Problema</i>	164
5.4.3	<i>Cálculos</i>	164
5.4.4	<i>Detallamiento</i>	185
5.5	EJEMPLO 3B: MÉNSULA DOBLE	187
5.5.1	<i>Planteo del Problema</i>	187
5.5.2	<i>Cálculos</i>	187
5.5.3	<i>Detallamiento</i>	200
5.6	EJEMPLO 4: MUROS DE CORTE DE BAJA ALTURA	202
5.6.1	<i>Introducción</i>	202
5.6.2	<i>Planteamiento del Problema</i>	203
5.6.3	<i>Cálculos</i>	204
5.7	EJEMPLO 5: VIGA CON EXTREMOS ENTALLADOS	226
5.7.1	<i>Introducción</i>	226
5.7.2	<i>Planteamiento del Problema</i>	229
5.7.3	<i>Cálculos</i>	230
5.7.4	<i>Detallamiento</i>	256
6	CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	258
6.1	CONCLUSIONES	258
6.1.1	<i>Generales</i>	258
6.1.2	<i>Ejemplos</i>	260
6.2	RECOMENDACIONES	264
	BIBLIOGRAFIA	265
	ANEXOS	272
	ANEXO A: EJEMPLOS PARA LA CREACIÓN DE MPT. ADAPTADO DE (CALAVERA, 1999)	
	ANEXO B: CÓDIGO EN MATLAB PARA OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA (SIGMUND, 2009)	
	ANEXO C: DISEÑO DE SOLDADURA DEL REFUERZO PRINCIPAL DE LA MÉNSULA SIMPLE	

LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1 Análisis estructural que conducen a esfuerzos o fuerzas puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).	50
Tabla 4.2 Comportamiento estructural y métodos para el análisis de estructuras estáticamente indeterminadas (Schlaich, et al., 1987).	51
Tabla 4.3 Valores de β_s para puntales en modelos puntal-tensor, $\Phi_{fce} = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$	90
Tabla 4.4 Valores de β_n para zonas nodales en modelos puntal-tensor, $\Phi_{fce} = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_n f'_c$	99
Tabla 5.1 Revisión de puntales en el MPT de viga de gran peralte (Condición I).	132
Tabla 5.2 Revisión de zonas nodales en el MPT de viga de gran peralte (Condición I).	133
Tabla 5.3 Revisión de puntales en el MPT de viga de gran peralte (Condición II).	142
Tabla 5.4 Revisión de zonas nodales en el MPT de viga de gran peralte (Condición II).	142
Tabla 5.5 Revisión de puntales en el MPT de la ménsula simple.	183
Tabla 5.6 Revisión de zonas nodales en el MPT de la ménsula simple.	183
Tabla 5.7 Revisión de puntales en el MPT de la ménsula doble.	198
Tabla 5.8 Revisión de zonas nodales en el MPT de la ménsula doble.	198
Tabla 5.9 Revisión de zonas nodales en el MPT de muro corte.	219
Tabla 5.10 Esfuerzos máximos en zona nodal G y revisión de esfuerzos.	221
Tabla 5.11 Propiedades de puntales en muro de corte.	221
Tabla 5.12 Propiedades de tensores en muro de corte.	222
Tabla 5.13 Relación demanda-capacidad en puntales bajo carga de corte crítica.	224
Tabla 5.14 Relación demanda-capacidad en tensores bajo carga de corte crítica.	224
Tabla 5.15 Comparación de resistencias calculadas y medidas.	225
Tabla 5.16 Revisión de zonas nodales en el MPT de la viga con extremos entallados.	251
Tabla 5.17 Propiedades de puntales en la viga con extremos entallados.	252
Tabla 5.18 Propiedades de tensores en la viga con extremos entallados.	252
Tabla 5.19 Relación demanda-capacidad en puntales bajo cargas actuantes.	254
Tabla 5.20 Relación demanda-capacidad en tensores bajo cargas actuantes.	255

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Modelo original de la Armadura de Ritter.....	3
Figura 1.2 Modelos de armaduras para el comportamiento de vigas postuladas por Mörsh (1912).....	3
Figura 2.1 Ilustración del Principio de Saint-Venant. Adaptado de (Brown, et al., 2006).....	8
Figura 2.2 Región de un cuerpo afectado por sistema de fuerzas auto-equilibrantes. Adaptado de (Schlaich, et al., 1987).	9
Figura 2.3 Reticulado Hipotético. Adaptado de (Leonhardt & Mönning, 1985).	10
Figura 2.4 Reticulado cuádruple y reticulado de dobles diagonales. Adaptado de (Leonhardt & Mönning, 1985).	11
Figura 2.5 Para reticulados simples es posible una falla prematura por cortante, debido a la formación de fisuras por cortantes. Adaptado de (Leonhardt & Mönning, 1985).	12
Figura 2.6 Relaciones momento-curvatura para una viga de concreto reforzado a flexión.	13
Figura 2.7 Representación de la superficie de fluencia.....	15
Figura 2.8 Diagrama de cuerpo libre de una región B en un soporte y fuerzas generadas en las grietas debido a la fricción. a) Diagrama de cuerpo libre en el extremo de la región, b) Fuerzas debido a la fricción. Adaptado de (Reineck, 1991).	18
Figura 2.9 Aplicabilidad del método seccional y el método puntal-tensor a una serie de vigas probadas por Kani (1979). Adaptado de (Collins & Mitchell, 1997).....	20
Figura 3.1 Viga de Concreto Reforzado: a) Líneas Isostáticas, b) Identificación de regiones estructurales. Adaptado de (Calavera, 1999).	25
Figura 3.2 Ejemplos de Regiones "D", según (Bergmeister, et al., 1993).	26
Figura 3.3 Ejemplos de Discontinuidades Geométricas.	27
Figura 3.4 Ejemplos de Discontinuidades Estáticas.....	27
Figura 3.5 Elementos del modelo puntal-tensor en una viga peraltada. Adaptado de (Taranath, 2010).	29
Figura 3.6 Tipos de puntales más comunes (Brown, et al., 2006).	31
Figura 3.7 Distribución elástica de esfuerzos y modelo puntal-tensor para un puntal forma de botella (Brown, et al., 2006).	32
Figura 3.8 Resistencia biaxial tensión-compresión del concreto (a), y dos simplificaciones para aplicaciones analíticas (b) y (c), (Schlaich, et al., 1987).....	33
Figura 3.9 Subdivisión de una zona nodal (COMITÉ ACI 318, 2008).	35
Figura 3.10 Tipos de Nodos (Nilson, et al., 2010).	35
Figura 3.11 Determinación de la forma de una zona nodal. Adaptado de	36
Figura 3.12 Mecánica de Zonas Nodales (Brown, et al., 2006).	37
Figura 3.13 Zonas Nodales Hidrostáticas (Brown, et al., 2006).	38
Figura 3.14 Zona Nodal Extendida. Adaptado de (MacGregor, 2002).	39

Figura 3.15 Diferencias entre zonas nodales hidrostáticas y zonas nodales extendidas. Adaptado de (Birrcer, et al., 2009).	41
Figura 3.16 Ejemplos de zonas nodales, según su estado tensional.....	42
Figura 3.17 Agrietamiento final en vigas peraltadas probadas bajo carga monótona y carga cíclica. Adaptado de (Uribe & Alcocer, 2008).	45
Figura 4.1 Ejemplos de Regiones "D" en una Estructura de Edificio (Tjhin, 2002).	48
Figura 4.2 Ejemplos de Regiones "D" en una Estructura de Puente (Tjhin, 2002).	49
Figura 4.3 Diagrama de flujo del procedimiento general de diseño con el modelo puntal-tensor. 53	
Figura 4.4 Modelo de armadura para una viga con su distribución de fuerzas internas y la magnitud de dichas fuerzas derivadas del equilibrio (Schlaich, et al., 1987).	55
Figura 4.5 Diagrama de cuerpo libre para regiones B y D de un miembro cargado en su extremo superior (Yañez, et al., 1989).	57
Figura 4.6 Región D con sus trayectorias elásticas de esfuerzos, diagramas de esfuerzos elásticos y modelo puntal-tensor. Adaptado de (Schlaich, et al., 1987).	58
Figura 4.7 Subdivisión de una columna en regiones B y D (Schlaich, et al., 1987).	59
Figura 4.8 Subdivisión de una viga simplemente apoyada en regiones B y D (Schlaich, et al., 1987).	59
Figura 4.9 Determinación de esfuerzos elásticos en SAP2000 para generación del MPT.	62
Figura 4.10 Caminos de cargas y modelo puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).	64
Figura 4.11 Caminos de cargas (incluyendo una vuelta en “U”) y modelo puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).	65
Figura 4.12 Región D típica: (a) Trayectorias de esfuerzos elásticos, (b) esfuerzos elásticos,	66
Figura 4.13 Caso especial de la Región D, con la carga en la esquina; (b) esfuerzos elásticos, .	66
Figura 4.14 Optimización de tamaño aplicado a una viga biapoyada.	68
Figura 4.15 Optimización de tamaño aplicada a una estructura de concreto. Adaptado de (Biondini, et al., 1998).	68
Figura 4.16 Optimización de forma aplicada a una viga biapoyada.	69
Figura 4.17 Optimización topológica aplicada a una viga biapoyada.	69
Figura 4.18 Viga de gran peralte con abertura cerca de un apoyo (Quan Liang, 2005).	70
Figura 4.19 Proceso de optimización topológica en una viga de gran peralte con abertura. a) 20 iteraciones, b) 40 iteraciones, c) Forma topológica óptima, d) MPT óptimo (Quan Liang, 2005). 70	
Figura 4.20 Proceso de optimización topológica de ménsula de concreto. a) Dominio de diseño, b) Topología óptima, c) MPT óptimo, d) Refuerzo en ménsula (Quan Liang, 2005).	71
Figura 4.21 Proceso de optimización topológica en una viga de transferencia. a) Estructura con cargas actuantes, b) Esfuerzos Principales, c) Optimización en primeras iteraciones (MPT para estado límite de servicio, d) Optimización final (MPT para estado límite de colapso).	72
Figura 4.22 Campos de esfuerzos prismáticos según la teoría de plasticidad (omitiendo los esfuerzos de tensión transversales). Adaptado de (Schlaich, et al., 1987).	75
Figura 4.23 Recomendaciones angulares para modelos bidimensionales. Adaptado de.....	76

Figura 4.24 Optimización del modelo puntal-tensor para un mismo problema (Schlaich, et al., 1987).	78
Figura 4.25 Los dos modelos puntal-tensor más frecuentes y usados: (a) Modelo 1, (b) variación de (a), (c) Modelo 2 (Schlaich, et al., 1987).	79
Figura 4.26 Campos de compresión y modelo puntal-tensor (Bergmeister, et al., 1993).	82
Figura 4.27 Ancho de un puntal en su extremo (COMITÉ ACI 318, 2008).	84
Figura 4.28 Puntal en forma de botella: (a) fisuración de un puntal en forma de botella, y (b) modelo puntal-tensor de un puntal en forma de botella (COMITÉ ACI 318, 2008).	87
Figura 4.29 Tipo de Puntales: (a) puntales en el alma de una viga con fisuras inclinadas paralelas a los puntales, y (b) puntales atravesados por fisuras oblicuas (COMITÉ ACI 318, 2008).	90
Figura 4.30 Fuerza de tracción anclada por adherencia (COMITÉ ACI 318, 2008).	94
Figura 4.31 Zona nodal extendida de anclaje de dos barras (COMITÉ ACI 318, 2008).	94
Figura 4.32 Resolución de fuerzas en una zona nodal (COMITÉ ACI 318, 2008).	96
Figura 4.33 Condición de esfuerzo en la cara posterior de un nodo CCT: (a) esfuerzo de adherencia, (b) soporte de una placa de anclaje, (c) nodo interior en un apoyo continuo (Garrett Tuchscherer, 2008).	98
Figura 4.34 Refuerzo que atraviesa un puntal destinado al control	101
Figura 4.35 Disposición de estribos horizontales en ménsulas cortas (COMITÉ ACI 318, 2008).	102
Figura 4.36 Altura efectiva (heff) para distribución del acero horizontal. Adaptado de (Garrett Tuchscherer, 2008).	104
Figura 5.1 Geometría del elemento a diseñar.	107
Figura 5.2 Modelo puntal-tensor para una viga de gran peralte, considerando únicamente la acción de arco o puntal.	109
Figura 5.3 Modelo puntal-tensor para una viga de gran peralte, considerando únicamente la acción de armadura.	110
Figura 5.4 Modelo puntal-tensor para una viga de gran peralte, considerando la interacción entre la acción de arco y armadura.	110
Figura 5.5 Modelo puntal-tensor simplificado, incluyendo acción de arco y armadura.	111
Figura 5.6 Geometría del MPT seleccionado.	112
Figura 5.7 Esquema de fuerzas concurrentes en la zona nodal C. a) Diagrama de cuerpo libre, b) Fuerzas resultantes.	113
Figura 5.8 Solución generalizada de la armadura del MPT seleccionado.	114
Figura 5.9 Correlación entre las tensiones a anclar y a/jd en el MPT utilizado.	115
Figura 5.10 Correlación entre el ancho de zona nodal requerido y a/jd en el MPT utilizado.	116
Figura 5.11 Diagrama de cuerpo libre del sector izquierdo de la viga de gran peralte.	119
Figura 5.12 Ancho efectivo del tensor BC, según (Wight & Parra-Montesinos, 2003).	120
Figura 5.13 Fuerzas concurrentes en el nodo A.	125

Figura 5.14 Sistema de fuerza equivalente en el nodo A.	125
Figura 5.15 Solución a zona nodal D, según las recomendaciones de (Schlaich & Anagnostou, 1990).	126
Figura 5.16 Esquema de zona nodal B.	127
Figura 5.17 Diagrama de cuerpo libre del nodo D.	127
Figura 5.18 Solución a zona nodal D, según las recomendaciones de (Schlaich & Anagnostou, 1990).	128
Figura 5.19 Generación de campo de esfuerzos vertical. Adaptado de (Muttoni, et al., 1996). .	129
Figura 5.20 Esquema zonal nodal C.	129
Figura 5.21 Geometría final de modelo puntal-tensor.	131
Figura 5.22 Fuerzas y nomenclatura de puntales y zonas nodales del MPT (condición de carga I).	132
Figura 5.23 Esquema de colocación del refuerzo en el tensor principal.	137
Figura 5.24 Diagrama de cuerpo libre para el sector izquierdo de la viga de gran peralte bajo condición de carga II.	140
Figura 5.25 Esquema de zona nodal A.	141
Figura 5.26 Esquema de zona nodal B.	142
Figura 5.27 Geometría final del MPT en estado de cargas II.	143
Figura 5.28 Disposición final de la armadura en la viga de concreto.	144
Figura 5.29 Tipos de refuerzo en vigas de acople: (a) Viga reforzada convencionalmente, (b) Viga diagonalmente reforzada, (c) Viga con refuerzo de dovola en los extremos y (d) Viga con refuerzo en patrón rómbico.	145
Figura 5.30 Geometría de la viga de acople a diseñar.	147
Figura 5.31 Modelos puntal-tensor para vigas de acople. Adaptado de (Muttoni, et al., 1996). .	149
Figura 5.32 Geometría Final del modelo puntal-tensor de la viga de acople.	150
Figura 5.33 Esquema de zona nodal A y D.	156
Figura 5.34 Disposición del acero de refuerzo en el tensor principal.	159
Figura 5.35 Disposición final de la armadura en la viga de acople.	160
Figura 5.36 Mecanismos de falla en las ménsulas. a) Tensión por Flexión, b) Fisuración Diagonal, c) Cortante Deslizante, d) Fisuración de Anclaje, e) Aplastamiento debido a esfuerzos de apoyo y f) Tensión Horizontal. Adaptado de (Park & Pauley, 1988).	163
Figura 5.37 Descripción de la estructura y cargas en la ménsula simple.	165
Figura 5.38 Dimensiones seleccionadas para la ménsula simple.	166
Figura 5.39 Trayectoria de esfuerzos elásticos en la ménsula.	168
Figura 5.40 Modelo puntal-tensor seleccionado de la ménsula.	168
Figura 5.41 Fuerzas en los elementos de la Armadura.	170
Figura 5.42 Detalle de la zona nodal C bajo cargas actuantes.	174

Figura 5.43 Esfuerzos actuantes en un nodo CTT anclado por una barra doblada en 90 grados. Adaptado de (Klein, 2008).	175
Figura 5.44 Radio de doblado, r_b , en nodo B.	179
Figura 5.45 Dimensiones de la zona nodal D.	180
Figura 5.46 Dimensiones de los elementos del MPT de la ménsula simple.	181
Figura 5.47 Detalles del refuerzo de la ménsula simple.	186
Figura 5.48 Descripción de la estructura y cargas en la ménsula doble.	188
Figura 5.49 Dimensiones seleccionadas para la ménsula doble.	189
Figura 5.50 Trayectoria de esfuerzos elásticos en la ménsula doble.	190
Figura 5.51 Superposición de la trayectoria de esfuerzos con el MPT seleccionado.	191
Figura 5.52 Fuerzas en los elementos del reticulado.	192
Figura 5.53 Dimensiones de la zona nodal A.	194
Figura 5.54 Dimensiones de la zona nodal B.	196
Figura 5.55 Dimensiones de los elementos del MPT de la ménsula doble.	197
Figura 5.56 Detalles del refuerzo de la ménsula doble.	201
Figura 5.57 Geometría y refuerzo del muro de corte.	203
Figura 5.58 Mecanismos de resistencia a corte de un muro de baja altura: a) Puntal Diagonal, b) Tensor Horizontal, c) Tensor Vertical. Adaptado de (Hwang, et al., 2001).	204
Figura 5.59 Modelo puntal-tensor en muro de baja altura (Modelo 1). Adaptado de (Hwang, et al., 2001).	205
Figura 5.60 Modelo puntal-tensor en muro de corte de baja altura (Modelo 2). Adaptado de (Carrillo & Alcocer, 2010).	207
Figura 5.61 Modelo puntal-tensor en muro de corte (Modelo 3). Adaptado de (Schlaich, et al., 1988).	207
Figura 5.62 Esfuerzos principales bajo régimen elástico del muro en estudio. Diagramas desarrollados con ForcePad.	208
Figura 5.63 Idealización de la trayectoria de esfuerzos y modelo puntal-tensor del muro en estudio.	209
Figura 5.64 Esquema del muro de corte. Adaptado de (Hwang & Lee, 2002).	210
Figura 5.65 Dimensiones de la zona nodal G en el muro de corte.	211
Figura 5.66 Geometría final del modelo puntal-tensor del muro de corte.	212
Figura 5.67 Diagrama de fuerzas externas en el MPT del muro de corte.	214
Figura 5.68 Modelo puntal-tensor desarrollado en CAST.	215
Figura 5.69 Fuerzas internas en el MPT bajo primer iteración ($V = 293$ kN).	215
Figura 5.70 Fuerza axial en el tensor 9 ($V = 293$ kN).	216
Figura 5.71 Fuerzas internas en el MPT bajo carga de corte crítica ($V = 278$ kN).	216
Figura 5.72 Fuerza axial en el tensor 9 ($V = 278$ kN).	217

Figura 5.73 Patrón final de grietas en muro fallado (Carrillo & Alcocer, 2012).	218
Figura 5.74 Solución de zona nodal G mediante campos de transición.	219
Figura 5.75 Triangulación realizada por CAST en zona nodal crítica.	220
Figura 5.76 Factores Demanda-Capacidad del MPT bajo cortante crítico de 278 kN.	222
Figura 5.77 Ejemplos de conexiones con aspectos estéticos diferentes. Con la conexión (b) se logra una estructura de menor altura que con la conexión (a).	226
Figura 5.78 Potenciales mecanismos de falla y refuerzo requerido en vigas con extremos entallados. a) Flexión y tensión axial en extremo extendido, b) Cortante directo, c) Tensión diagonal en esquina reentrante, d) Tensión diagonal en extremo extendido, e) Tensión diagonal en área no entallada.	228
Figura 5.79 Descripción de la estructura y cargas en la viga con extremos entallados.....	230
Figura 5.80 Geometría y condiciones de frontera de la región D.	232
Figura 5.81 Determinación de la ubicación de la cuerda superior del MPT global.	234
Figura 5.82 Colocación del refuerzo principal en la región B de la viga.....	236
Figura 5.83 Comparación de modelos puntal-tensor para extremos entallados.	237
Figura 5.84 Transferencia de fuerza sobre la longitud de desarrollo del tensor AD. Adaptado de (Mattock, 2012).	239
Figura 5.85 Combinación de modelos puntal-tensor para vigas con extremos entallados. a) Modelo (1) con tensor horizontal en el apoyo, b) Modelo (2) con tensor inclinado en el apoyo, c) Combinación de modelos (1) y (2). Adaptado de (FIP, 1999).	240
Figura 5.86 Geometría del modelo puntal-tensor del extremo entallado.	242
Figura 5.87 Modelo puntal-tensor del extremo entallado desarrollado en CAST.....	244
Figura 5.88 Fuerzas en los elementos del MPT del extremo entallado.	244
Figura 5.89 Dimensiones de la zona nodal A en el MPT del extremo entallado.	247
Figura 5.90 Geometría de la zona nodal C en el MPT del extremo entallado.....	249
Figura 5.91 Factores demanda-capacidad del MPT bajo cargas actuantes.	253
Figura 5.92 Disposición final de la armadura en la viga con extremos entallados.....	257
Figura C.0.1 Tipos de soldadura más comunes en uniones T con barras de refuerzo. a) Soldadura de F ilete externa, b) Soldadura de Filete interna, c) Soldadura de R anura - Penetración completa de la unión. Adaptado de (AWS D1.4, 2005).....	282

NOTACIÓN

a	=	Profundidad del bloque rectangular equivalente de esfuerzos, ACI 318 sección 10.2.7.1
a, a_v	=	Claro de corte en vigas de concreto
a_b	=	Dimensión vertical de zona nodal crítica en muro de corte
a_s	=	Ancho de llegada del puntal a zona nodal crítica en muro de corte
a_v	=	Claro de corte
a_w	=	Dimensión horizontal de zona nodal crítica en muro de corte
A_b	=	Área de una barra de refuerzo
A_c	=	Área de apoyo o de aplicación de carga
A_{cs}	=	Área de la sección transversal en un extremo del puntal donde actúa f_{cu}
A_{cv}	=	Área bruta de concreto a corte
A_f	=	Área del acero de refuerzo de flexión en una ménsula o en una viga con extremo entallado
A_h	=	Área total de refuerzo para cortante paralelo al acero principal de tracción en una ménsula o en una viga con extremo entallado
A_n	=	Área de refuerzo en una ménsula o en una viga con extremo entallado que resiste la fuerza de tracción N_{uc}
A_{nz}	=	Área de una cara de zona nodal o sección a través de una zona nodal
A_p	=	Área de acero preesforzado
A_s	=	Área de refuerzo longitudinal no preesforzado a tracción
A'_s	=	Área de refuerzo a compresión en un puntal
$A_{s, \min}$	=	Área mínima de refuerzo de flexión
A_{sh}	=	Área de refuerzo transversal colocado para controlar la tensión diagonal en la esquina reentrante de una viga con extremo entallado
A_{si}	=	Área total de refuerzo superficial con un espaciamiento s_i colocado en una fila i que atraviesa un puntal, formando un ángulo α_i con el eje del puntal
A_{tc}	=	Área de concreto que rodea al tensor calculado en base a w_t
A_{tp}	=	Área de acero preesforzado en un tensor
A_{ts}	=	Área de refuerzo no preesforzado en un tensor
A_v	=	Área del refuerzo de cortante perpendicular al refuerzo de tracción por flexión con un espaciamiento s
A_{vf}	=	Área de refuerzo de cortante por fricción
A_{vh}	=	Área del refuerzo de cortante paralelo al refuerzo de tracción por flexión con un espaciamiento s_2
$A_{v, \min}$	=	Área mínima de refuerzo para cortante con un espaciamiento s
A_w	=	Área de concreto definida por el espesor t_w y l_w
b	=	Base de una viga de concreto
b	=	Ancho de la cara en compresión del elemento
b_s	=	Ancho de un puntal
c	=	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión al eje neutro
C	=	Fuerza de compresión
C_u	=	Fuerza de compresión en estado límite
d	=	Distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tracción
d_b	=	Diámetro nominal de una barra o refuerzo

$d_{b, \text{long.}}$	=	Diámetro nominal de una barra o refuerzo longitudinal
$d_{b, \text{transv.}}$	=	Diámetro nominal de una barra o refuerzo transversal
E_c	=	Módulo de elasticidad del concreto
E_s	=	Módulo de elasticidad del acero de refuerzo
f'_c	=	Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días
f_{ce}	=	Resistencia efectiva a la compresión del concreto en un puntal o zona nodal
f_{py}	=	Esfuerzo de fluencia del acero preesforzado
f_s	=	Esfuerzo en el refuerzo calculado para las cargas de servicio
f'_s	=	Esfuerzo en el refuerzo a compresión bajo cargas factoradas
f_{se}	=	Esfuerzo efectivo en el acero preesforzado (después de que han ocurrido todas las pérdidas de preesforzado)
f_y	=	Esfuerzo de fluencia del acero
F	=	Fuerza actuante sobre un elemento
F_i	=	Fuerza axial en puntal o tensor i
F_n	=	Resistencia nominal de un puntal, tensor o zona nodal
F_{nn}	=	Resistencia nominal de la cara de una zona nodal
F_{ns}	=	Resistencia nominal de un puntal
F_{nt}	=	Resistencia nominal de un tensor
F_u	=	Fuerza en un miembro (puntal, tensor o zona nodal) debido a cargas factoradas
F_1, F_2, F_3	=	Fuerzas actuantes en la cara de una zona nodal
g	=	Distancia entre el borde inferior de la viga al centroide del grupo de barras que forman un tensor
h	=	Altura de una viga de concreto
h_w	=	Altura total del muro de corte
jd	=	Brazo de palanca
l	=	Claro entre apoyos
l_{anc}	=	Longitud de anclaje
l_{cr}	=	Longitud agrietada del tensor para el cálculo de rigidez
l_d	=	Longitud de desarrollo en tracción de una barra
l_{dh}	=	Longitud de desarrollo en tracción de una barra con gancho estándar
l_{ef}	=	Longitud efectiva del muro de corte
l_i	=	Longitud del miembro i
l_n	=	Luz libre medida entre cara de apoyos
l_{uncr}	=	Longitud no agrietada del tensor para el cálculo de rigidez
l_w	=	Longitud del muro de corte
m	=	Número de elementos en una armadura
M_n	=	Resistencia nominal a flexión en la sección
M_t	=	Momento de torsión
M_u	=	Momento mayorado en la sección
n	=	Número de nodos en una armadura
N	=	Fuerza normal o axial
N_{uc}	=	Fuerza horizontal de tensión mayorada que actúa en una ménsula
r_b	=	Radio de doblado medido al lado interno de una barra
s	=	Separación del refuerzo transversal
s_i	=	Espaciamiento centro a centro del refuerzo en la fila i adyacente a la superficie de un elemento

T	=	Fuerza de tensión
V_d	=	Fuerza de corte transmitida por mecanismo de puntal diagonal
V_{ensaye}	=	Fuerza de corte última medida mediante ensaye
V_h	=	Fuerza de corte transmitida por mecanismo de tensor horizontal
V_n	=	Resistencia nominal a cortante
V_u	=	Fuerza cortante mayorada en la sección
V_v	=	Fuerza de corte transmitida por mecanismo de puntal vertical
V_1	=	Fuerza cortante resistida por mecanismo de armadura
V_2	=	Fuerza cortante resistida por mecanismo de arco o puntal
w_s	=	Ancho del puntal
w_t	=	Ancho efectivo del tensor
w_1, w_2, w_3	=	Anchos de zona nodal
z	=	Brazo de palanca de la sección
z_s	=	Distancia entre la línea de acción de N al centroide del refuerzo a tensión en viga con extremo entallado
α_c	=	Factor dependiente de la relación h_w/l_w
α_i	=	Factor ACI sección 10.2.7.1
β_n	=	Factor de efectividad para una zona nodal
β_s	=	Factor de efectividad para un puntal
β_1	=	Factor que relaciona la profundidad de bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con la profundidad del eje neutro
γ	=	Ángulo de inclinación de la fuerza resultante que actúa en una ménsula o en una viga con extremo entallado
Δf_p	=	Incremento en el esfuerzo del acero preesforzado debido a cargas factoradas
ε	=	Deformación unitaria
ε_{mi}	=	Deformación unitaria del miembro i
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	=	Ángulo de inclinación de puntales de concreto
λ	=	Factor de modificación de la resistencia a compresión del concreto
μ	=	Relación entre cortante mecanismo de armadura versus cortante total
v	=	Factor de efectividad o eficiencia
v	=	Relación entre cortante mecanismo de arco versus cortante total
ρ	=	Porcentaje de acero a tensión
ρ'	=	Porcentaje de acero a compresión
ρ_t	=	Porcentaje de acero horizontal en muro de corte
σ	=	Esfuerzo normal
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	=	Esfuerzos actuantes en la cara de una zona nodal
τ	=	Esfuerzo de corte
Φ	=	Factor de reducción de resistencia
Φ_f	=	Factor de resistencia a flexión
Φ_{STM}	=	Factor de resistencia para elementos puntal tensor
ψ_e	=	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en el revestimiento del refuerzo
ψ_t	=	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en la localización del refuerzo

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

Los miembros estructurales de concreto presentan dos tipos de regiones, que difieren fundamentalmente en el mecanismo de transferencia de fuerza. Las Regiones B o Bernoulli, en las que se considera una distribución lineal de las deformaciones, por lo que la aplicación de las teorías tradicionales de flexión, corte y torsión, resulta satisfactoria. Las Regiones D o discontinuas, adyacentes a interrupciones geométricas y discontinuidades estáticas, con trayectorias de esfuerzos turbulentos y distribución no-lineal de las deformaciones.

En la mayoría de los casos, las Regiones D han sido diseñadas en base a la experiencia o por medio de relaciones empíricas, derivando en diseños pobremente optimizados y, en algunos casos inadecuados, destinados a la prematura falla estructural. En la actualidad el uso de sofisticados métodos de análisis asistidos por computador, como el método de elementos finitos, pueden ser utilizados para predecir fácilmente la *respuesta elástica de las Regiones D*; sin embargo cuando el concreto incursiona en comportamientos inelásticos, estos métodos resultan no prácticos, conllevando a complejos modelos computacionales.

El modelo puntal-tensor (en adelante MPT) es un *método racional para el diseño de Regiones D*, que consiste en sustituir la región D de un elemento por una estructura sencilla de barras articuladas que represente su comportamiento. En esta idealización del flujo de los esfuerzos internos del elemento, se consideran miembros a compresión, llamados *puntales*; y miembros a tensión, llamados *tensores*; ambos conectados entre sí por *zonas nodales (nodos)*.

Entre las aplicaciones prácticas del MPT pueden nombrarse; el diseño de vigas de gran peralte, cambios de sección en vigas, uniones viga-columna, aberturas en vigas y muros, ménsulas, zonas de apoyo en vigas, pilas de puentes, cabezales de pilotes, o bien en cualquier zona donde se prevé concentraciones o flujos turbulentos de esfuerzos.

En nuestro país, el diseño de regiones D se fundamenta, en el mejor de los casos, en fórmulas experimentales presentadas en el código ACI 318, por ejemplo la correspondiente a una ménsula; sin embargo estas relaciones solo existen para ciertos casos, por lo que gran parte de las regiones D son detalladas en base a la práctica común.

La presente investigación monográfica resume los fundamentos teóricos del MPT y, a su vez, presenta una serie de ejemplos prácticos en los que se exponen la metodología de diseño propuesta por el apéndice A del ACI 318-08.

1.2 Antecedentes

Los orígenes del modelo puntal tensor se remontan a la infancia del diseño de concreto reforzado. En 1899, el ingeniero suizo Wilhelm Ritter desarrolló un mecanismo de armadura para explicar el papel del refuerzo transversal en la resistencia al corte de una viga (Figura 1.1).

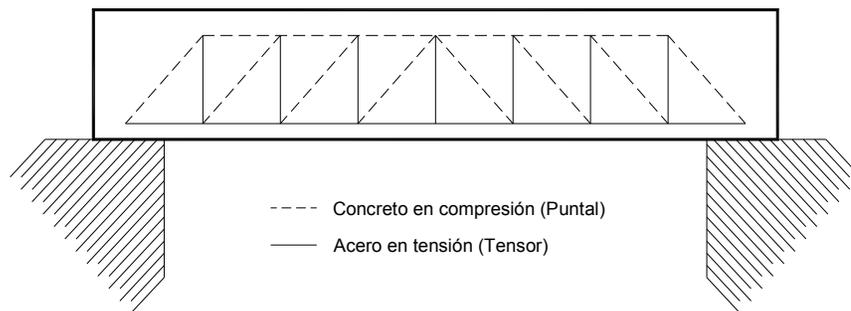


Figura 1.1 Modelo original de la Armadura de Ritter.

El modelo de Ritter fue posteriormente mejorado por Mörsch en 1902. Él creyó que las fuerzas discretas diagonales que Ritter había usado en su armadura serían mejor representadas por un campo continuo de compresión diagonal. También propuso que los modelos de armadura explicarían el comportamiento de vigas detalladas con barras de refuerzo longitudinal con cierto levantamiento (Figura 1.2).

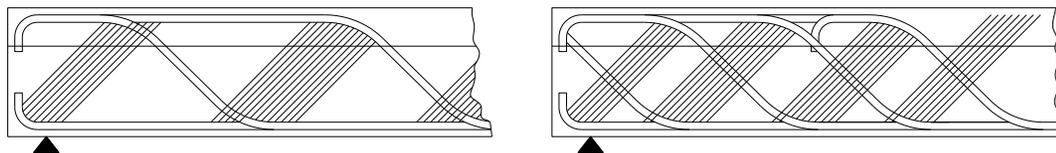


Figura 1.2 Modelos de armaduras para el comportamiento de vigas postuladas por Mörsch (1912).

El diseño del refuerzo transversal en miembros con un flujo complejo de esfuerzos internos fue un aspecto importante en la investigación del concreto estructural en Europa Central durante las décadas de 1960 y 1970. Leonhardt, de la Universidad de Stuttgart en Alemania, Thürlimann y Müller, del Instituto

Federal Suizo de Tecnología en Zürich, fueron importantes en el desarrollo de métodos de análisis y diseño de regiones de concreto estructural con flujos internos de esfuerzos complejos. A mediados de la década de 1970, Park y Paulay, de la Universidad de Canterbury, extendieron muchos de los conceptos de análisis y diseño desarrollados por Leonhardt, para incluir (por primera vez) el diseño de regiones con flujos de esfuerzos complejos y sometidos a cargas cíclicas causadas por la excitación sísmica. Una de estas regiones es la unión viga-columna en un marco resistente a momento. En el análisis y diseño de una unión viga-columna, Park y Paulay se desviaron del trabajo de Leonhardt al proponer un mecanismo simple de transferencia de cortante que no sigue las trayectorias principales de esfuerzos mostradas por un análisis elástico. Este modelo todavía forma la base de las recomendaciones de diseño en Nueva Zelanda.

El método de análisis puntal-tensor, como llegó a ser conocido en la literatura en inglés, fue formalizado y popularizado por (Schlaich, et al., 1987). Schlaich sugirió que una posible aproximación para el desarrollo adecuado de modelos puntal-tensor es orientar los miembros a tensión y compresión dentro de 15 grados del camino de esfuerzo principal obtenidos de un campo de esfuerzo elástico no agrietado, y el modelo más válido tiende a ser el que minimiza la cantidad de refuerzo.

Canadá fue el primer país en incorporar los requerimientos compatibles de diseño con el uso de MPT en 1994. Nueva Zelanda incorporó los requisitos similares de diseño en su código en el año de 1995. Otros códigos también introdujeron guías de diseño para el uso del MPT en la década pasada, tales como el Código Australiano y el Eurocódigo. En 1994, la primera edición del AASHTO LRFD, Especificaciones de Diseño para Puentes; hizo referencia al uso de MPT para el diseño de miembros de concreto bajo ciertas circunstancias. La edición del año 2002 del código ACI-318 fue la primera en incluir disposiciones de diseño con MPT. Muchos artículos han sido escritos en la actualidad acerca del uso del MPT en el diseño de estructuras de concreto.

1.3 Justificación

En las estructuras de concreto, los diseñadores estructurales con frecuencia se encuentran con regiones en los elementos que están sometidos a grandes concentraciones de esfuerzos. Las suposiciones tradicionales de diseño, específicamente la que se refiere a que las secciones permanecen planas antes y después de aplicar las cargas, no aplica al diseño de estas regiones. Tradicionalmente estas zonas se han diseñado usando formulaciones empíricas o mediante la experiencia. Sin embargo, la función del experimento en el diseño estructural debería estar restringida para verificar o disputar una teoría, pero no para derivar ésta de él, por lo que las teorías deben basarse en modelos mecánicos que pueden ser fácilmente entendidos y, por ende, tener poca probabilidad de estar mal interpretado (Schlaich, et al., 1987).

El MPT provee a los ingenieros una herramienta flexible e intuitiva para el diseño de estructuras de concreto, o parte de ellas. El método tiene en cuenta los flujos de esfuerzos para ser aproximados con elementos simples de una armadura, y que pueden ser diseñados usando mecánica estructural básica.

Además de las ventajas en la praxis, el MPT es una gran herramienta pedagógica que ayuda a entender el comportamiento mecánico de un elemento de concreto.

De conformidad a lo antes expuesto, se considera oportuno desarrollar una monografía en la que se establezcan los conceptos básicos y la metodología de uso del MPT para el diseño de Regiones D. Se trata de un estudio conceptual, que tendrá énfasis particular en la validez en el uso del método y en la guía o procedimiento de diseño del mismo.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Aplicar la teoría fundamental del modelo puntal-tensor en el diseño de elementos de concreto reforzado.

1.4.2 Objetivos Específicos

Exponer la base teórica del modelo puntal-tensor, así como el procedimiento de diseño dispuesto en el código ACI 318-08.

Desarrollar ejemplos prácticos de diseño donde resulta necesario aplicar modelos puntal-tensor.

Utilizar el programa CAST (Computer Aided Strut and Tie) en el desarrollo de modelos puntal-tensor.

1.5 Organización

Esta monografía está organizada en 6 capítulos, de modo que los conceptos del MPT se desarrollen progresivamente, con el objetivo que el documento sirva de libro guía para estudiantes o ingenieros interesados en formarse en el diseño con MPT. Una breve descripción de cada capítulo se realiza a continuación.

En el capítulo II se realiza una introducción a los fundamentos teóricos del MPT, así mismo se exponen conceptos básicos que tienen notable importancia en la comprensión del método.

Las hipótesis del MPT, conjuntamente con una descripción detallada de los componentes, sus características y comportamiento son mostrados en el capítulo III. A la vez se trata brevemente el desempeño del MPT expuestos a cargas cíclicas.

En el capítulo IV se presenta el procedimiento de diseño del MPT. Recomendaciones para el desarrollo y selección del MPT, tomando en cuenta distintos criterios de optimización, son exhibidas en este capítulo. Finalmente se presentan las disposiciones del ACI 318-08 para el dimensionamiento del MPT.

El capítulo V aborda los ejemplos de aplicación del MPT. Seis ejemplos prácticos fueron seleccionados para este fin, tomando en cuenta la aplicabilidad de éstos en el ámbito del diseño estructural.

En el capítulo VI se presentan las conclusiones y recomendaciones de la monografía.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Principio de Saint-Venant

El principio de Saint-Venant¹ es considerado por algunos autores como la verdadera piedra angular de la mecánica de materiales, pues establece que:

“En una pieza prismática, los esfuerzos que actúan sobre una sección recta, alejada de los puntos de aplicación de un sistema de cargas, solo dependen de la fuerza o del momento resultante de las fuerzas situadas a un lado de la sección considerada” (Cervera & Blanco, 2001).

Esta hipótesis implica que los efectos locales, como concentraciones de esfuerzos causados por las reacciones en los apoyos, cargas concentradas, cambios de secciones, etc., solo afectan a las secciones adyacentes a las secciones en que se producen. La forma precisa en que se aplicaron las fuerzas o los dispositivos usados para aplicarlas, así como la disposición constructiva de los aparatos de apoyo, solo afectan el estado tensional en una zona ubicada sobre una longitud de un canto de la pieza.

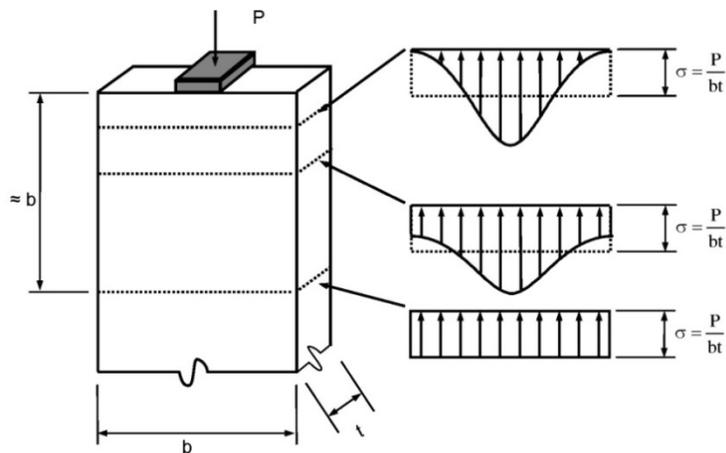


Figura 2.1 Ilustración del Principio de Saint-Venant. Adaptado de (Brown, et al., 2006).

¹ Nombrado en honor al ingeniero francés Adhémar Barré Saint-Venant.

La Figura 2.1 muestra la variación de esfuerzos en un elemento estructural a medida que la sección se aleja del punto de aplicación de la carga. Como se observa, a una distancia “b” del punto de aplicación de la carga, el esfuerzo axial máximo resultante es igual al esfuerzo promedio, esto es la esencia del principio de Saint-Venant.

El principio de Saint-Venant plantea entonces que, aunque las materializaciones de las condiciones de contorno pueden ser distintas y de que la aplicación de la carga también puede variar, la forma de cálculo de los esfuerzos es la misma (Figura 2.1). Según Saint-Venant, los esfuerzos que actúan en la zona central del elemento dependen únicamente de los momentos y las fuerzas resultantes; por el contrario, las zonas extremas se ven afectadas por los efectos locales, y la determinación de sus estados tensionales requerirá consideraciones más rigurosas. Una forma generalizada del teorema de Saint-Venant es descrita por la Figura 2.2.

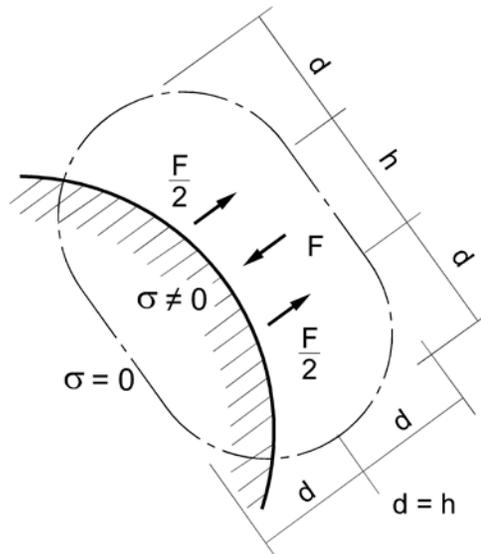


Figura 2.2 Región de un cuerpo afectado por sistema de fuerzas auto-equilibrantes. Adaptado de (Schlaich, et al., 1987).

2.2 Analogía de la armadura de Ritter-Mörsch

Una manera de idealizar como trabaja internamente una viga de concreto, en estado fisurado y despreciando la resistencia a corte del concreto, la proporciona el modelo conocido como Analogía de la armadura de Ritter-Mörsch (Figura 2.3)

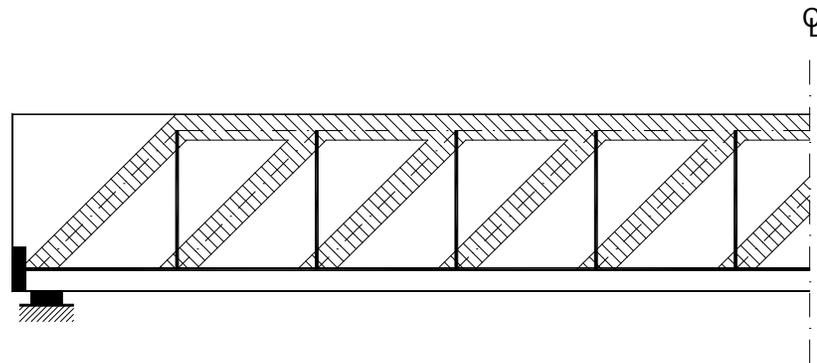


Figura 2.3 Reticulado Hipotético. Adaptado de (Leonhardt & Mönnig, 1985).

El modelo de la armadura supone que internamente la viga genera un mecanismo de celosía; consistente en una cuerda superior de compresión, fundamentalmente de concreto y eventualmente auxiliado por el acero de refuerzo a compresión; una cuerda inferior de tracción constituido por el refuerzo principal a tensión; unos puntales inclinados y articulados trabajando a compresión a través del concreto del alma; y unos montantes que pueden considerarse verticales o inclinados trabajando a tracción, que se corresponden a los estribos o barras inclinadas de cortante.

Está claro que el mecanismo pretendido por la analogía de la armadura es resistir la flexión con las cuerdas horizontales, y el cortante con los montantes y diagonales del alma, exclusivamente.

Resulta evidente que para que este mecanismo funcione correctamente, las armaduras transversales deben estar adecuadamente ancladas en ambos nodos. Este mecanismo resulta excesivamente conservador por razones justificadas experimentalmente. En primer lugar, porque prescinde totalmente de

la capacidad resistente del concreto a tracción; en segundo lugar, porque la cuerda superior de concreto no fisurado posee una cierta capacidad resistente al cortante; en tercer lugar, porque los puntales inclinados no se encuentran articulados; y finalmente, no es posible imaginar una viga en la que su alma trabaje independientemente del resto olvidando el efecto arco (Leonhardt & Mönning, 1985).

Una armadura de corte con diagonales traccionadas a 45° es la más efectiva (Figura 2.4), pues corresponde con la dirección de los esfuerzos principales de tracción. De esta forma, a nivel del eje baricéntrico, las barras traccionadas (ubicadas en el alma de la viga) cortan a las fisuras de corte aproximadamente en forma normal. Estas diagonales traccionadas pueden estar constituidas ya sea por barras longitudinales levantadas (*bent-up bars*), o bien por estribos inclinados. Sin embargo, por razones prácticas se utiliza la armadura de corte con estribos verticales, de modo que es necesario considerar reticulados especiales con barras traccionadas verticalmente.

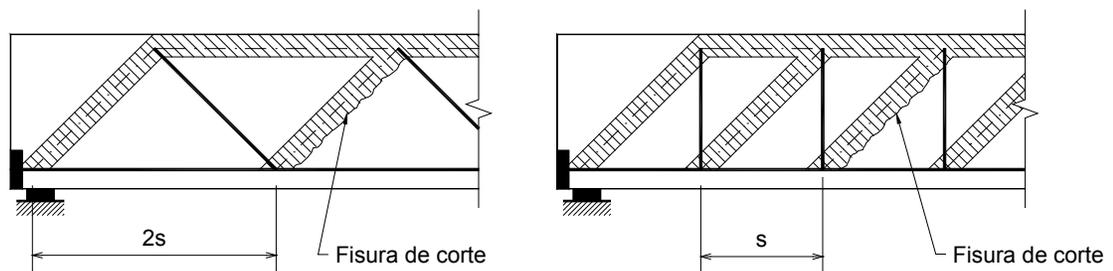


Figura 2.4 Reticulado cuádruple y reticulado de dobles diagonales. Adaptado de (Leonhardt & Mönning, 1985).

Al proyectar la armadura de corte debe tenerse presente que no basta considerar reticulados simples, estáticamente determinados, porque debido a la gran separación entre las barras traccionadas, una fisura de corte que se origine entre dos de ellas, puede conducir a la rotura (Figura 2.4). En consecuencia, las barras traccionadas deben estar más juntas, lo que conduce a los reticulados

que muestran la Figura 2.5, con diagonales múltiples o también *reticulados cruzados*.

Los reticulados cruzados son estructuras de múltiple indeterminación estática por vínculos internos, pero de acuerdo con la analogía de la armadura de Mörsch se les puede considerar como la superposición de numerosos reticulados estáticamente determinados, ligeramente desplazados entre sí y donde cada uno de ellos absorbe la parte de carga que le corresponde. Con ello, el cálculo de los esfuerzos de tracción y compresión en las barras ideales del alma se efectúa como en el caso de los reticulados simples (Leonhardt & Mönning, 1985).

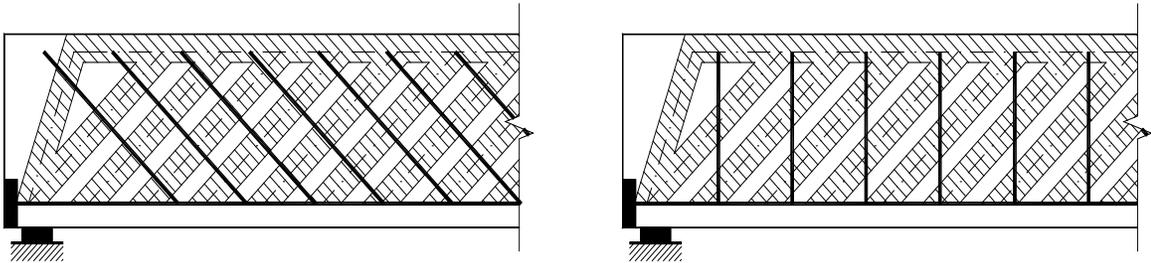


Figura 2.5 Para reticulados simples es posible una falla prematura por cortante, debido a la formación de fisuras por cortantes. Adaptado de (Leonhardt & Mönning, 1985).

2.3 Diseño Plástico de Estructuras de Concreto

El diseño plástico es una técnica para la estimación de la carga máxima (última) que puede soportar una estructura o parte de ésta. La principal hipótesis del diseño plástico se basa en que los componentes de la estructura exhiben un comportamiento dúctil, definiendo ductilidad como la habilidad de un miembro de tolerar grandes deformaciones (rotaciones o elongaciones) sin una significativa caída de su resistencia. La ductilidad, como bien es sabido, es una propiedad del acero forjado, así como del acero de refuerzo usado en los elementos de concreto. A primera vista, puede no parecer objetivo que un elemento de concreto reforzado sea un componente estructural muy dúctil, sin embargo éste puede ser diseñado para ello. Con una apropiada selección de la cantidad de

refuerzo a flexión, una viga de concreto reforzado puede ser fabricada de manera dúctil, pues el acero de refuerzo fallará de manera dúctil antes que ocurra la falla a compresión en el concreto, como es mostrado en la Figura 2.6.

Las distintas curvas presentadas en la Figura 2.6 corresponden a varias cantidades de acero a compresión ρ' . La sección de la Figura 2.6 tiene un comportamiento dúctil más allá de la rotación correspondiente al momento plástico. La capacidad de carga incrementa levemente con la deformación más allá del momento de fluencia.

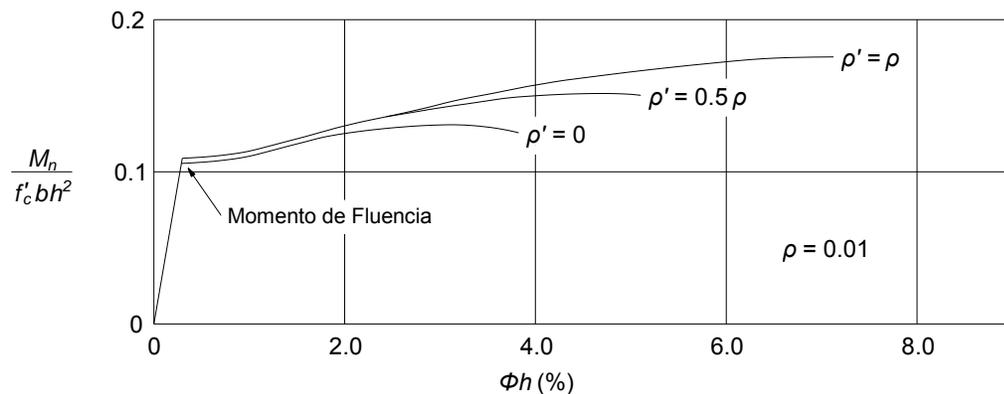


Figura 2.6 Relaciones momento-curvatura para una viga de concreto reforzado a flexión.

Propiedades similares pueden ser logradas para secciones que están predominantemente sujetas a corte y que tienen un acero de corte adecuadamente proporcionado, por lo que el acero de refuerzo fluye antes de que ocurra la falla a compresión en el concreto.

Como en el caso de las estructuras de acero, un apropiado detallamiento es crítico para lograr una buena ductilidad, en una sección de concreto reforzado es especialmente importante para asegurar que las rotaciones requeridas puedan desarrollarse. Un apropiado detallamiento de una estructura puede proveer un porcentaje suficiente de ductilidad para permitir su uso en los métodos de diseño plástico.

Los métodos de diseño plástico en estructuras descansan sobre dos grandes teoremas, los que fueron originalmente formulados para estructuras de acero tipo pórtico y luego revalidados de forma general. Estos teoremas son el teorema del límite inferior y límite superior. Además de estos dos teoremas, el diseño plástico de los elementos de concreto se fundamenta en la condición de fluencia. Es preciso aclarar que no se busca profundizar en estos conceptos teóricos, ya que debido a la alta complejidad de éstos, la plasticidad del concreto estructural es un amplio campo de investigación que sobrepasa los objetivos de esta monografía. Una explicación más amplia de los conceptos, así como las demostraciones matemáticas se pueden encontrar en (Nielsen & Hoang, 2011).

2.3.1 Teorema del Límite Inferior o Teorema Estático

Este teorema fue postulado como axioma intuitivo por Kist en el año 1917, enunciado luego por Gvozdev en 1936 y demostrado por Greenberg y Prager en 1949 (Fratelli, 1967). El teorema estático, enunciado en relación a los sistemas estructurales flexionados expresa:

“Una carga calculada basándose en un diagrama supuesto de momentos en equilibrio, en el cual no se sobrepasa en ningún punto del sistema el valor del momento plástico de la sección, será siempre menor o al menos igual a la carga crítica de colapso.”

Este teorema puede ser reescrito de una manera más sencilla:

Es posible obtener un estimado conservador de la capacidad de una estructura, asumiendo una distribución interna de esfuerzos que respete las relaciones constitutivas (propiedades de los materiales) y el equilibrio. Este es el principio fundamental en el que descansa el modelo puntal-tensor.

2.3.2 Teorema del Límite Superior o Teorema Cinemático

Este teorema, enunciado por Feinberg en 1948 y demostrado por Greenberg y Prager un año más tarde, permite acotar superiormente el valor de la carga

crítica de colapso, y en él se fundamenta el método de los mecanismos o método cinemático de análisis plástico. El teorema se enuncia así:

“Una carga calculada basándose en un mecanismo supuesto, siempre será mayor o por lo menos igual a la carga crítica de colapso.”

Según este teorema la carga que provoca la falla de un sistema estructural puede ser calculada tomando únicamente los criterios cinemáticos.

2.3.3 Condición de fluencia

Dado un conjunto generalizado de esfuerzos, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$, la condición de fluencia es una función;

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 0$$

La condición puede ser verificada como una superficie en un espacio n-dimensional llamada superficie de fluencia (Figura 2.7). Si $f < 0$, el punto determinado por la función de esfuerzos generalizados se encuentra dentro de la superficie, por ende éste cumple con la condición de fluencia. La condición de $f > 0$ implica que el punto está fuera de la superficie y por lo tanto este esfuerzo no puede ocurrir.

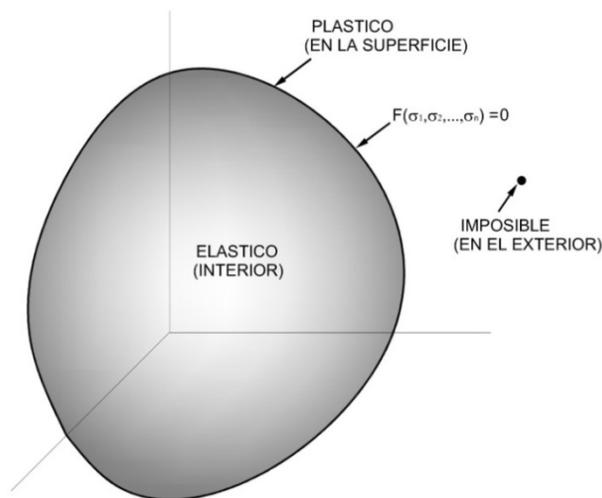


Figura 2.7 Representación de la superficie de fluencia.

La superficie de fluencia es una función de las tensiones que separa, en el espacio de tensiones, aquellas combinaciones de tensiones que dan lugar a comportamientos de tipo elástico de comportamientos de tipo plástico.

Cuando el cuerpo se encuentra en régimen plástico (es decir, cuando se están produciendo deformaciones plásticas), el estado de tensiones siempre debe estar sobre la superficie de fluencia. Así, dado un estado tensional definido por σ_1 , podemos obtener:

$f(\sigma_1, \sigma_n, \dots, \sigma_n) < 0 \rightarrow$ Régimen elástico

$f(\sigma_1, \sigma_n, \dots, \sigma_n) = 0 \rightarrow$ Régimen elastoplástico

$f(\sigma_1, \sigma_n, \dots, \sigma_n) > 0 \rightarrow$ Inadmisibles

2.4 Comportamiento del concreto reforzado bajo cargas de corte

La gran mayoría de los miembros estructurales de concreto reforzado no pueden escapar de resistir fuerzas cortantes. Estas fuerzas rara vez actúan por sí mismas, sino en combinación con flexión, carga axial y quizás torsión. Además de identificar el efecto de fuerzas cortantes que actúan por sí solas, es necesario examinar las interacciones posibles con las otras acciones estructurales. En los miembros a flexión, en especial los mecanismos que resisten el cortante interactúan íntimamente con la adherencia entre el concreto y el refuerzo, y el anclaje de éste.

La transmisión de cortante en las vigas de concreto reforzado se apoya fuertemente en la resistencia a *tensión y compresión* del concreto. En consecuencia, no es de sorprender que una falla a cortante por lo general sea no dúctil y, por ende, se debe intentar suprimir este comportamiento. En especial, en las estructuras resistentes a sismos, se pone gran atención a la ductilidad, razón por la que el diseñador debe asegurarse de que jamás ocurra una falla a cortante, lo que implica que cuando es esencial la ductilidad, la resistencia a

cortante del miembro debe ser algo mayor que la resistencia máxima a flexión que éste podría desarrollar.

De la misma forma se debe tener una noción precisa que el problema de cortante en elementos de concreto, no está en sí relacionado con el estado a esfuerzo cortante puro, debido a que éste raramente se origina en elementos de concreto; más bien el problema del corte en miembros de concreto se debe a las tensiones (tensiones diagonales) que se originan en el miembro cuando éste es solicitado.

2.4.1 Mecanismos de resistencia a cortante

Identificados inicialmente por el Comité 426 ASCE-ACI en 1976 y estudiados más tarde por (Reineck, 1991), se han propuesto los siguientes mecanismos de transferencia de cortante (Figura 2.8).

- 1) *Esfuerzo cortante en el concreto no agrietado de la zona de compresión por flexión.* La integración de los esfuerzos de corte en la zona de compresión da como resultado una componente de cortante que a menudo es la considerada cuando se habla de la contribución del concreto. Sin embargo, esta contribución se ve afectada considerablemente por la degradación del concreto *por cargas de sismo*. Cuando se emplean MPT, esta contribución es considerada como compresión en la cuerda superior de la armadura.
- 2) *Acción de dovela de las barras de refuerzo longitudinal.* Es la resistencia del refuerzo longitudinal a la fuerza cortante en una entrecara agrietada y está dada por flexión local en las barras, cortante directo y torcedura. Depende de la magnitud de los desplazamientos a lo largo del plano de cortante y de la resistencia a tensión del recubrimiento de concreto que la soporta, y puede ser significativa en elementos con altas cuantías de refuerzo.
- 3) *Esfuerzos residuales de tensión transmitidos a través de las grietas.* Cuando se forma una grieta, cuya anchura oscila entre 0.02 y 0.15 mm, existen

- pequeñas piezas que sirven de puente entre las dos superficies y continúan transmitiendo fuerzas de tensión.
- 4) *Acción de arco o de puntal.* Consiste en la transferencia de fuerzas por medio de puntales de concreto a compresión. Se presenta en elementos peraltados con relación claro de cortante a peralte (a/d) menor que 2.5, y en columnas en las que la carga aplicada se transmite mediante un puntal diagonal entre las zonas de compresión.
 - 5) *Transferencia de cortante en la entrecara, trabazón del agregado o fricción en la grieta.* Se fundamenta en que los agregados que sobresalen de la superficie agrietada proporcionan resistencia al deslizamiento. Este mecanismo se encuentra implícito en las teorías de campos de compresión y en algunos otros modelos, y establece la capacidad de las grietas diagonales de transferir cortante en elementos sin refuerzo transversal.

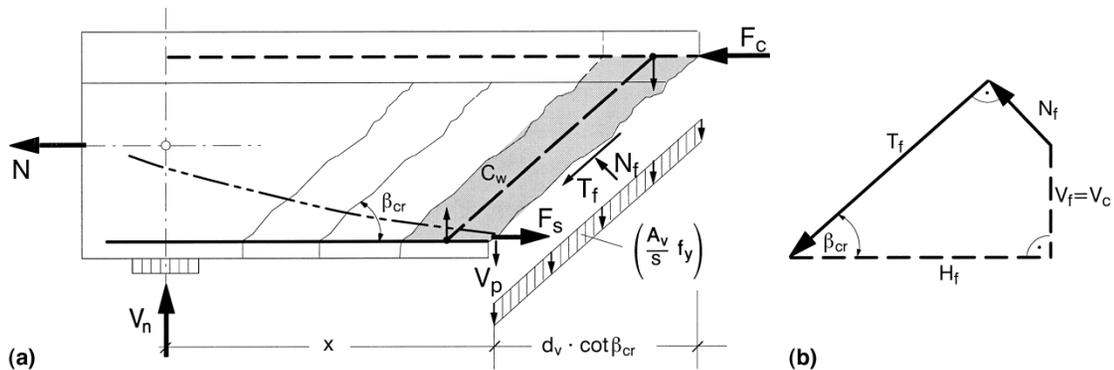


Figura 2.8 Diagrama de cuerpo libre de una región B en un soporte y fuerzas generadas en las grietas debido a la fricción. a) Diagrama de cuerpo libre en el extremo de la región, b) Fuerzas debido a la fricción. Adaptado de (Reineck, 1991).

En la Figura 2.8:

β_{cr} = Ángulo de inclinación de la grieta.

A_v = Área del refuerzo transversal.

C_w = Componente de la fuerza cortante que se transmite por acción de arco o puntal.

F_c = Fuerza de compresión en el bloque de compresión por flexión.

F_s = Fuerza de tensión en el acero y/o en el presfuerzo.

f_y = Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal.

H_f = Componente horizontal combinada de las fuerzas de fricción T_f y N_f a través de la grieta inclinada.

N = Fuerza normal aplicada sobre el elemento.

N_f = Fuerza normal en la grieta por la transmisión de esfuerzos residuales de tensión.

S = Separación de los estribos.

T_f = Suma de las fuerzas de fricción tangenciales en la grieta o resistencia por trabazón del agregado.

V_{cf} = Fuerza cortante transferida por fricción a través de la grieta y está dada por la suma de las componentes verticales de T_f y N_f .

V_{cc} = Resistencia a cortante del concreto o cortante transmitido en la zona de compresión por flexión.

V_f = Componente vertical combinada de las fuerzas de fricción T_f y N_f a través de la grieta inclinada.

V_d = Fuerza de dovela.

V_n = Resistencia nominal a cortante y está dada por las contribuciones del concreto y el acero.

V_p = Componente vertical de la fuerza de presfuerzo (si existe).

V_s = Fuerza cortante tomada por los estribos que atraviesan la grieta y está dada por $A_v f_y d_v \cot \theta / s$.

d_v = Brazo interno de palanca de la sección.

2.4.2 Parámetros que afectan la capacidad a corte del concreto.

Los factores que afectan, en mayor escala, la contribución del concreto a la capacidad a cortante de un elemento de concreto reforzado, según (Uribe & Alcocer, 2008), son:

1) *Relaciones claro de cortante a peralte (a/d).* Para bajas relaciones a/d (menores que 2.5), el esfuerzo promedio de corte a la falla es progresivamente mayor que en vigas esbeltas, debido a que se facilita la formación de un puntal de compresión directamente del punto de aplicación de carga al apoyo. En estos casos, los elementos deben ser diseñados preferiblemente mediante un MPT (Figura 2.9).

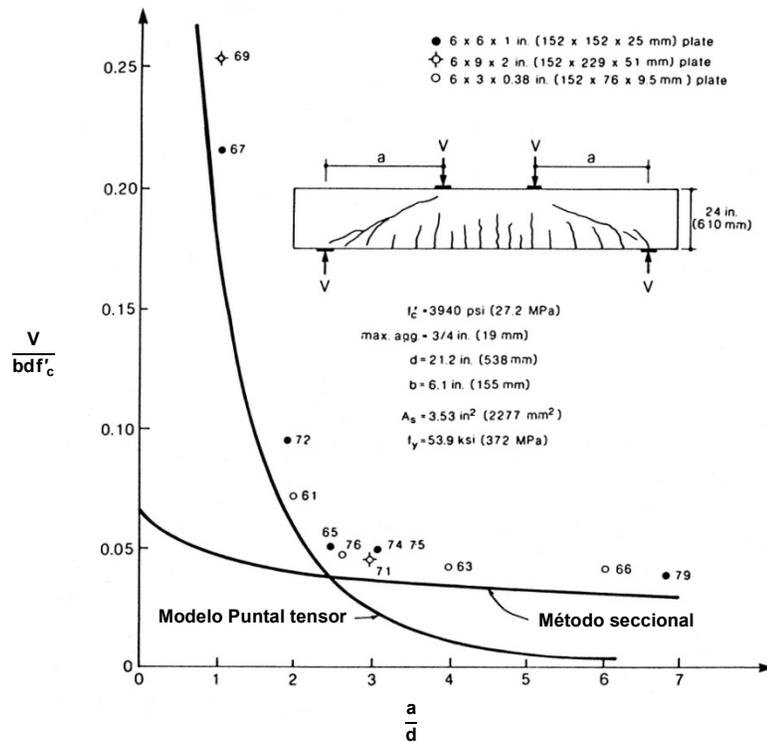


Figura 2.9 Aplicabilidad del método seccional y el método puntal-tensor a una serie de vigas probadas por Kani (1979). Adaptado de (Collins & Mitchell, 1997).

2) *Cuantía de refuerzo longitudinal.* A menor cantidad de refuerzo longitudinal, el elemento puede fallar a más bajos esfuerzos de corte. Esta reducción puede ser explicada por el incremento en la anchura de las grietas que resulta en una disminución de la transferencia de cortante en la entrecara y mayores grietas por flexión que reducen tanto el tamaño de la zona a compresión como la acción de dovela.

- 3) *Fuerza axial.* La tensión axial disminuye la resistencia a cortante de elementos sin refuerzo transversal, mientras que la compresión la incrementa.
- 4) *Efecto de tamaño.* Se refiere que a mayor tamaño se presentan mayores anchos de grieta y menor habilidad para transmitir corte a través de la entrecara agrietada (Collins & Mitchell, 1997). Adicionalmente, de acuerdo con la teoría de la mecánica de la fractura, cuando la falla está controlada por tensión, el esfuerzo nominal a la falla disminuye con el aumento en el tamaño del elemento, ya que la carga de falla aumenta a una tasa menor que la superficie de falla disponible y la energía de fractura permanece constante (Alcocer, 1998).
- 5) *Condiciones de carga.* La contribución del concreto a la resistencia a corte depende en gran medida de la ductilidad de desplazamiento del elemento y de las condiciones de carga. Así, para cargas biaxiales se obtienen degradaciones más severas de dicha contribución que para cargas uniaxiales. A partir de resultados experimentales en vigas y columnas, sometidas a cargas uniaxiales y biaxiales, se ha demostrado que la contribución del concreto se degrada con el incremento en la ductilidad de desplazamiento a partir de valores de uno y es muy baja para altos niveles de ductilidad (Aschheim, et al., 1997). Adicionalmente, cuando se forman puntales de compresión, su ángulo de inclinación es función de la magnitud de la rotación en la articulación plástica, ya que cambia gradualmente desde la zona de la articulación hasta fuera de ella. Así mismo, las cargas cíclicas inducen esfuerzos de tensión y compresión alternados en el concreto que aceleran la degradación del material y disminuyen su resistencia a cortante.

CAPÍTULO III

MODELO PUNTAL-TENSOR

3.1 Introducción

Los modelos basados en la analogía de la armadura son considerados por investigadores y diseñadores estructurales como la base racional y correcta para el diseño de vigas agrietadas de concreto reforzado solicitadas a flexión, cortante y torsión. Sin embargo, un diseño basado en la analogía tradicional de la armadura puede cubrir solamente ciertas partes de una estructura y desde que todas las partes de una estructura adquieren igual importancia, un concepto aceptable de diseño debe ser válido y coherente para cada parte de cualquier estructura (Schlaich, et al., 1987).

Por consiguiente, en la actualidad se ha propuesto generalizar la analogía de la armadura en forma del modelo puntal-tensor para el diseño de cualquier región de una estructura. Así, el modelo puntal-tensor puede definirse como:

“Un método de diseño el cual usa sistemas hipotéticos equivalentes de armaduras para representar los campos de esfuerzos en miembros de concreto en estado límite de colapso (cargas últimas). El principio del método es simular el flujo de esfuerzos en el concreto agrietado, con el uso de puntales y tensores conectados por nodos”. (Chantelot & Mathern, 2010).

Esta propuesta es justificada en el hecho que los miembros de concreto transmiten las cargas por medio de campos de esfuerzos a compresión, los que se distribuyen y se conectan con campos de esfuerzos a tensión. Estos campos a tensión pueden ser las varillas de refuerzo, cables de pretensado o campos de esfuerzos a tensión en el concreto. Para fines analíticos, el modelo

aglomera todos los campos de esfuerzos en un reticulado hipotético con elementos cargados a compresión y tensión, unidos entre sí por nodos.

El modelo puntal-tensor está basado en el teorema del límite inferior de la teoría de plasticidad y representa a un posible sistema de fuerzas en equilibrio de una estructura bajo cargas últimas, el cual respeta el criterio de fluencia en cada punto de la estructura (Marti, 1985)².

Entonces, de acuerdo con el teorema del límite inferior y asumiendo que la estructura posee suficiente ductilidad para satisfacer cualquier redistribución de esfuerzos³, la carga de falla por este método subestima la carga teórica de falla de la estructura. En otras palabras, la estructura siempre encontrará la misma o una forma más eficiente de transmitir la carga.

Mientras que la teoría de plasticidad tras el MPT es un poco compleja, ésta es exclusivamente utilizada para establecer las bases racionales del método. Para la mayoría de las aplicaciones prácticas, únicamente es necesario entender que una apropiada selección y dimensionamiento del MPT representa un límite inferior de la verdadera capacidad de un elemento estructural, asumiendo que otros tipos de fallas frágiles, tales como la estabilidad y el aplastamiento local, son ignoradas.

3.2 Hipótesis del modelo puntal-tensor

Aunque un detallado desarrollo matemático de la teoría del MPT es innecesario en aplicaciones prácticas, el conocimiento de las hipótesis del método es trascendental, debido a que de éstas depende el cumplimiento del teorema del límite inferior y del criterio de fluencia de la teoría de plasticidad. Según (Rogowsky & MacGregor, 1986) y (Bergmeister, et al., 1993), las más importantes de estas hipótesis son:

² En el apartado 2.3 se expusieron los conceptos de la teoría de la plasticidad aplicados al MPT.

³ La explicación de este concepto se amplía en apartado 4.6.1.

1. La condición de equilibrio debe ser satisfecha.
2. La falla del modelo es debido a la formación de un mecanismo resultado de la fluencia de uno o más tensores.
3. El aplastamiento de los puntales de concreto no debe ocurrir antes de la fluencia de los tensores. Esto se previene al limitar el nivel de esfuerzo en el concreto, $v f'_c$, donde v es un factor de resistencia efectiva menor de 1.
4. Solamente fuerzas uniaxiales se presentan en los puntales y tensores.
5. Todas las cargas externas, incluyendo las fuerzas de pre y postensado, están aplicadas en los nodos del modelo puntal-tensor. En el caso de cargas distribuidas, el modelo debe ser adecuadamente formulado para representar realmente la distribución de cargas.
6. El refuerzo es debidamente detallado para prevenir fallas por temperatura y fallas de anclaje.

3.3 Regiones Estructurales

Si se considera la pieza presentada en la Figura 3.1a, se observa que si bien la red de líneas isostáticas⁴ es uniforme en la mayor parte del claro, a medida que se acerca a la zona próxima a los apoyos se presenta un cambio brusco en la dirección de las líneas (una perturbación), que es producto de la concentración de esfuerzos en los apoyos del elemento.

Partiendo de la hipótesis de Saint-Venant, podemos suponer que en zonas de una extensión máxima aproximadamente igual a un canto “ h ”, a partir de los apoyos, es donde se observará la perturbación causada por las reacciones (Figura 3.1a). A esta zona por su discontinuidad se nombra región “D”, el resto de la pieza será una región “B”.

La subdivisión de una estructura en dos tipos de regiones estructurales, como lo mostrado en la Figura 3.1b, es de suma importancia para la comprensión del

⁴ Líneas formadas al unir los vectores de esfuerzos principales, éstas representan el flujo de esfuerzos elástico en el miembro.

comportamiento de las fuerzas internas en ésta. Sin embargo, la teoría clásica de diseño solo considera la geometría de los elementos para evaluar los estados de esfuerzos, desconsiderando una clasificación apropiada que incluya en conjunto a la geometría y las cargas aplicadas⁵.

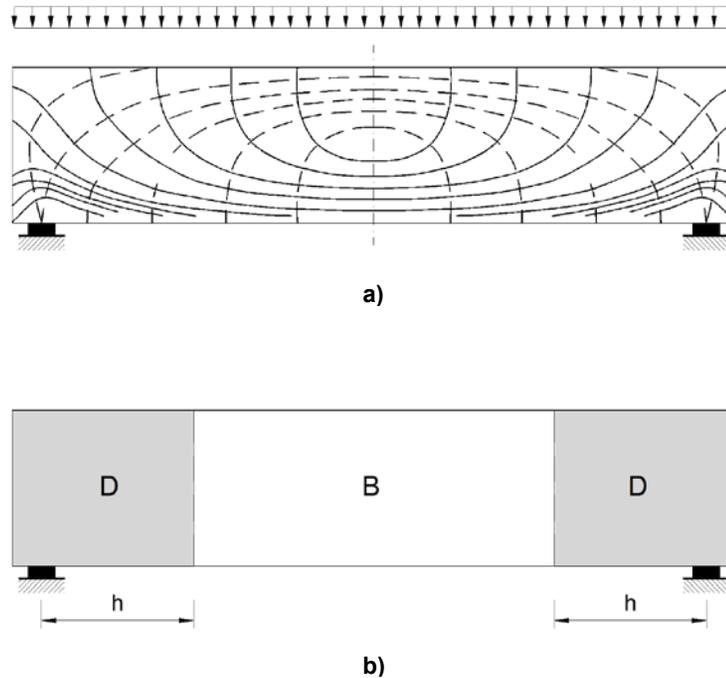


Figura 3.1 Viga de Concreto Reforzado: a) Líneas Isostáticas, b) Identificación de regiones estructurales. Adaptado de (Calavera, 1999).

3.3.1 Regiones B

En las regiones donde es válida la hipótesis de linealidad en las deformaciones unitarias “ ϵ ”, es decir, que las secciones planas permanecen planas luego de deformarse, son comúnmente llamadas “Regiones B”, esto por la similitud que existe con el comportamiento de viga, “Beam” en inglés, y por cumplir la hipótesis de “Bernoulli”. En estas regiones se presentan un flujo interno de esfuerzos uniforme, por lo que las fuerzas internas o es fuerzas pueden ser fácilmente derivadas de los conceptos clásicos de momento flector, fuerzas

⁵ En el apartado 4.3 se amplían estos conceptos.

axiales y cortantes, obtenidas del análisis de un sistema de vigas, marcos o placas.

La capacidad de las Regiones B, estén o no estén agrietadas, puede ser determinada fácilmente con un modelo basado en la analogía de la armadura o métodos tradicionales presentados en los códigos de diseño.

3.3.2 Regiones D

Las estructuras de concreto presentan regiones donde el teorema de Bernoulli pierde validez, es decir, la deformación unitaria “ ϵ ” exhibe un estado no-lineal debido a flujos de esfuerzos turbulentos. Estas zonas reciben el nombre de regiones “D”, debido a la “discontinuidad” o a la “distorsión” de esfuerzos presentes en ellas. Ejemplos de regiones “D” pueden ser vigas de gran peralte, cabezales de pilotes, ménsulas, aberturas en muros o losas, o cualquier tipo de discontinuidad (Figura 3.2).

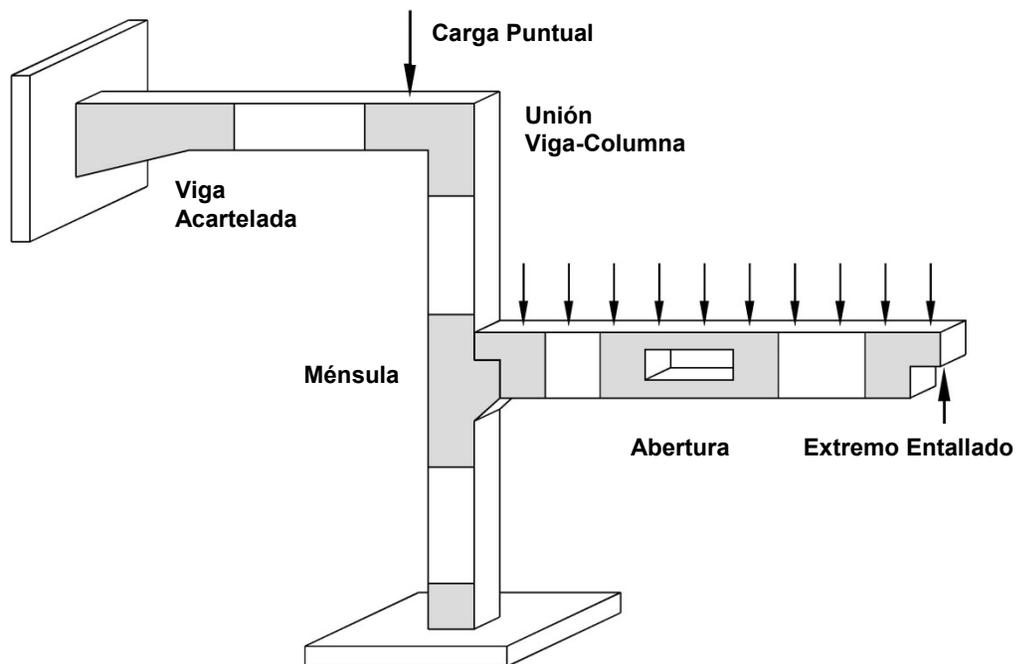


Figura 3.2 Ejemplos de Regiones "D", según (Bergmeister, et al., 1993).

Las discontinuidades en una estructura, como antes se mencionó, pueden estar originadas por su geometría (discontinuidad geométrica) o por las cargas aplicadas (discontinuidad estática). En la Figura 3.3 se presentan algunos casos comunes de discontinuidades geométricas.

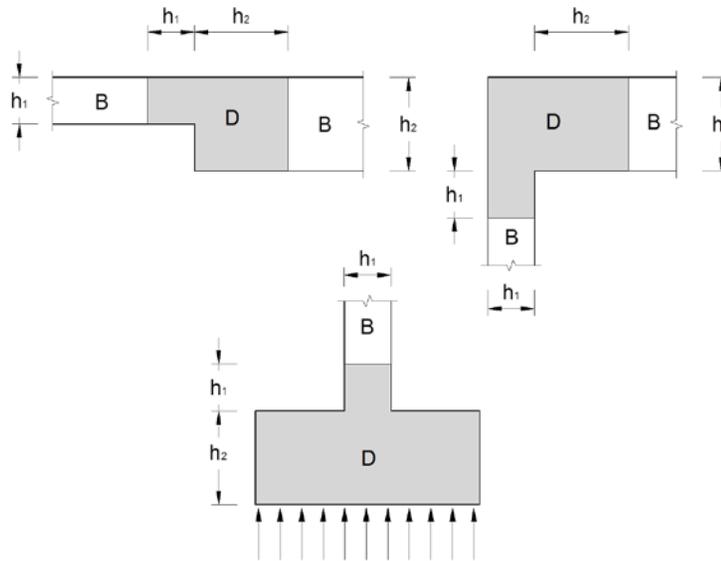


Figura 3.3 Ejemplos de Discontinuidades Geométricas.

En la Figura 3.4 se muestran casos típicos de discontinuidades estáticas.

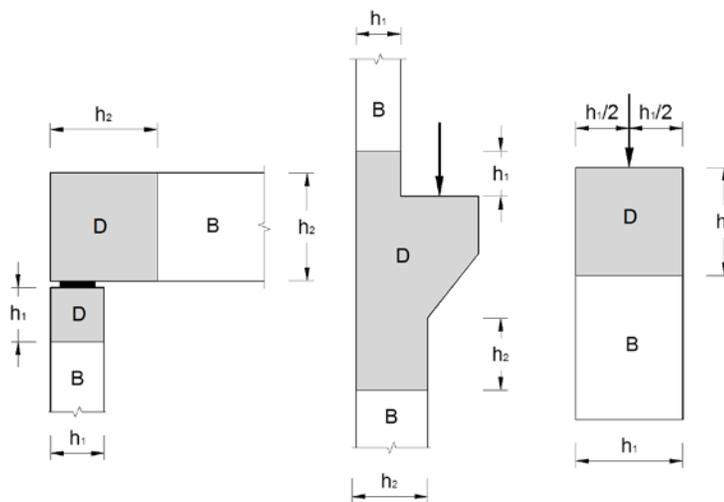


Figura 3.4 Ejemplos de Discontinuidades Estáticas.

Las zonas cuyo comportamiento coincide con el de una región “D” pueden analizarse con métodos elástico-lineales, mediante la aplicación de la ley de Hooke, o con el método de elementos finitos, en caso de que ésta presente un estado no agrietado. No obstante, si la zona se encuentra en estado agrietado, los enfoques o métodos de diseño aceptados se basan en fórmulas empíricas o en análisis no-lineal de elementos finitos que consideren el agrietamiento del miembro.

El desarrollo de fórmulas empíricas aproximadas se ha realizado únicamente para casos específicos, tales como soportes de vigas, esquinas de marcos, ménsulas y zonas de anclaje en miembros de concreto pretensado; e incluso dichos enfoques solamente conllevan al diseño de una cantidad de refuerzo, por lo que no involucran un claro chequeo de los esfuerzos en el concreto.

En los últimos años el perfeccionamiento de las aplicaciones informáticas basadas en elementos finitos; sobre todo con la aceptable precisión de formulación de complejos fenómenos como el de adherencia, formación de fisuras y capacidad de reproducir la respuesta no-lineal de un elemento; presentan una gran herramienta de diseño. Sin embargo, la aplicación de estos métodos es embarazosa y requiere de mucho tiempo. Además, (Schlaich, et al., 1987) y algunos códigos, por ejemplo el CAN/CSA (Código canadiense para el diseño de estructuras de concreto), sugieren siempre una revisión manual de este tipo de análisis, recomendando el uso de modelos puntal-tensor.

3.4 Elementos del Modelo Puntal-Tensor

Como se mencionó anteriormente, el MPT está compuesto por tres tipos de elementos: puntales, tensores y zonas nodales (Figura 3.5). Cada una de estas componentes desempeña un propósito único, sin embargo en conjunto éstos describen con un alto grado de aproximación el comportamiento real de un

elemento de concreto. A continuación se examinan las características de cada componente.

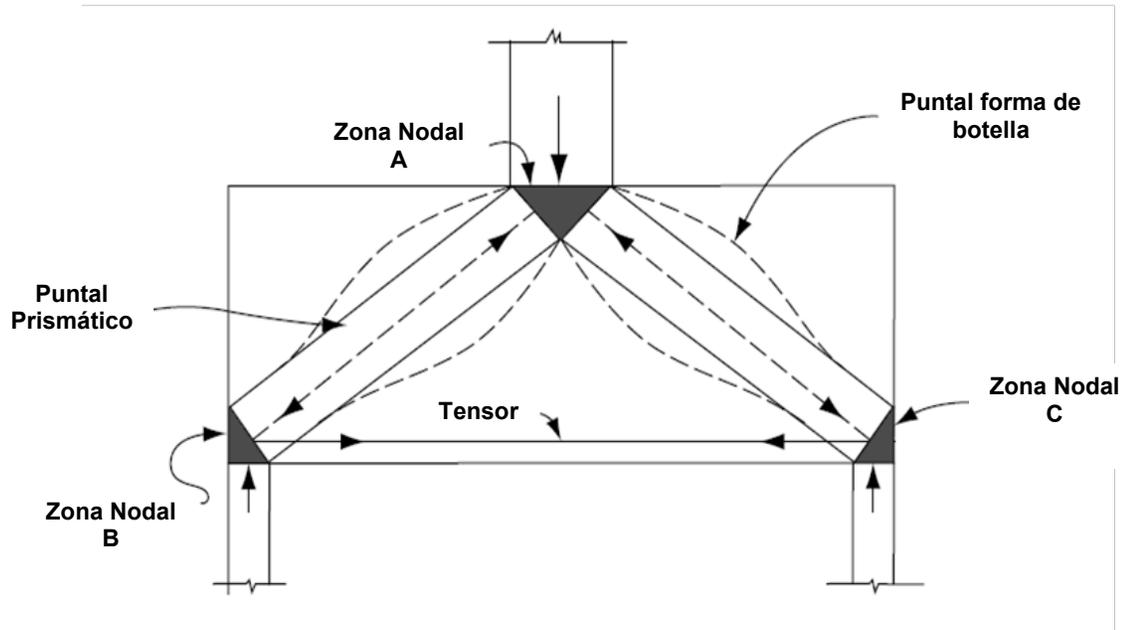


Figura 3.5 Elementos del modelo puntal-tensor en una viga peraltada. Adaptado de (Taranath, 2010).

3.4.1 Puntales o Campos de Esfuerzo a Compresión

Los puntales son los elementos responsables de transmitir las fuerzas de compresión interna (nodo a nodo) en el modelo puntal-tensor. En general, esta transferencia es vía campos de esfuerzos tridimensionales en el concreto. Debido a los requerimientos de compatibilidad, los campos de esfuerzos tienden a expandirse y llenar el espacio disponible entre los nodos (Figura 3.7). Esto resulta en esfuerzos de compresión y tensión transversal, los cuales deben ser considerados en la evaluación de la resistencia a compresión del puntal, debido a la disminución causada por los esfuerzos de tensión.

Aunque las estructuras son construidas en el espacio tridimensional, es usualmente suficiente determinar la cantidad de refuerzos en dos direcciones ortogonales (Bergmeister, et al., 1993). Esto conlleva a una consideración bidimensional del problema y, por consiguiente, más sencilla.

3.4.1.1 Tipos de Puntales

Según (Schlaich, et al., 1987), las tres configuraciones más comunes de puntales son: puntales prismáticos, forma de abanico y forma de botella.

3.4.1.1.1 Puntal Prismático

El puntal prismático (Figura 3.6a) es la idealización más simple de un campo de esfuerzos a compresión, presentan una sección transversal y esfuerzo constante a través de su longitud, éste no presenta esfuerzos transversales. El bloque de esfuerzo en una viga sometida a flexión, de sección y momento constante, es ejemplo de un puntal prismático, donde los esfuerzos a compresión están confinados por su eje neutro.

3.4.1.1.2 Puntal Forma de Abanico

Este tipo de puntal es caracterizado por concentrar esfuerzos distribuidos en una pequeña área (Figura 3.6c), cambiando el flujo de esfuerzos radialmente. Un puntal forma de abanico se desarrolla cuando existe un flujo de esfuerzos de una carga distribuida a los soportes del elemento. En este tipo de puntal no existen esfuerzos a tensión, debido a que las fuerzas son colineales, por lo que no presenta componentes perpendiculares al radio del abanico.

3.4.1.1.3 Puntal Forma de Botella

Cuando el flujo de esfuerzos no posee confinamiento en un segmento del elemento estructural, un puntal forma de botella puede aparecer. En este caso, la carga es aplicada en una pequeña zona y los esfuerzos se dispersan a medida que fluyen a través de elemento (Figura 3.6b). Mientras la compresión se dispersa, ésta cambia de dirección formando un ángulo con respecto al eje del puntal. Para mantener el equilibrio una fuerza de tensión es desarrollada,

contrarrestando la componente lateral de la fuerza en ángulo con el eje del puntal.

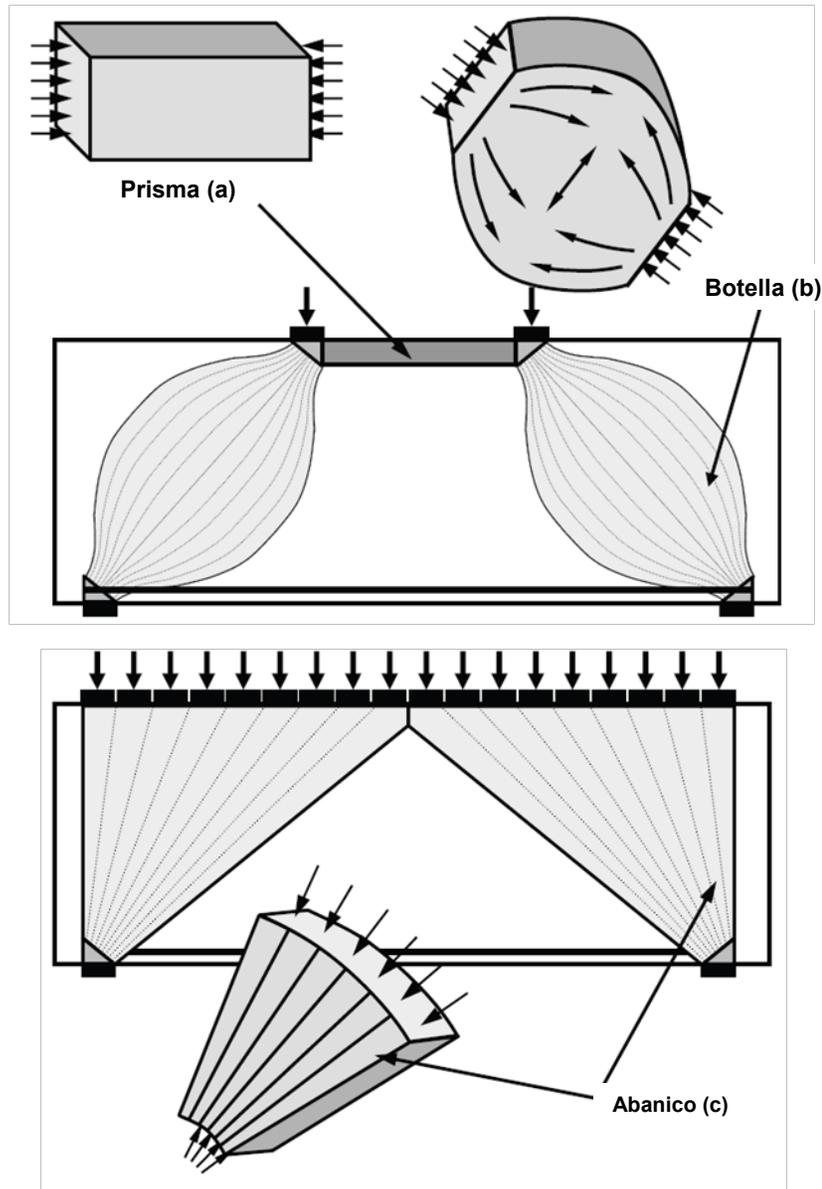


Figura 3.6 Tipos de puntales más comunes (Brown, et al., 2006).

Un puntal forma de botella puede ser modelado como un conjunto de puntales y tensores (Figura 3.7), de tal forma que se tome en cuenta la fuerza de tensión generada.

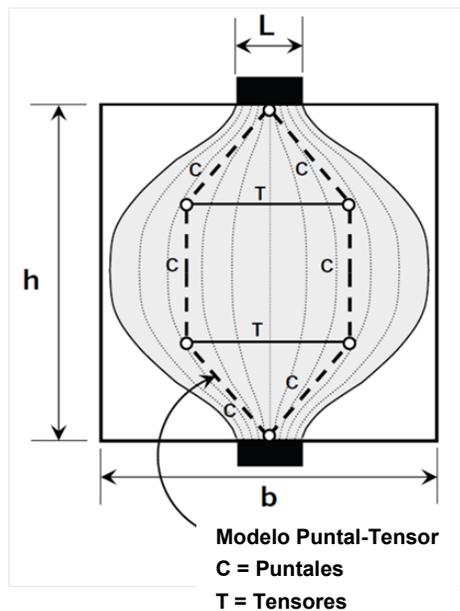


Figura 3.7 Distribución elástica de esfuerzos y modelo puntal-tensor para un puntal forma de botella (Brown, et al., 2006).

3.4.2 Tensores

Como su nombre lo indica, los tensores son los elementos del modelo puntal-tensor responsables de transmitir las fuerzas de tensión. Los tensores de un MPT tienen que ser provistos, ya sea por acero de refuerzo o por la resistencia del concreto a tensión.

3.4.2.1 Tensores de Concreto

La disponibilidad de la resistencia a tensión del concreto para resistir cargas, depende en gran medida en las fuerzas de restricción en el concreto y su historial de carga. Las microfisuras procedentes de estados de cargas anteriores o esfuerzos de tensión generados por la variación de temperatura o contracción, pueden reducir la resistencia a tensión del concreto localmente a cero, por lo que deben ser tomadas en cuenta al utilizar el concreto para resistir esfuerzos de tensión.

Considerando estas circunstancias individualmente en cada caso, la dependencia en la resistencia a tensión del concreto debe ser escogida con mucha cautela. Es por ello que la contribución de la resistencia a tensión del concreto es habitualmente asumida como cero o solamente una fracción de la resistencia calculada teóricamente. Para los problemas más prácticos, la resistencia del concreto a tensión debe ser ignorada. Sin embargo, en ciertos casos como elementos macizos de concreto, la omisión de la resistencia a tensión en el concreto produciría diseños muy conservadores.

Es importante aclarar que ningún anclaje, ninguna conexión viga-columna, ninguna losa sin estribos y ningún puntal o miembro en compresión sin refuerzo; puede trabajar sin usar la resistencia a tensión del concreto. Infortunadamente, la mayoría de los códigos de diseño no reconocen este hecho y han introducido sustitutos para suplir las deficiencias de diseño en estos casos, y como resultado de esto, los códigos se han vuelto imprecisos y más complicados (Schlaich, et al., 1987). Sin embargo, la resistencia a tensión del concreto debe ser utilizada para el equilibrio, solamente en casos donde no exista la posibilidad de una falla progresiva; y en sitios donde por razones prácticas el acero de refuerzo no pueda ser provisto.

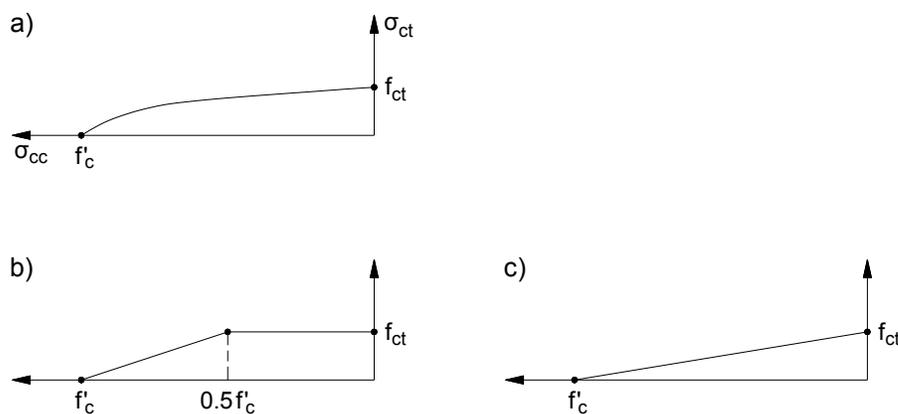


Figura 3.8 Resistencia biaxial tensión-compresión del concreto (a), y dos simplificaciones para aplicaciones analíticas (b) y (c), (Schlaich, et al., 1987).

Si un campo de esfuerzos de tensión se cruza con un campo de compresión, debe considerarse que el estado de esfuerzos biaxial provoca una reducción de la resistencia a tensión en el concreto a medida que aumentan los esfuerzos en compresión. La Figura 3.8 brinda la seguridad necesaria para el cálculo de este estado.

3.4.2.2 Tensores de Acero

Estos son los tipos de tensores más comúnmente utilizados, debido a las propiedades que posee el acero para resistir fuerzas de tracción.

Cabe mencionar que aunque las fuerzas en los tensores se visualizan como fuerzas concentradas, el refuerzo de tracción que proporcionan estos elementos debe ser distribuido en un espacio apropiado. También es aconsejable proporcionar al menos una cantidad mínima de refuerzo distribuido sobre todo el elemento, para controlar el agrietamiento, debido que el flujo de esfuerzos en el rango elástico puede ser muy diferente al comportamiento de los esfuerzos bajo carga última, que es el utilizado en el diseño del MPT. Debido a esto, la cantidad de refuerzo debe cumplir con los requerimientos del estado límite de servicio y con el esquema indicado (por el MPT) en zonas críticas para el estado límite último. Especial atención debe prestarse al anclaje de los tensores.

3.4.3 Nodos y Zonas Nodales

La distinción entre nodos y zonas nodales es un aspecto muy importante en el modelo puntal-tensor. Los nodos son los puntos dentro del modelo donde se interceptan los ejes de puntales, tensores o cargas puntuales. Conceptualmente estos son idealizados como articulaciones. Una zona nodal es el volumen de concreto alrededor del nodo donde ocurre la transmisión de fuerzas.

Las zonas nodales pueden tratarse como un todo o dividirse en regiones más pequeñas para equilibrar fuerzas. Ejemplo de esto se observa en la Figura 3.9.

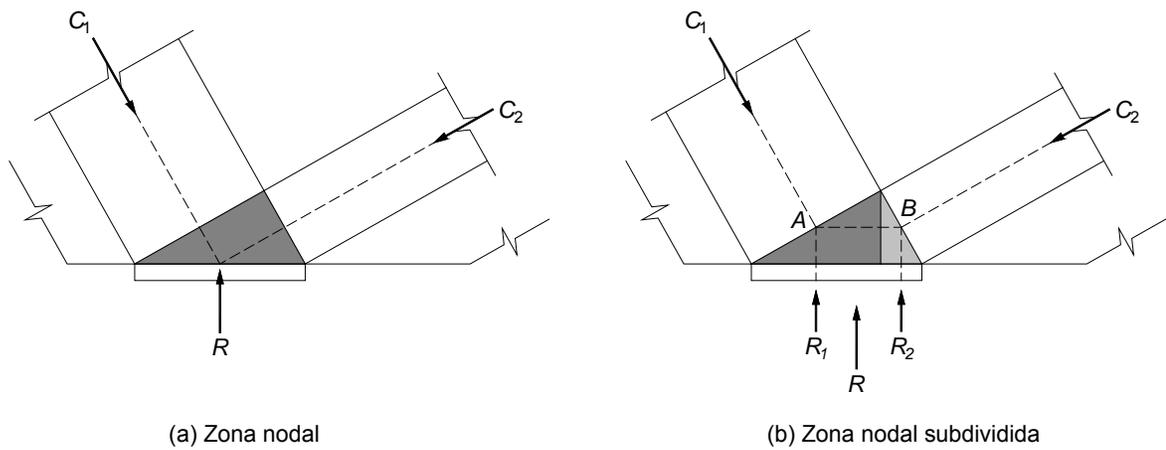


Figura 3.9 Subdivisión de una zona nodal (COMITÉ ACI 318, 2008).

Los nodos conceptualmente se clasifican según los tres tipos de fuerzas que llegan a éstos. Así, un nodo CCT está rodeado por dos puntales (C) y un tensor (T). Usando esta notación los nodos son clasificados en CCC, CCT, CTT y TTT (Figura 3.10).

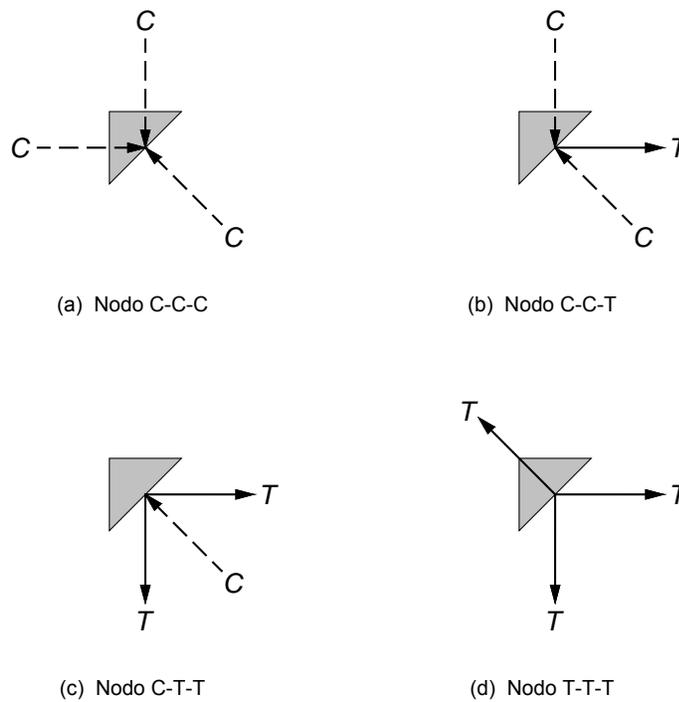


Figura 3.10 Tipos de Nodos (Nilson, et al., 2010).

Los nodos CCC solamente presentan esfuerzos a c ompresión, una mayor resistencia es esperada debido al efecto de confinamiento. Cada uno de los otros tipos de nodos presentan esfuerzos de tensión debido a la existencia del tensor (o tensores) en la zona nodal. Los esfuerzos de tensión pueden causar agrietamiento en la zona nodal y reducir la resistencia de la misma.

En un reticulado de MPT, por equilibrio, deben actuar al menos tres fuerzas en un nodo. Si en un nodo coinciden más de tres fuerzas, es necesario resolver algunas de estas fuerzas, de modo que resulten únicamente tres fuerzas en el nodo. Un método para la solución de este problema fue propuesto por (Schlaich & Anagnostou, 1990), el cual se ilustra en la Figura 3.11.

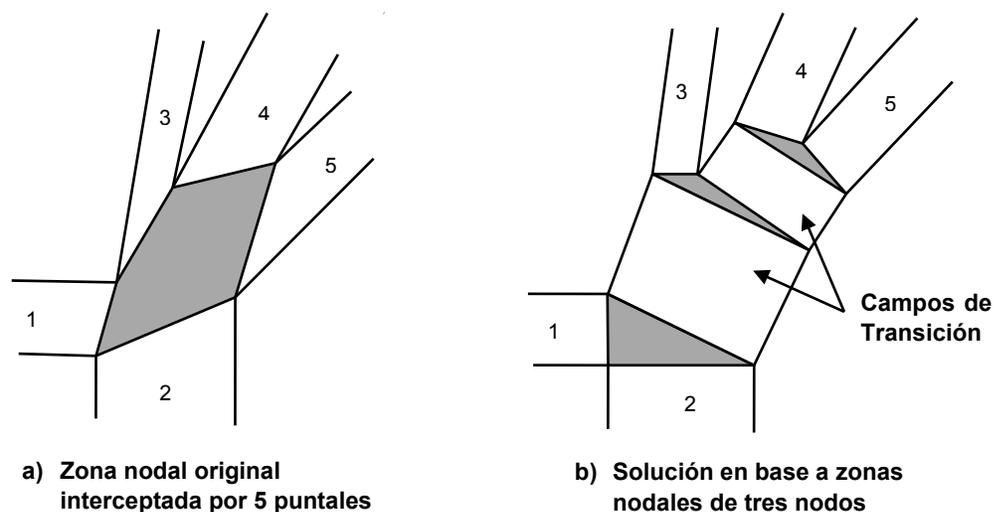


Figura 3.11 Determinación de la forma de una zona nodal. Adaptado de (Schlaich & Anagnostou, 1990).

Si bien las zonas nodales se distinguen principalmente por el tipo de fuerzas que éstas reciben, la bibliografía especializada en MPT hace dos tipos de clasificaciones basadas en el comportamiento de la zona nodal, según su mecánica y según el estado tensional. La primera clasificación es la más popular en la bibliografía norteamericana y es la que utiliza el ACI 318, sin embargo la clasificación según el estado tensional es ampliamente utilizada en la bibliografía europea, por lo que su conocimiento es de gran ayuda en la aplicación del MPT.

3.4.3.1 Tipos de zonas nodales según su mecánica

3.4.3.1.1 Zona Nodal Hidrostática

Las zonas nodales hidrostáticas son aquellas que están cargadas con esfuerzos aplicados perpendicularmente a la cara del nodo y de magnitudes iguales en todas las caras del mismo. Por lo tanto, las relaciones entre las longitudes $w_1:w_2:w_s$ serán proporcionales a las fuerzas $F_1:F_2:F_s$ que actúan sobre los lados. Este tipo de zona nodal no presenta esfuerzos cortantes en la superficie, ni en el interior del nodo, debido a que el círculo de Mohr para los esfuerzos se grafica como un punto (ver Figura 3.12).

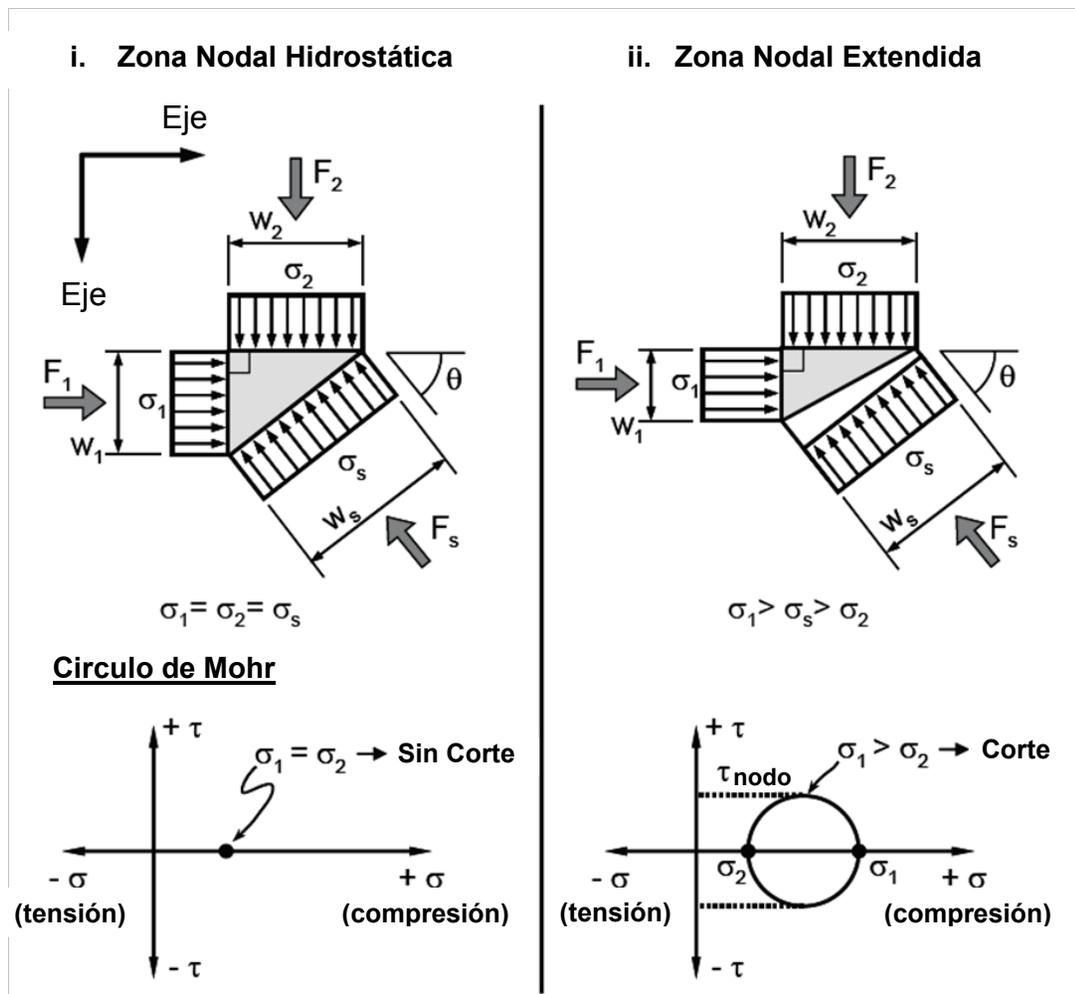


Figura 3.12 Mecánica de Zonas Nodales (Brown, et al., 2006).

Las zonas nodales hidrostáticas se extendieron de los nodos C-C-C a los nodos C-C-T o C-T-T, suponiendo que los tensores se extendían a través de las zonas nodales, para ser anclados del lado más alejado del nodo mediante ganchos o por adherencia (Figura 3.13). Este concepto se representa usando una placa de anclaje *hipotética* detrás de la unión. El área de la placa de anclaje hipotética se selecciona de manera tal que la presión de apoyo sobre la placa sea igual a los esfuerzos que actúan en los otros lados de la zona nodal. El área efectiva del tensor es la fuerza en el tensor dividida por esfuerzo admisible para los puntales que concurren en un nodo. El requisito de exigir esfuerzos iguales en todas las caras de una zona nodal hidrostática tiende a complicar el empleo de este tipo de zonas nodales (MacGregor, 2002).

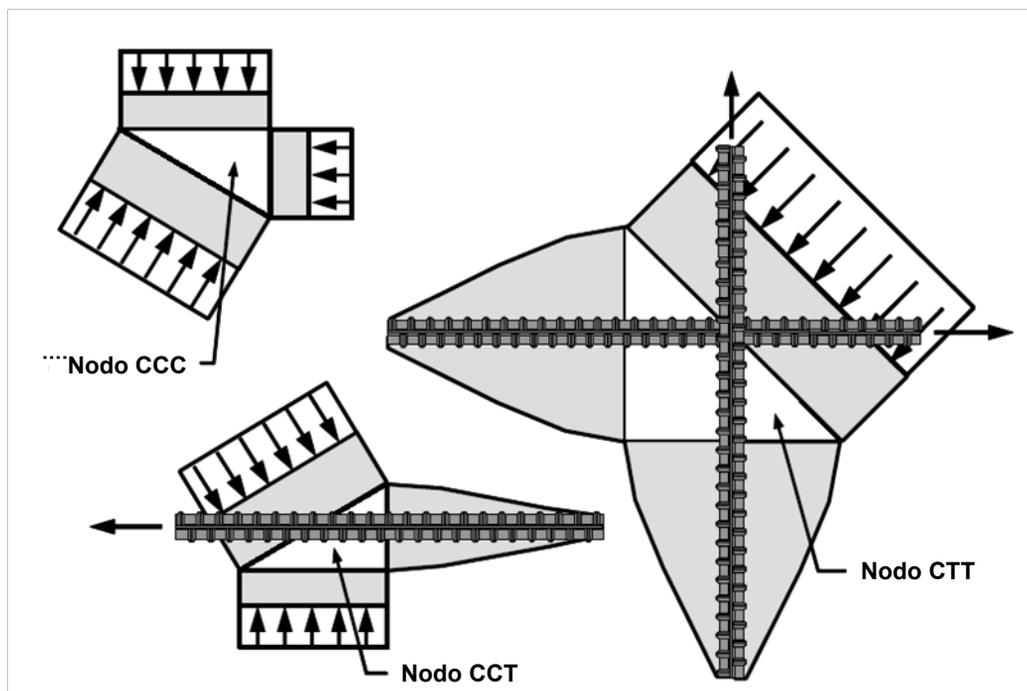


Figura 3.13 Zonas Nodales Hidrostáticas (Brown, et al., 2006).

3.4.3.1.2 Zonas Nodales Extendidas

Los zonas nodales extendidas son también posibles y permisibles, debido a la resistencia al corte inherente del concreto reforzado.

En (MacGregor, 2002) se plantea que las zonas nodales extendidas están limitadas por los contornos de las zonas comprimidas en la intersección de los puntales, las reacciones y los anchos supuestos de los tensores, incluyendo un prisma de concreto concéntrico con los tensores (Figura 3.14).

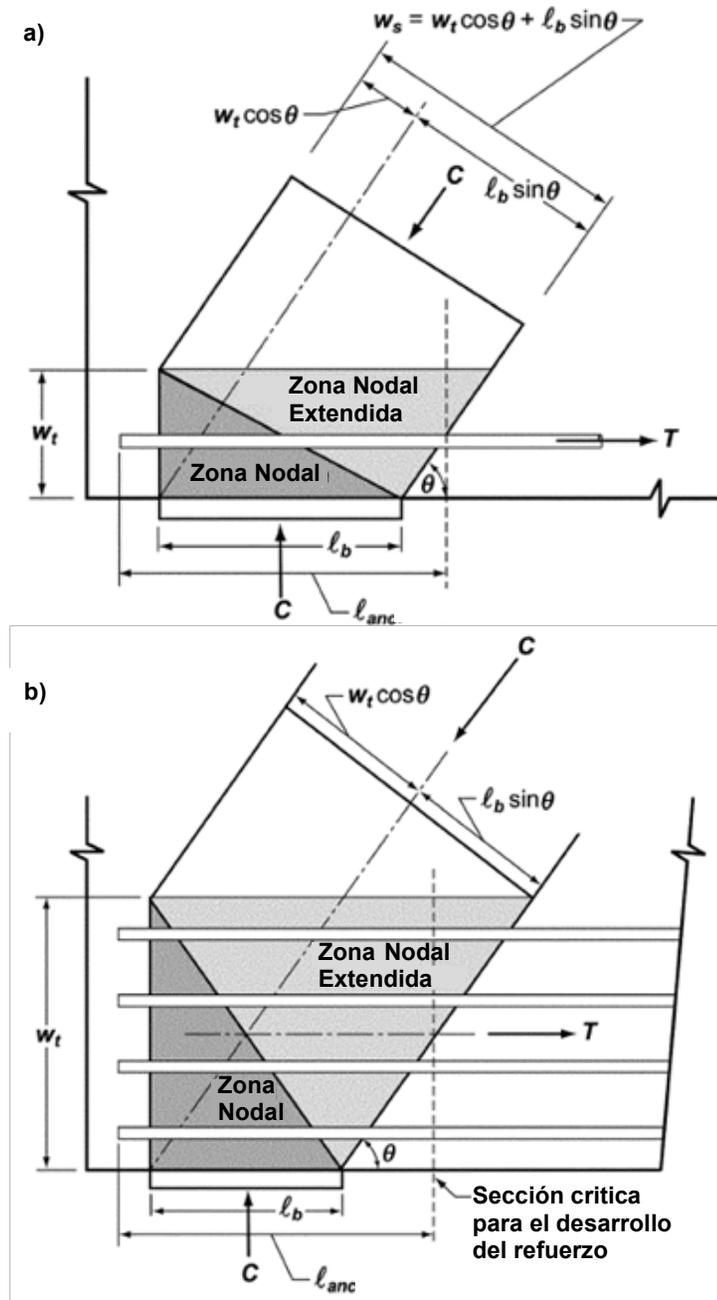


Figura 3.14 Zona Nodal Extendida. Adaptado de (MacGregor, 2002).

En la Figura 3.14a, el área sombreada más oscura representa la zona nodal y el área sombreada total es la zona nodal extendida. La zona nodal extendida cae dentro del área comprimida por efecto de las reacciones y puntales. Los esfuerzos de compresión ayudan a la transferencia de fuerzas entre puntal y puntal, o entre puntal y tensor. En general, el Apéndice A del código ACI 318-08 utiliza zonas nodales extendidas en lugar de zonas nodales hidrostáticas (MacGregor, 2002).

Las condiciones de esfuerzos en ambas zonas nodales, hidrostáticas y extendidas, son exteriorizadas en la Figura 3.12. En (Schlaich, et al., 1987) se expone que si la zona nodal extendida es aplicada, la proporción del esfuerzo máximo y el esfuerzo mínimo, en un mismo nodo, no debería exceder un valor de dos.

La influencia que tiene el tipo de zona nodal en un MPT es presentada en la Figura 3.15. En (Bircher, et al., 2009) se expone que aunque el dimensionamiento de la zona nodal hidrostática del elemento mostrado en la Figura 3.15 es relativamente sencillo y depende únicamente de la placa de apoyo, ésta presenta deficiencias al variar la relación a/d ⁶. Es bien conocido que la resistencia al corte de las vigas decrece al aumentar la relación claro-peralte. Sin embargo, al usar zonas nodales hidrostáticas, la resistencia del puntal tendría que reducirse en proporción con el aumento de la relación a/d , para contrarrestar el aumento de la dimensión del puntal (Figura 3.15). Al contrario, cuando se usan zonas nodales extendidas, la dimensión de la interfaz puntal-nodo decae levemente a medida que la relación a/d aumenta, tomando en cuenta la reducción en la resistencia al corte.

Es importante notar que las zonas nodales hidrostáticas y las zonas nodales extendidas son idealizaciones. Es decir, son técnicas de dimensionamiento que

⁶ a/d = relación claro de corte a peralte de viga.

han sido creadas para la facilidad y consistencia al crear un MPT, y el diseñador debe estar claro de todas sus características para una correcta aplicación.

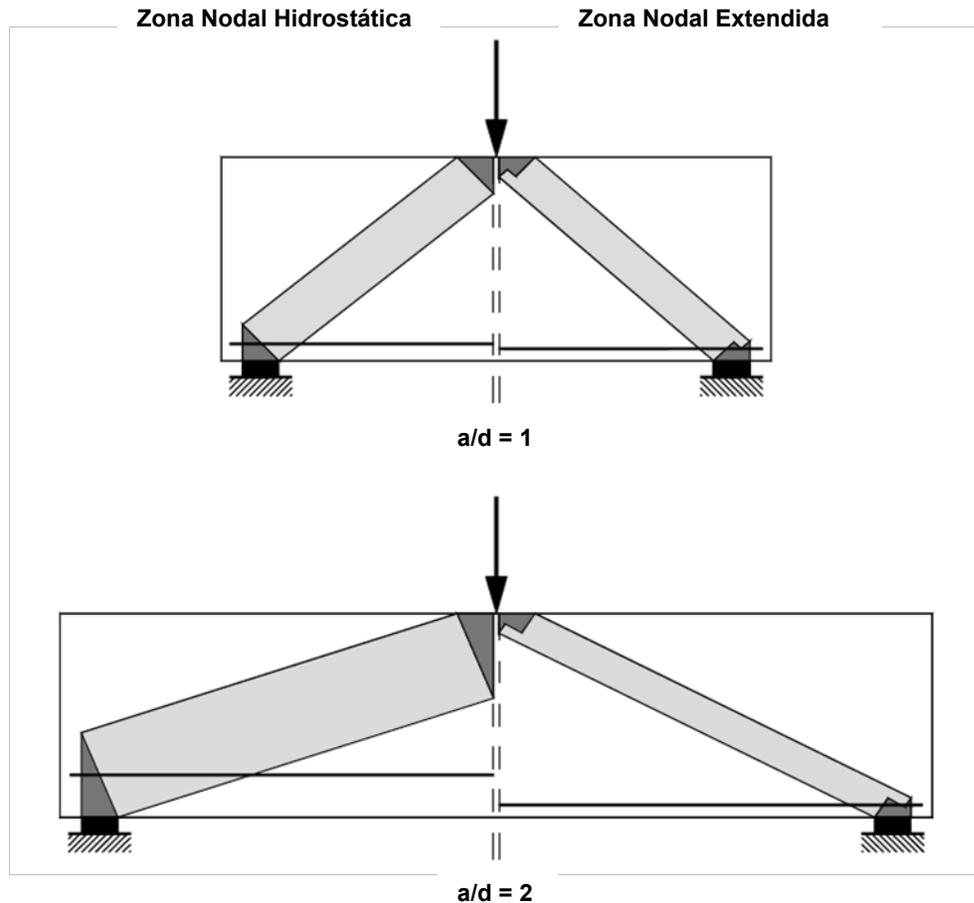


Figura 3.15 Diferencias entre zonas nodales hidrostáticas y zonas nodales extendidas. Adaptado de (Bircher, et al., 2009).

3.4.3.2 Tipos de zonas nodales, según su estado tensional

El Código ACI 318-08 y la mayoría de las referencias bibliográficas clasifican las zonas nodales en hidrostáticas y extendidas, diferenciándolas únicamente por su mecánica. En (Schlaich, et al., 1987), adicional a esto, se diferencian según la concentración de esfuerzos que existen en la región donde se transmiten o desvían las fuerzas concurrentes. Basados en este aspecto, las zonas nodales

se dividen en singulares o concentradas (singular nodes) y dispersas o continuas (smeared nodes).

3.4.3.2.1 Zonas nodales singulares o concentradas

Este tipo de regiones se presentan cuando el equilibrio de las fuerzas concurrentes se debe realizar de forma abrupta. Es decir, la desviación de las fuerzas ocurre sobre un pequeño volumen de concreto alrededor del nodo.

Las zonas nodales singulares se presentan especialmente en las cercanías a cargas puntuales, apoyos y fuerzas concentradas introducidas por el anclaje de las barras de refuerzo y presiones radiales dentro del diámetro de doblez, así como en discontinuidades geométricas, que pueden causar concentraciones de esfuerzos que son representadas con este tipo de zonas nodales.

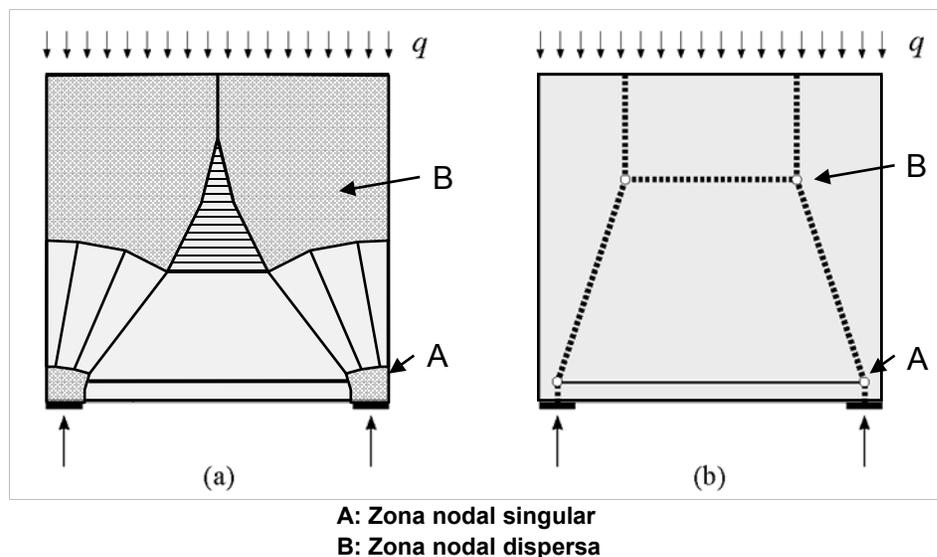


Figura 3.16 Ejemplos de zonas nodales, según su estado tensional.

En la Figura 3.16 se presenta una viga de gran peralte, en ésta se puede observar que la zona nodal A representa un nodo singular. El tensor principal del elemento tendrá que anclarse a este nodo, aunado a esto, el campo de esfuerzos a compresión, que baja de los puntos de aplicación de carga al apoyo,

es obligado a reducir su tamaño debido al ancho de la placa de apoyo, produciendo una concentración de esfuerzos. Como se observa, la transmisión de estas fuerzas se realiza en una pequeña área, por lo que el nodo resulta crítico. (Schlaich, et al., 1987) recomiendan que se preste especial atención a este tipo de zonas nodales, por encima de las zonas nodales dispersas.

3.4.3.2.2 Zonas Nodales dispersas o continuas

La desviación o transferencia de fuerzas entre puntales que representan campos de esfuerzos expandidos, unidos con tensores dispuestos por muchas barras de refuerzo (ampliamente distribuidas), también se presenta en los MPT. En este caso aparecen en escena las zonas nodales dispersas o continuas (Figura 3.16).

Desde que las regiones D normalmente contienen ambos tipos de zonas nodales, las zonas singulares tendrán un comportamiento más crítico que las dispersas, por lo que una verificación de esfuerzos en las últimas es innecesaria. Sin embargo, si se asume un estado no agrietado para un nodo CCT disperso, los esfuerzos de tensión en el concreto de dicho nodo deben verificarse (Schlaich, et al., 1987). Algunos códigos de diseño y recientes investigaciones, como (FIP, 1999) y (Garrett Tuchscherer, 2008), respaldan lo antes expuesto.

Sin embargo, los autores recomiendan que siempre debe asegurarse un anclaje seguro para las barras de refuerzo que llegan a los nodos dispersos, siguiendo las recomendaciones del código ACI 318-08.

3.5 Modelo puntal-tensor ante cargas cíclicas

El MPT resulta particularmente útil en el diseño de regiones D, por ello este método ha sido ampliamente utilizado para predecir y analizar el comportamiento del concreto reforzado. Sin embargo, existe poca evidencia experimental del desempeño de elementos expuestos a cargas cíclicas, y las

líneas de investigación se han limitado prácticamente al análisis bajo condiciones estáticas de carga.

Entre las pocas investigaciones encontradas con modelos puntal-tensor enfocadas directamente al análisis y diseño sísmico están: (Uribe & Alcocer, 2001), (Hin Tai To, 2005) y (Uribe & Alcocer, 2008).

(Uribe & Alcocer, 2001) exponen que para emplear el modelo puntal-tensor para diseño sísmico es imperativo considerar el efecto de las cargas cíclicas reversibles, típicas de una excitación sísmica. Esto implica, tener en cuenta el cambio en la dirección de los campos de esfuerzos, tanto de tensión como de compresión.

Este cambio en la dirección de la sollicitación provoca también una inversión en la dirección de los puntales. Sin embargo, se puede diseñar cada puntal para resistir la fuerza asociada al cambio en cuestión, pero es importante no despreciar la degradación del material (Uribe & Alcocer, 2001). Esto se debe a que el concreto alcanza su máxima resistencia primero en una dirección y cuando se ve expuesto a la misma sollicitación, en dirección contraria, puede haber perdido parte de su resistencia y rigidez, y entrará en un proceso de degradación rápida si continúa una demanda suficientemente alta, sobretodo de cortante plástico. La degradación de la rigidez depende principalmente de la magnitud de las demandas de deformación (Uribe & Alcocer, 2001).

En la Figura 3.17 se muestra el estado de agrietamiento final de cuatro vigas ensayadas por (Uribe & Alcocer, 2001), las cuales fueron sometidas a cargas monótonas (modelos MT y MR) y cargas cíclicas (modelos CT y CR). En este experimento, además de la variante del tipo de carga, estática y dinámica, se realizó una reducción del 30% en la longitud de anclaje propuesta por el ACI, en los modelos MR y CR. Las propiedades mecánicas del concreto y el acero, además del detallado del acero, se mantuvieron constantes en las cuatro vigas.

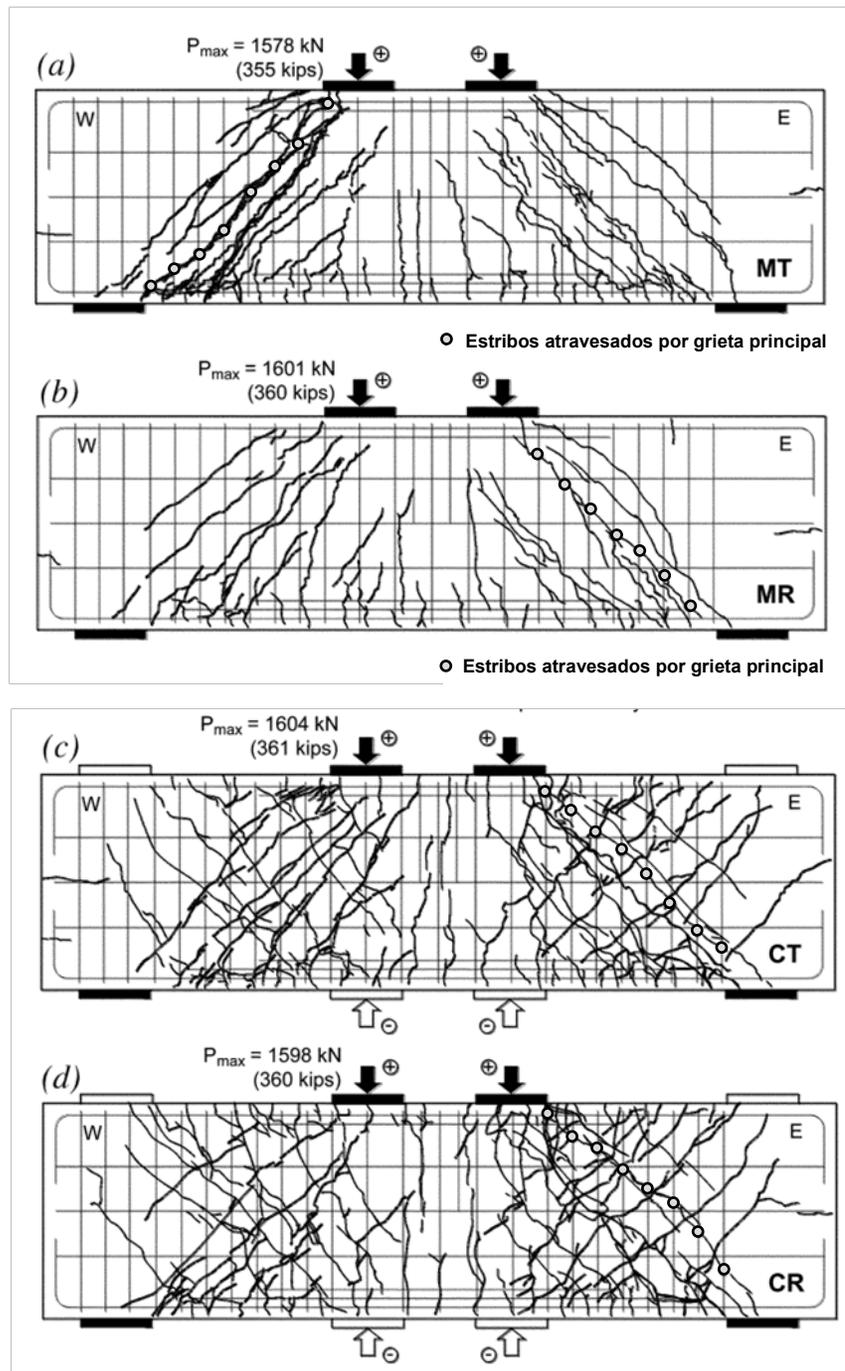


Figura 3.17 Agrietamiento final en vigas peraltadas probadas bajo carga monótona y carga cíclica. Adaptado de (Uribe & Alcocer, 2008).

Las observaciones más importantes realizadas por (Uribe & Alcocer, 2008) fueron las siguientes:

- Los MPT desarrollados para resistir cargas de corte también pueden ser utilizados para medir la respuesta ante cargas cíclicas.
- Los MPT pueden ser aplicados al diseño sísmico de miembros estructurales sujetos a demandas de cortante cíclicos arriba de $0.42\sqrt{f'_c}$ (MPa) ($5\sqrt{f'_c}$) (psi), y deformaciones inelásticas arriba de 2.3%. Las vigas probadas presentaban un claro de corte de 1.17 y fueron capaces de resistir esfuerzos cortantes de hasta de $0.73\sqrt{f'_c}$ (MPa) ($8.8\sqrt{f'_c}$) (psi), sin ningún efecto negativo adicional debido a la reversión de cargas. Para estas deformaciones cíclicas y demanda de cortante, las provisiones del código sobre la resistencia de los puntales y tensores no fueron alteradas.
- La inclinación del puntal principal cambió a través del periodo de prueba.
- La reducción del 30% de la longitud de anclaje en el tipo de nodo CCT, no tuvo ningún efecto negativo en el comportamiento del modelo.
- La contribución de los estribos en el área de anclaje del acero principal resultó insignificante.

(Uribe & Alcocer, 2001) señalan algunos aspectos adicionales que vale la pena considerar cuando se trata de aplicar el modelo puntal-tensor al diseño sísmico:

- Verificación de la capacidad de carga de las zonas nodales.
- Los estribos que pasan a través de los puntales transmiten tensiones a los mismos, mediante adherencia, de manera que generalmente prevalece un estado biaxial de deformaciones. La capacidad a compresión del concreto se reduce drásticamente cuando se ve sometido simultáneamente a tensiones transversales. Este efecto debe considerarse en el factor de reducción de resistencia para el concreto a compresión. Las pruebas realizadas demostraron que los modelos resistieron adecuadamente, mediante la acción de arco, las mayores demandas de corte inherentes a la carga cíclica; es decir, que los factores de reducción resultaron apropiados.

- Las fuerzas de compresión se suponen uniformemente distribuidas a través del alma, pero realmente puede haber excentricidades y esfuerzos transversales de tensión.
- El agrietamiento del concreto, producto de la carga cíclica, puede producir desprendimiento o pérdida de anclaje de los estribos e impedir que trabajen adecuadamente. Sin embargo, en los modelos ensayados (Figura 3.17) este punto no fue crítico y las fallas en los extremos de las barras demostraron que el anclaje fue suficiente para que se desarrollaran esfuerzos considerables que indujeran la fractura.
- El ensanchamiento de las grietas puede provocar disminución del trabajo de otros mecanismos resistentes a cortante, esto es, pérdida del efecto de trabazón del agregado y pérdida de la acción de dovela. Esto implica que el cortante no se transmita eficientemente al mecanismo de armadura y se siga una falla no dúctil con pequeña deformación adicional, como la observada en los especímenes ensayados. En los modelos CT y CR (Figura 3.17), debido a que los puntales principales de compresión presentaron capacidad suficiente para tomar parte del cortante resistido por los otros mecanismos, el comportamiento fue similar al de los modelos sometidos a carga monótona. No obstante, cuando se buscan modos de falla dúctiles, debe garantizarse que los estribos no cedan antes de que el elemento alcance su resistencia a flexión.

Otro factor importante cuando se esperan inversiones de momentos, es que la separación entre los estribos debe ser mínima (Uribe & Alcocer, 2001), con el fin de restringir más eficientemente la anchura de grietas y facilitar el desarrollo del mecanismo de trabazón del agregado. Por otro lado, no deben emplearse estribos inclinados, que sólo trabajan en una dirección. Los estribos proporcionan confinamiento al concreto comprimido y soporte lateral a las barras de acero en las regiones en las que se desarrolla la resistencia a flexión.

CAPÍTULO IV

PROCEDIMIENTO GENERAL DE DISEÑO, MODELADO Y DIMENSIONAMIENTO

4.1 Análisis Estructural

Desarrollar un modelo puntal-tensor global —para estructuras de concreto— como las mostradas en las Figura 4.1 y Figura 4.2, es poco razonable y puede llegar a ser muy tedioso. Por ello, en la práctica es común realizar un análisis estructural generalizado, en el que se incluyen tanto las regiones “B” como las “D”. Este tipo de análisis puede ser lineal o no-lineal, esto depende del comportamiento y el estado de la estructura (ver Tabla 4.1). Así, de este análisis global, se obtienen las reacciones en los apoyos y las fuerzas seccionales, las que a su vez representarán las fuerzas de contorno para el diseño de las regiones “B” y “D”.

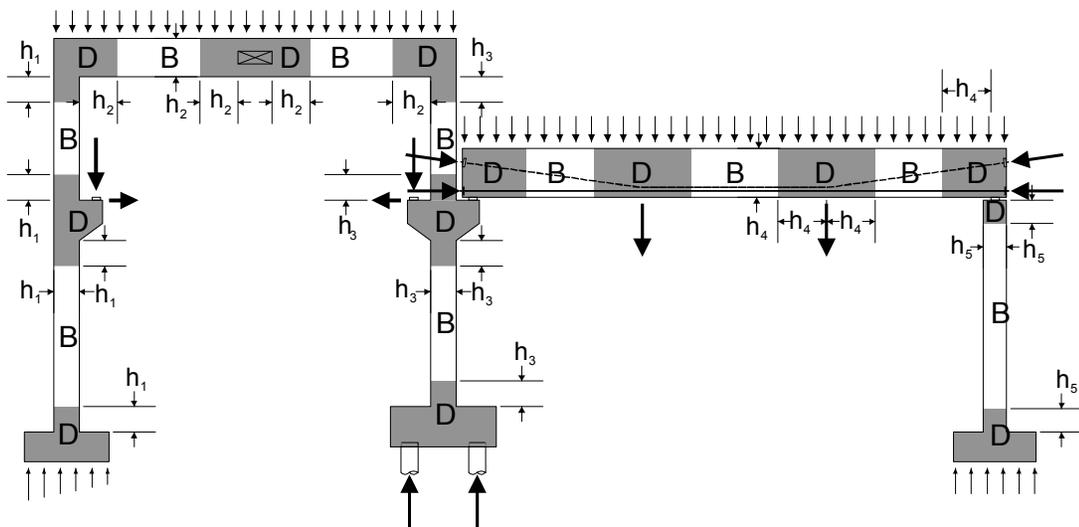


Figura 4.1 Ejemplos de Regiones "D" en una Estructura de Edificio (Tjhin, 2002).

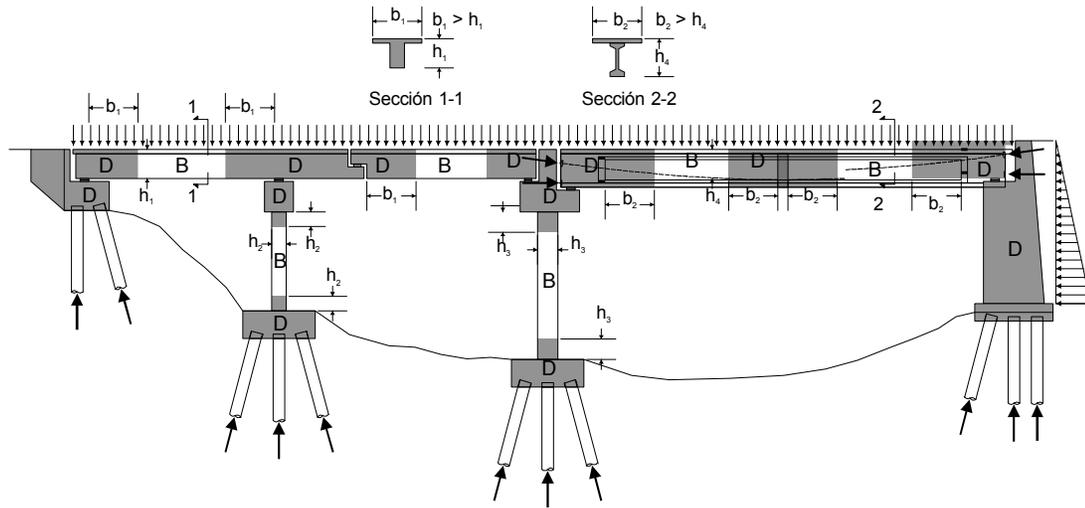


Figura 4.2 Ejemplos de Regiones "D" en una Estructura de Puente (Tjhin, 2002).

Se puede observar que de acuerdo a la Tabla 4.1, para una viga peraltada, que consiste de una región "D", solamente es necesario conocer las fuerzas de contorno, reacciones y cargas actuantes para desarrollar el MPT, obviando así el cálculo de las fuerzas seccionales. Sin embargo, (Schlaich, et al., 1987), recomiendan que en el caso de que el elemento presente apoyos redundantes, se realice el análisis estructural requerido.

En cambio en la esquina de un marco como el mostrado en la Figura 4.1, o en una unión viga-columna, el desarrollo de un modelo puntal-tensor se asentaría en las fuerzas seccionales de los bordes de la región "D", por lo que se tendría que realizar un análisis global de la estructura.

En casos excepcionales donde un análisis no lineal por elementos finitos sea realizado (estado II, Tabla 4.1), se recomiendan realizar una comprobación por medio de MPT (Schlaich, et al., 1987), especialmente cuando el acero de refuerzo no fuese modelado de una forma realista en el análisis por elementos finitos.

Tabla 4.1 Análisis estructural que conducen a esfuerzos o fuerzas puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).

Estructura Análisis		Estructura formada por:		
		Regiones “B” y “D” Ej., pórticos, losas y placas		Regiones “D” Ej., Vigas peraltadas
		Regiones B	Regiones D	Regiones D
Análisis estructural global		Solicitaciones Seccionales M, N, V, M _T	Fuerzas de Contorno	
			Solicitaciones Seccionales	Reacciones en los soportes
Análisis de fuerzas de inercia o esfuerzos en regiones individuales	Estado I (no agrietado)	Propiedades de la sección	Análisis Lineal Elástico ⁷ , con redistribución de los esfuerzos máximos	
	Estado II (agrietado)	Modelo Puntal-Tensor y/o Análisis no lineal de esfuerzos		
		Analogía de la armadura		

En la Tabla 4.2 se muestran los métodos de análisis necesarios para determinar, de forma realista, el comportamiento de una estructura de concreto. Los métodos basados en la teoría de la plasticidad son utilizados para determinar la capacidad última de una estructura, mientras los métodos elásticos son más apropiados en las revisiones para estados de servicio. De acuerdo con la teoría de la plasticidad, una solución segura para la carga de colapso es también

⁷ Puede ser utilizado en el análisis estructural global

encontrada si se reemplazan métodos plásticos por métodos lineales o no lineales. La experiencia ha demostrado que utilizar un análisis lineal elástico para el diseño de estructuras agrietadas de concreto resulta conservador. Así mismo, los métodos plásticos pueden ser utilizados para las revisiones de las condiciones de servicio, si en el diseño estructural la malla de acero de refuerzo es orientado bajo la teoría de la elasticidad⁸.

Tabla 4.2 Comportamiento estructural y métodos para el análisis de estructuras estáticamente indeterminadas (Schlaich, et al., 1987).

Estado Límite	Comportamiento Estructural Global	Método correspondiente de análisis	
		Más adecuado	Aceptable
Servicio	Esencialmente no agrietada	Lineal Elástico	—
	Considerablemente agrietado, con esfuerzo en acero por debajo de la fluencia	No Lineal	Lineal Elástico (o plástico si el diseño es orientado al comportamiento elástico)
Resistencia Última	Ampliamente agrietado, formando rótulas plásticas	Plástico con limitada capacidad de rotación o elástico con redistribución de esfuerzos	Lineal elástico o perfectamente plástico con restricciones estructurales

⁸ En el apartado 4.6.1 se amplían estos conceptos.

4.2 Procedimiento General de Diseño

El dimensionamiento es un proceso iterativo. Para muchas estructuras convencionales, e incluso para un gran número de regiones en estructuras inusuales, los flujos de esfuerzos serán uniformes y muchas de las regiones serán “B”. Sin embargo, existirán regiones con un comportamiento diferente, denominadas regiones “D”. Normalmente es más simple y más rápido dimensionar las regiones B con un análisis seccional convencional, aplicando los procedimientos de diseño dados en los códigos como el ACI y similares. Sin embargo, en las regiones D, el MPT o un método similar que considere el comportamiento de este tipo de región debe ser utilizado.

Según el Apéndice A del Código ACI 318S-08, el diseño de una región D incluye los siguientes pasos:

- 1) Definir y aislar cada región D.
- 2) Calcular las fuerzas resultantes en los límites de cada región D.
- 3) Seleccionar un modelo reticulado para transferir las fuerzas resultantes a través de la región D. Los ejes de los puntales y tensores se seleccionan para que coincidan, respectivamente, y de manera aproximada con los ejes de los campos de compresión y de tracción. Se calculan luego las fuerzas en los puntales y tensores.
- 4) Los anchos efectivos de los puntales y zonas nodales se determinan considerando las fuerzas obtenidas en el paso 3, así como las resistencias efectivas del concreto. Se diseña el refuerzo para los tensores tomando en cuenta la resistencia del acero. La armadura debe ser anclada en las zonas nodales.

La Figura 4.3 muestra un procedimiento general para diseñar y dimensionar estructuras de concreto con el MPT.

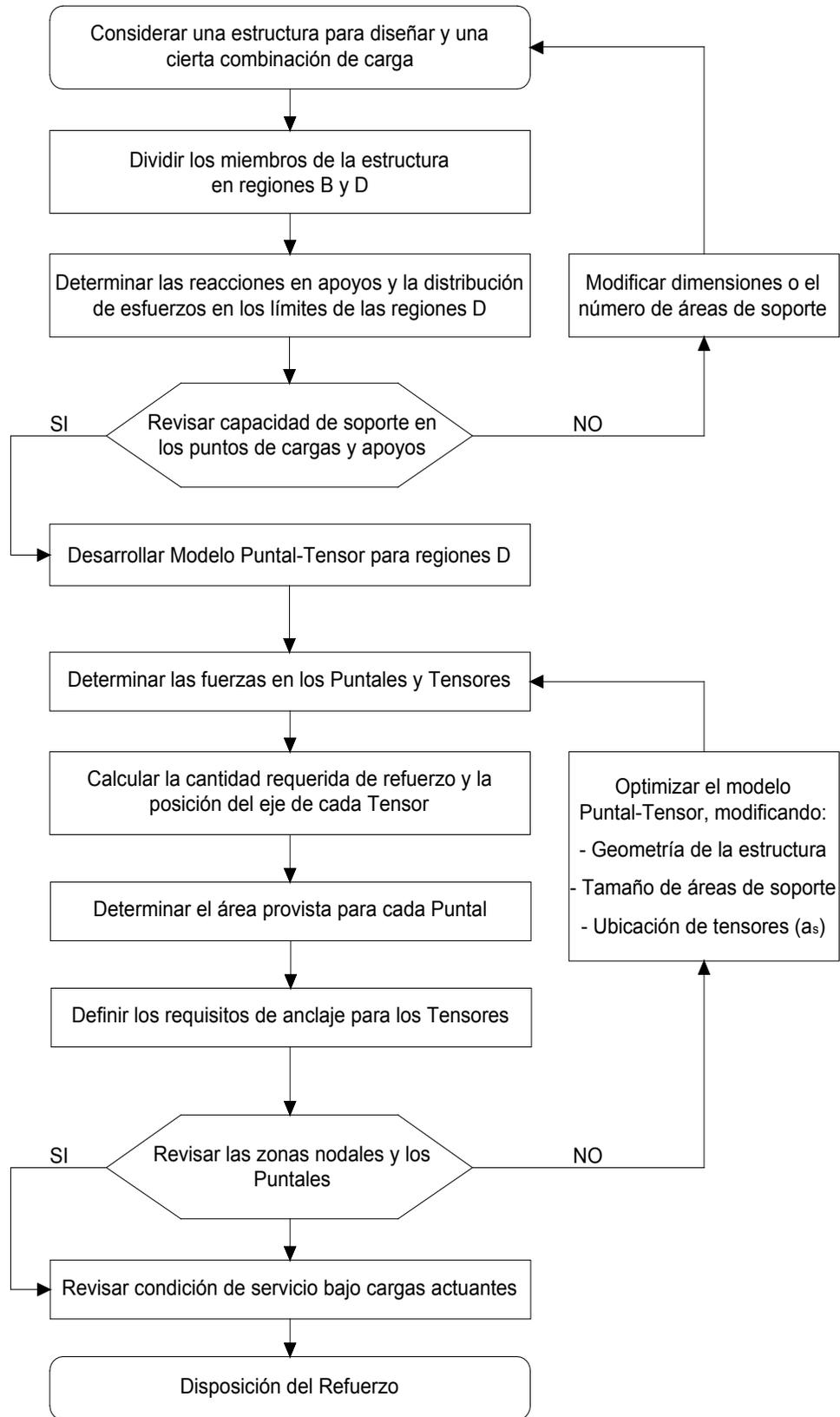


Figura 4.3 Diagrama de flujo del procedimiento general de diseño con el modelo puntal-tensor.

4.2.1 Principios de diseño para Regiones B

El análisis general de estructuras lineales (vigas, marcos y arcos) determina las reacciones de apoyo y solicitaciones seccionales (Tabla 4.1).

Las regiones B que se encuentran dentro de las estructuras pueden ser fácilmente dimensionadas aplicando modelos ya probados.

Las losas y cascarones constan predominantemente de regiones B (distribución de esfuerzo plana). A partir de los análisis seccionales de la estructura, las franjas imaginarias pueden ser modeladas como miembros lineales. Si el estado de esfuerzo no es predominantemente plano, como por ejemplo en el caso con cargas concentradas o punzonamiento, un MPT en tres dimensiones debe ser desarrollado.

El procedimiento de diseño para las regiones B se enmarca dentro del diseño total que se hace a la estructura completa y puede subdividirse a menudo en tres pasos; primero se seleccionan las dimensiones libres del concreto; segundo, se determina el tamaño, la colocación y anclaje del refuerzo, se revisan las dimensiones seleccionadas del concreto usando el equilibrio y consideraciones de resistencia última; tercero, se estiman las deformaciones bajo las condiciones de servicio. En el segundo paso se utilizan los modelos de armadura para investigar el equilibrio de las cargas, las reacciones y las fuerzas internas en el concreto y en el refuerzo.

Deben observarse tres reglas al usar esta metodología: se debe dibujar el modelo de la armadura a escala, visualizar el flujo de fuerzas usando consideraciones de equilibrio consistentes, y asegurar que las fuerzas pertenecientes a la armadura puedan desarrollarse y puedan transferirse a las locaciones requeridas.

En el caso de las regiones B agrietadas, el procedimiento propuesto lleva a aplicar un modelo de armadura con una inclinación de los puntales orientada paralelamente a las grietas diagonales, provocadas por los esfuerzos de tensión

elásticos ubicados en el eje neutro, como se muestra en la Figura 4.4. Una reducción del ángulo de cualquier puntal de 10 a 15 grados y la opción de agregar estribos verticales, con una desviación de los esfuerzos principales de tensión de 45 grados, normalmente no causa un desvío o pérdida de esfuerzos.

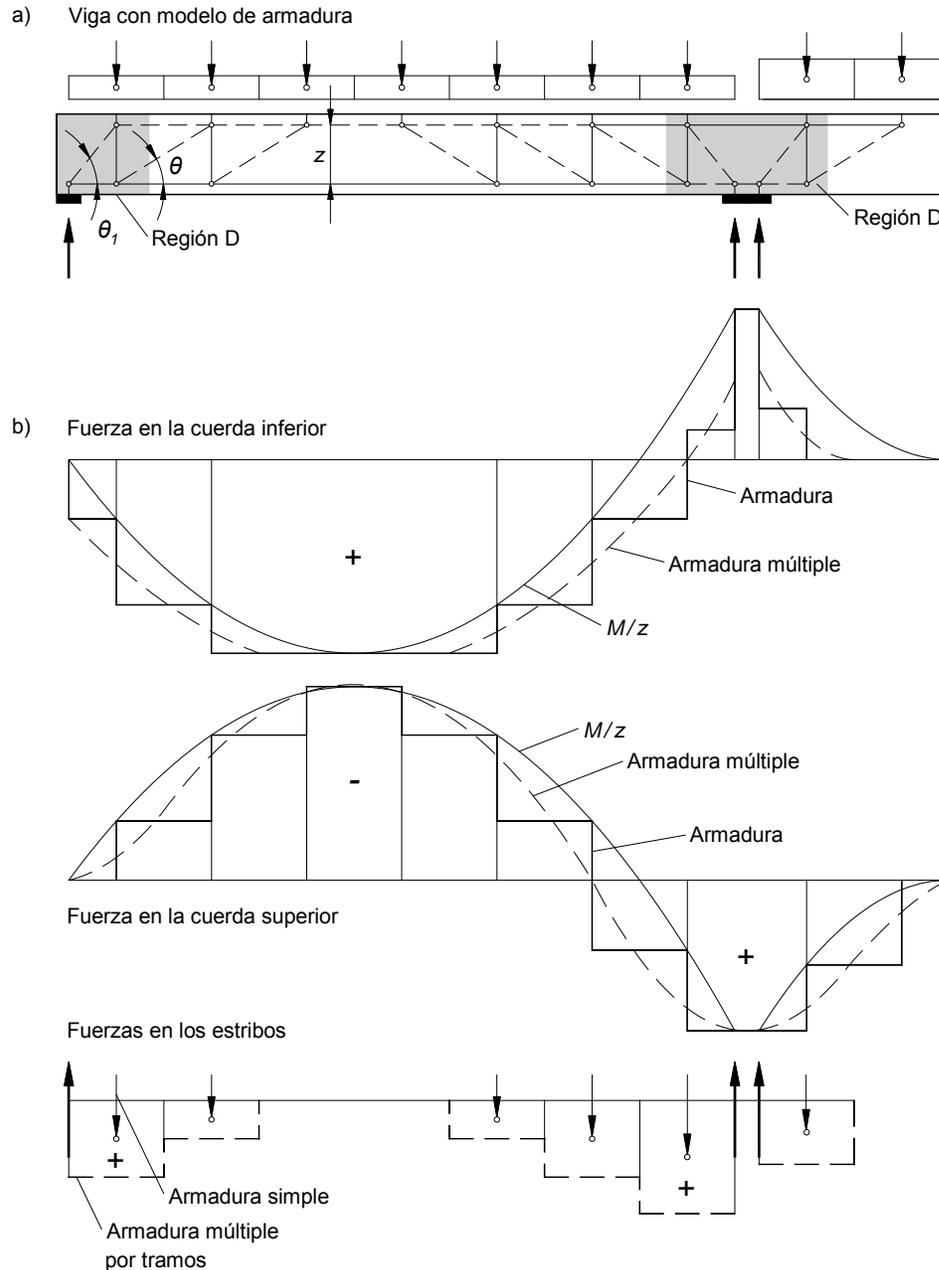


Figura 4.4 Modelo de armadura para una viga con su distribución de fuerzas internas y la magnitud de dichas fuerzas derivadas del equilibrio (Schlaich, et al., 1987).

La distancia z entre los cordones superior e inferior de la viga, debe determinarse normalmente mediante una distribución uniforme de deformaciones en los puntos de momentos máximos y corte cero, y por simplicidad se mantiene constante entre dos puntos adyacentes de momento cero.

Debe notarse que el análisis estructural global y el diseño de una región B también deben proporcionar la fuerza límite para las regiones D de la misma estructura.

4.2.2 Principios de diseño para Regiones D

El proceso de crear un MPT —para modelar las regiones D— es la etapa más importante en el análisis y diseño de éstas. Esta importancia radica en que es necesario desarrollar un MPT diferente e individual para cada una de las regiones, ya que las diferencias de comportamiento de los esfuerzos internos llegan a ser muy grandes en cada problema estudiado. Esto puede considerarse como una desventaja y una dificultad extra, pero luego de un poco de entrenamiento puede hacerse de manera simple. Se puede establecer que desarrollar un MPT es comparable a escoger un sistema estático global. Ambos procedimientos requieren un poco de experiencia de diseño y son de relevancia similar para la estructura.

Luego de la determinación de las zonas estructurales, las regiones D se visualizan en forma individual para el proceso de diseño. Para esto se deben seguir algunos pasos, tal como en el diseño de las regiones B. Primero se dibuja el diagrama de cuerpo libre de las regiones D, lo que se consigue mediante el aislamiento de cada una de ellas y asegurándose de que el equilibrio de las fuerzas externas se satisfaga en cada caso. En los límites adyacentes entre los dos tipos de regiones, las cargas que actúan en la región D se toman del análisis de la región B, tal como se muestra en la Figura 4.5. Luego se desarrolla el MPT, notando que pueden existir muchas posibilidades diversas de modelos para una región D particular, por lo que se debe elegir el más adecuado.

Después se calculan las fuerzas en los puntales y tensores (siendo las fuerzas internas del modelo), éstas se determinan usando métodos estáticos que satisfacen el equilibrio interno. Finalmente se diseñan los puntales, tensores y nodos para que soporten las cargas aplicadas.

Mediante un ejemplo se puede decir que el desarrollo de un modelo para una región D puede simplificarse mucho, si los esfuerzos elásticos y las direcciones de los esfuerzos principales están disponibles como se muestra en la Figura 4.6. La dirección de los puntales puede tomarse de acuerdo con la dirección principal de esfuerzos de compresión o pueden localizarse los puntales y tensores más importantes en el centro de gravedad de los diagramas de esfuerzo correspondientes, de tracción “T” y compresión “C” en la Figura 4.6 usando el diagrama σ_x dado.

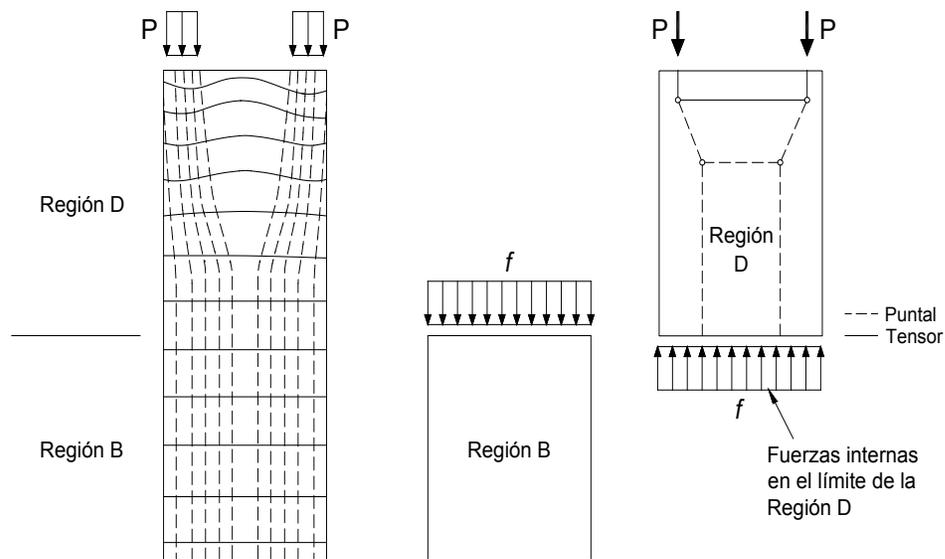


Figura 4.5 Diagrama de cuerpo libre para regiones B y D de un miembro cargado en su extremo superior (Yañez, et al., 1989).

Incluso si el análisis elástico no está disponible y no hay tiempo para realizar uno, es fácil aprender a desarrollar el MPT usando el método llamado *Caminos de Carga*, el cual se aborda en el apartado 4.5.2.

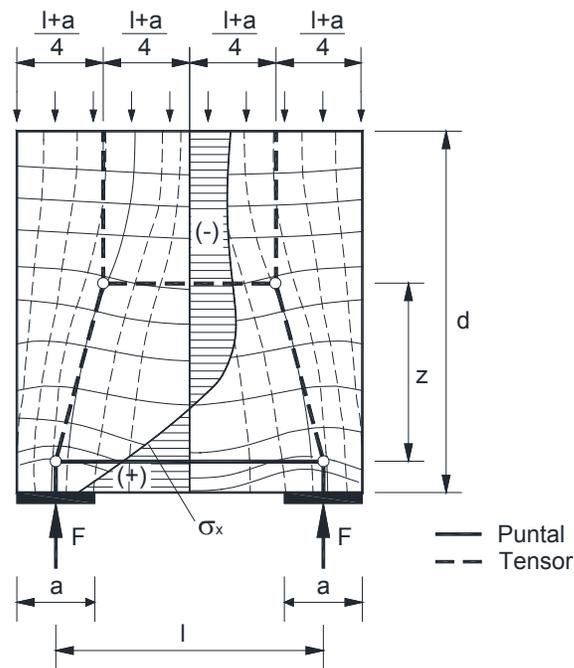


Figura 4.6 Región D con sus trayectorias elásticas de esfuerzos, diagramas de esfuerzos elásticos y modelo puntal-tensor. Adaptado de (Schlaich, et al., 1987).

4.3 Subdivisión de una estructura en Regiones B y D

El análisis y diseño global de una estructura por medio del MPT, como se expresó en el apartado 4.1, resulta inconveniente y a la vez tedioso. Por consiguiente, en la práctica común se realiza primero un análisis estructural general. No obstante, antes de empezar este análisis, es ventajoso subdividir la estructura en sus zonas estructurales “B” y “D”, y de esta manera el análisis global incluirá las regiones “B” y “D”, pero ya conociéndolas.

El estudio general de la estructura luego de la subdivisión permitirá que se puedan construir de buena forma los modelos de la armadura para el tratamiento de las regiones B (si es el caso) y los MPT que se aplicarán a las regiones D, con lo que se facilita bastante el análisis y el diseño, procurando que éstos y la geometría de los modelos se compatibilicen produciendo un solo mecanismo global interno.

Los límites entre regiones B y D se suponen lineales en el plano transversal de las piezas que conforman la estructura, y para poder determinarlas se plantea el procedimiento siguiente, basado en el principio de Saint-Venant y propuesto por (Schlaich, et al., 1987), que se explica gráficamente a través de algunos ejemplos mostrados en la Figura 4.7 y Figura 4.8.

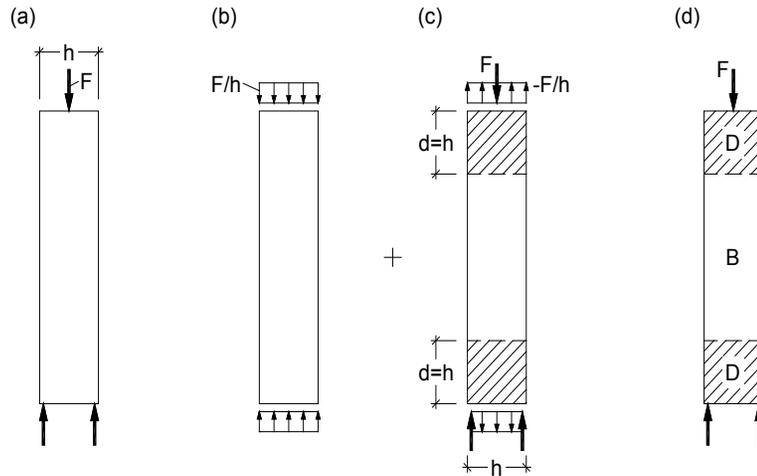


Figura 4.7 Subdivisión de una columna en regiones B y D (Schlaich, et al., 1987).

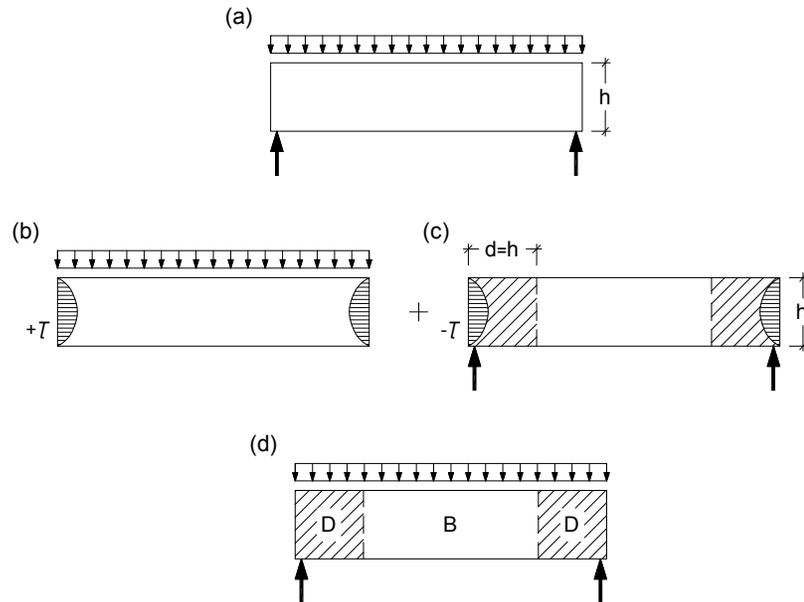


Figura 4.8 Subdivisión de una viga simplemente apoyada en regiones B y D (Schlaich, et al., 1987).

En todo caso debe mencionarse que los miembros de concreto agrietados tienen una rigidez diferente en ambas direcciones, lo que puede influenciar la magnitud de las regiones D, aunque esto no necesita discutirse fuera del alcance del mismo principio de Saint-Venant, que no es preciso pero da una aproximación aceptable para la división de las zonas. Tomando en cuenta la imprecisión descrita, las líneas de división entre las regiones B y D propuestas aquí sólo sirven como una ayuda cualitativa para el desarrollo de los MPT, con el fin de facilitar el tratamiento de la estructura. El procedimiento a seguir es el siguiente:

- 1) Se reemplaza la estructura real (Figura 4.7a y Figura 4.8a) por una estructura similar e imaginaria (Figura 4.7b y Figura 4.8b), a la cual se le somete a un estado de carga equivalente de tal manera que cumpla la hipótesis de Bernoulli y satisfaga el equilibrio existente entre las fuerzas que se aplican a la sección transversal de la estructura real. De esta manera, la estructura imaginaria se convierte en una o varias regiones B. Esto normalmente no cumple las condiciones de borde requeridas, es solo una idealización.
- 2) Se crea un estado de equilibrio propio de esfuerzos (Figura 4.7c y Figura 4.8c), el cual al ser superpuesto sobre la estructura imaginaria, satisface las condiciones de borde reales. Es decir, la suma de los estados de esfuerzo en la estructura imaginaria y el estado de equilibrio creado deben dar como resultado el estado real de cargas.
- 3) Finalmente se aplica el principio de Saint Venant como se describe en la Figura 2.2, encontrando que las tensiones pueden despreciarse a una distancia “d” de las fuerzas del equilibrio, distancia que es aproximadamente igual a la máxima distancia existente entre las mismas fuerzas de equilibrio. Esta distancia define el rango de las regiones D (Figura 4.7d y Figura 4.8d).

El código ACI considera la extensión de una región D a una distancia igual a una altura “h” o profundidad “d”, desde la discontinuidad geométrica o de carga. Además, si dos regiones D se traslapan o encuentran, se consideran como una sola región D para fines de diseño.

Por tanto, la subdivisión de una estructura en regiones B y D es de valor considerable para el entendimiento de las fuerzas internas en la estructura. También demuestra que la regla simple *largo/peralte*, usada para clasificar vigas, vigas de gran peralte, vigas voladizas cortas o largas, es engañosa. Para una clasificación correcta, la geometría y las cargas deben ser consideradas.

4.4 Fuerzas resultantes en los límites de una región D

Sobre los bordes o fronteras de una región D pueden actuar tres tipos de fuerzas externas:

- a. *Acciones exteriores propiamente dichas*. Es el caso de las cargas puntuales o concentradas. La carga de pretensado, por ejemplo, se considera una carga concentrada externa.
- b. *Reacciones exteriores*. Usualmente las reacciones se obtienen mediante un cálculo ordinario de la estructura, prescindiendo de la existencia o no de las diferentes regiones.
- c. *Esfuerzos provenientes de las regiones B adyacentes*. Son los esfuerzos de corte, momento flector y axial que provienen de la región B colindante y que garantizan el equilibrio de la región D.

4.5 Métodos para desarrollar un modelo puntal-tensor.

A continuación se presentan los tres principales métodos utilizados en la generación de modelos puntal-tensor.

4.5.1 Análisis Elástico

En el diseño de regiones “D” es necesario el desarrollo de un MPT para cada aplicación. Para geometrías excepcionales, así como para asegurar un buen comportamiento ante el agrietamiento a nivel de cargas de servicio, es recomendable que el modelo sea basado en patrones de esfuerzos principales, determinados del análisis elástico. En casos inusuales, la dirección de los

esfuerzos principales puede determinarse en un programa de elementos finitos. La dirección de los puntales y los tensores puede ser localizado en el centro de gravedad de los respectivos campos de esfuerzo.

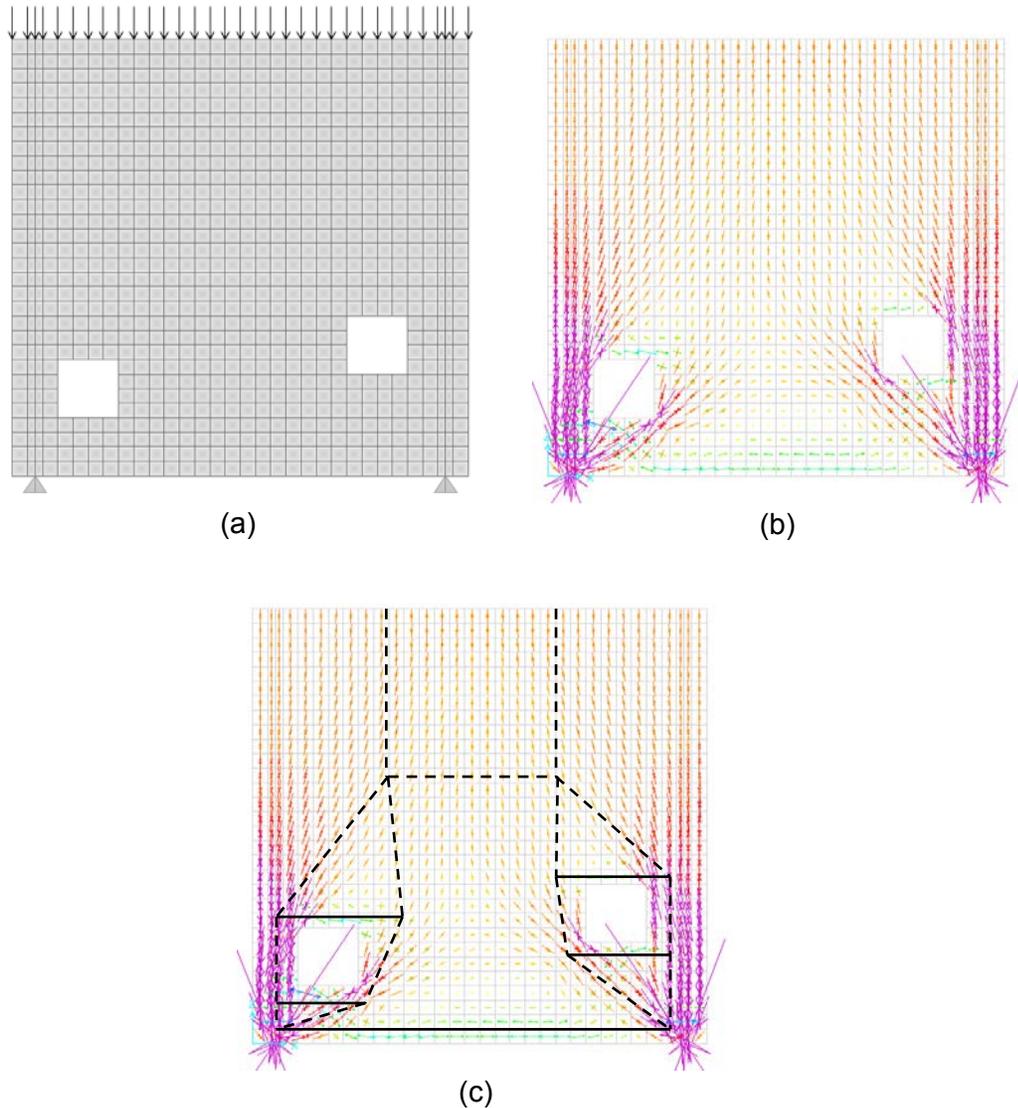


Figura 4.9 Determinación de esfuerzos elásticos en SAP2000 para generación del MPT.

Un ejemplo de aplicación de esta metodología se presenta en la Figura 4.9. La viga de gran peralte resiste una carga distribuida por unidad de longitud. El MPT que se utiliza frecuentemente para resolver este elemento (Figura 4.6) no es aplicable debido a que la viga presenta agujeros que intersectan el flujo de

fuerzas en los puntales principales. La determinación de los esfuerzos principales (Figura 4.9b), en esta aplicación, es de gran importancia en el proceso de crear un MPT que tome en cuenta las distorsiones en el flujo de cargas dentro del elemento. En la Figura 4.9c se muestra una ilustración, generada a partir de la Figura 4.9b, de un posible MPT del elemento.

4.5.2 Camino de Cargas

Una de las maneras óptimas y fáciles de aprender a desarrollar los MPT es usar el llamado "Método de Camino de Cargas". Éste consiste en seguir los caminos que recorren los esfuerzos internos, pero analizándolos con las condiciones que se encuentren al tratar las regiones D, que son las que interesa estudiar. Este método da una idea clara de cómo poder dimensionar los puntales y tensores, y la ubicación más adecuada que se pueda tener de ellos. Esta disposición puede asegurarse refinando aún más el modelo, con el fin de encontrar la disposición de diseño más eficiente según las opciones que se plantee el proyectista.

El esquema de análisis consiste primero en asegurar que se satisfaga el equilibrio externo de una región D, determinando todas las cargas y reacciones de apoyo actuando en la zona. Las cargas externas de diseño que se utilizan en una región D se obtienen derivándolas desde los límites adyacentes a las regiones B, asumiendo que existe una distribución lineal de esfuerzos.

El diagrama de esfuerzos de la región D se subdivide de manera tal, que las cargas que se tienen en un lado de la estructura encuentran su contraparte en el otro lado, teniendo en consideración que los caminos de cargas que conectan los lados opuestos no se cruzarán unos con otros. El camino de carga empieza y termina en el centro de gravedad de los diagramas de esfuerzos correspondientes a los límites de la región, y obtienen de esos puntos la dirección de las cargas aplicadas o reacciones, tal como lo representa la Figura 4.10. Estas cargas tienden a tomar el camino más corto posible entre ellas y dejan que las curvaturas se concentren cerca de las grandes agrupaciones de esfuerzos, como reacciones de apoyo o cargas puntuales.

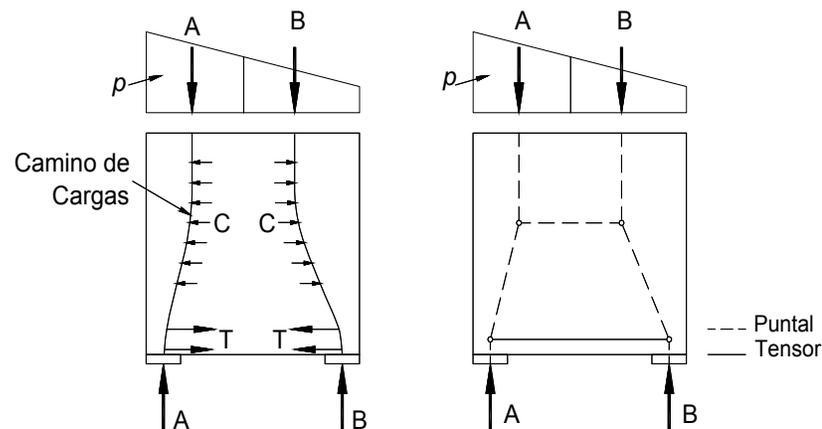


Figura 4.10 Caminos de cargas y modelo puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).

En algunos casos, el diagrama de esfuerzo no es interpretado completamente de acuerdo con los caminos de carga descritos. En estas situaciones, las resultantes de las cargas transitan en un flujo interno y permanecen iguales en magnitud, pero con signo opuesto al que entran en la estructura, realizando una vuelta en U hacia el mismo lado por el cual ingresaron y efectuando un giro rápido al llegar generalmente cerca del borde opuesto a la zona, como lo ilustrado por las fuerzas B en la Figura 4.11. Con esto se puede ver que el flujo interno de fuerzas sigue trayectorias tendientes a trasladar las cargas aplicadas, pero a su vez también vela por mantener el equilibrio interno en la estructura, generando caminos paralelos que tienen como fin asegurar el buen funcionamiento global de toda la estructura.

Después de representar todos los caminos de cargas con curvas lisas y reemplazarlos por líneas rectas, debe agregarse el sistema de puntales y tensores para asegurar el equilibrio transversal que actúa entre los puntos de unión o nodos, lo que complementa el equilibrio en la dirección de las cargas aplicadas, incluyendo en esto al giro en U. Paralelo a lo anterior, los tensores deben colocarse con consideraciones propias para conseguir una contribución mutua con el esquema de refuerzo (generalmente paralelo a la superficie del concreto) y se deben analizar los requerimientos adecuados de distribución de grietas.

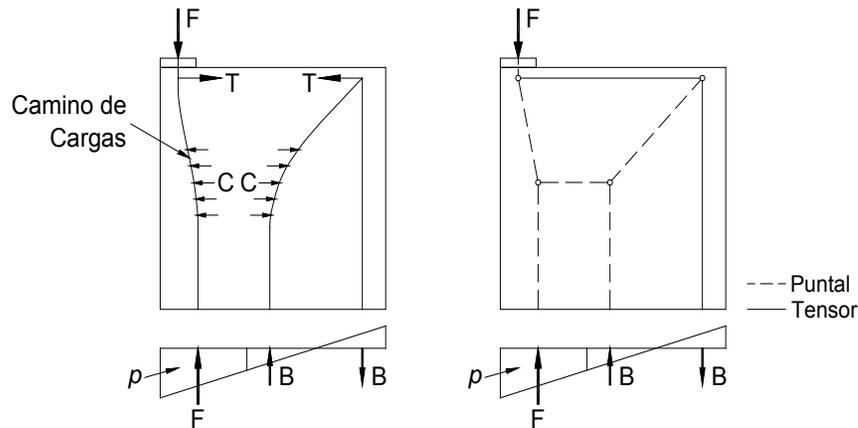


Figura 4.11 Caminos de cargas (incluyendo una vuelta en “U”) y modelo puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).

Los modelos resultantes son a menudo bastante cinemáticos, lo que significa que el equilibrio en un modelo dado sólo es posible para casos de carga específicos. Por consiguiente, la geometría del modelo apropiado tiene que ser adaptada al caso de carga y está determinada (en la mayoría de los casos) por condiciones de equilibrio, después que unos pocos puntales o tensores han sido escogidos.

En la Figura 4.12, los puntales y tensores verticales son encontrados por el método de camino de cargas descrito anteriormente. La estructura se divide en una región B y otra región D. La parte inferior de la última es afectada por los esfuerzos (p) que nacen de la base del elemento y viajan en forma paralela por la región B. Entonces, estos esfuerzos se desglosan en cuatro componentes: Las dos fuerzas de compresión $C_3 + C_4 = F$, que dejan dos fuerzas iguales y opuestas T_2 y C_2 que realizan un giro en U. Las fuerzas C_3 y C_4 son, respectivamente, las componentes del lado derecho y el lado izquierdo del plano vertical que es determinado por la carga F. Por intercambiar lateralmente las componentes de carga en las posiciones dadas, los esfuerzos transversales son generados.

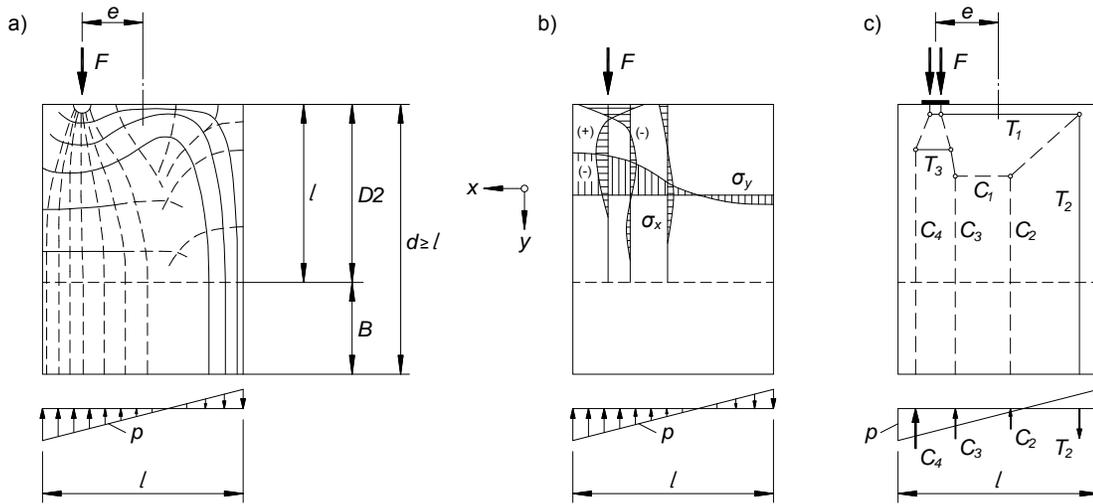


Figura 4.12 Región D típica: (a) Trayectorias de esfuerzos elásticos, (b) esfuerzos elásticos, (c) modelo puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).

Los correspondientes puntales y tensores horizontales se localizan en el centro de gravedad del diagrama de esfuerzos en la sección típica, los que se derivan de acuerdo a un análisis elástico (Figura 4.12b). Sus nodos junto con los puntales verticales determinan la posición de los puntales diagonales (Figura 4.12c). El ejemplo en la Figura 4.13 muestra que el tensor T_3 de la Figura 4.12c desaparece, si la carga F se mueve hacia la esquina de la región D.

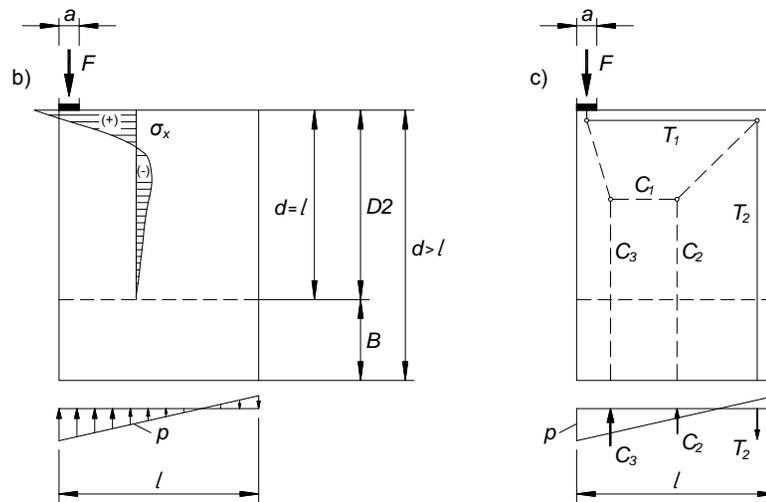


Figura 4.13 Caso especial de la Región D, con la carga en la esquina; (b) esfuerzos elásticos, (c) modelo puntal-tensor (Schlaich, et al., 1987).

En la utilización del método de camino de cargas se observa que la solución dada para alguna estructura en particular puede obtenerse mediante varios modelos diferentes. El problema de elegir el modelo adecuado tiene que ver, por ejemplo, con la facilidad que se tenga en su utilización. Esto se puede conseguir ubicando tensores solo en direcciones horizontales o verticales, para poder tener un mejor tratamiento de ellos y dejando a los puntales la misión del traslado de esfuerzos en diagonal, lo que no afectaría la disposición del acero de refuerzo en una pieza, a diferencia de un modelo que contenga tensores diagonales. Debido a que el MPT puede construirse simulando un enrejado dentro de los elementos analizados, el conseguir una disposición como la dicha anteriormente no debería presentar mayores problemas y se solucionaría optimizando el modelo con pequeños arreglos en su forma.

4.5.3 Optimización Topológica

A principios de los años sesenta, la publicación “Structural design by systematic synthesis” (Schmit, 1960) propuso una idea revolucionaria que dio origen a una nueva disciplina: los ingenieros, en general, tratan de diseñar objetos o sistemas de coste mínimo que durante su vida útil deben ser capaces de resistir las solicitaciones máximas que se puedan producir; por tanto, los problemas de diseño (óptimo) podrían plantearse de forma sistemática en términos de problemas de minimización con restricciones, y podrían resolverse mediante técnicas de programación no lineal utilizando ordenadores digitales de alta velocidad (Navarrina, et al., 2002).

La optimización de componentes soluciona la forma que debe tener una pieza para minimizar (o maximizar) una cantidad física, como por ejemplo: la energía de deformación, tensión máxima alcanzada, etc., mientras el equilibrio y otras restricciones y variables de diseño son satisfechas.

Este problema puede ser abordado desde diferentes puntos de vista. Los tres más importantes son: optimización de tamaño o dimensionamiento (optimización de forma) y optimización topológica (Cortés, 2010).

En un problema típico de optimización de tamaño, el objetivo es encontrar la distribución del espesor óptimo de un problema lineal elástico, o bien en los miembros más óptimos en una estructura articulada, como es el caso del modelo puntal-tensor. En la Figura 4.14 se muestra como mediante la optimización de tamaño se determina la forma óptima de una viga biapoyada.

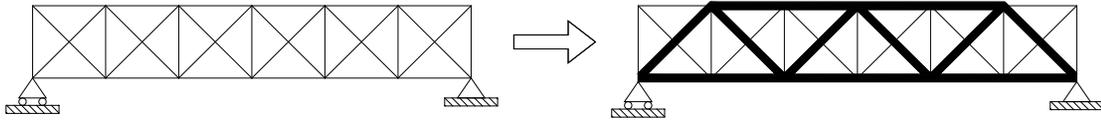


Figura 4.14 Optimización de tamaño aplicado a una viga biapoyada.

La principal característica de este tipo de problemas es que el dominio de diseño es conocido a priori y se mantiene fijo a lo largo del proceso de optimización.

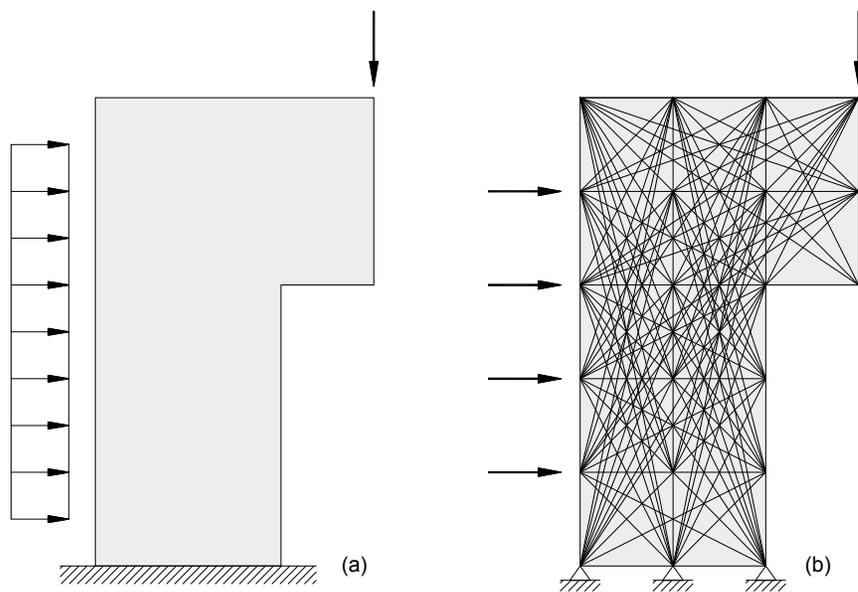


Figura 4.15 Optimización de tamaño aplicada a una estructura de concreto. Adaptado de (Biondini, et al., 1998).

(Biondini, et al., 1998) expresan que una solución óptima a los modelos puntal-tensor puede ser lograda cubriendo el dominio continuo asignado con una malla estrechamente espaciada, con "n" número de n nodos e interconectada por

$m \leq n(n - 1)/2$ elementos y asumiendo que éste es el nuevo dominio existente (Figura 4.15)

Por otra parte, la optimización de forma tiene como objetivo encontrar la forma óptima del componente. En este caso, el dominio de diseño cambia en el proceso iterativo ya que es precisamente la variable de diseño. Se trata básicamente de definir qué forma adopta el perímetro de la geometría de trabajo para encontrar la forma óptima. Es por eso que en este tipo de optimización hay que definir a priori la geometría que se va a desarrollar, es decir, si se desea un componente optimizado mediante agujeros, estos tienen que estar definidos a priori. En la Figura 4.16 se muestra un ejemplo.

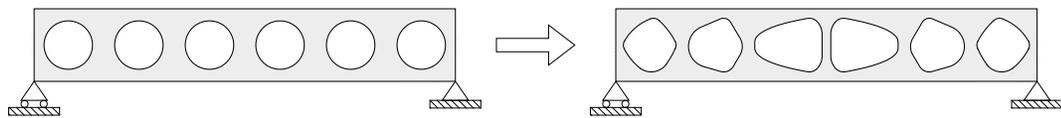


Figura 4.16 Optimización de forma aplicada a una viga biapoyada.

Por último, la optimización topológica de estructuras continuas determina ciertas características como el número de agujeros junto con su ubicación y forma, en definitiva la conectividad del dominio. En esta metodología, el dominio de diseño es constante en todo momento. La optimización topológica no necesita de definiciones a priori como agujeros. Estos agujeros se interpretan como zonas donde la rigidez del material es nula (realmente casi nula para evitar singularidades en el proceso de cálculo). A continuación se muestra como sería el problema inicial y el resultado obtenido mediante optimización topológica.

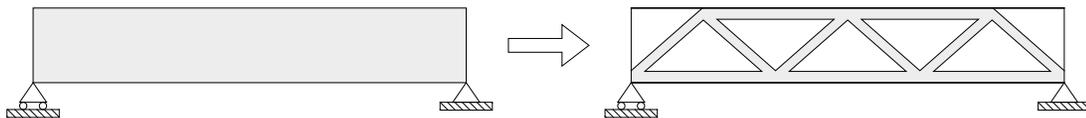


Figura 4.17 Optimización topológica aplicada a una viga biapoyada.

La optimización topológica de estructuras continuas ha recibido una considerable atención en años recientes, produciendo grandes avances en las

técnicas de optimización (Liang, et al., 2000). Así pues, la técnica de optimización topológica es válida para encontrar el óptimo modelo puntal-tensor en una estructura de concreto reforzado. En la Figura 4.18 se muestra una viga de gran peralte con una abertura cercana al apoyo, propuesta por (Schlaich, et al., 1987). En la Figura 4.19 se observan las formas optimizadas en función de la cantidad de iteraciones realizadas.

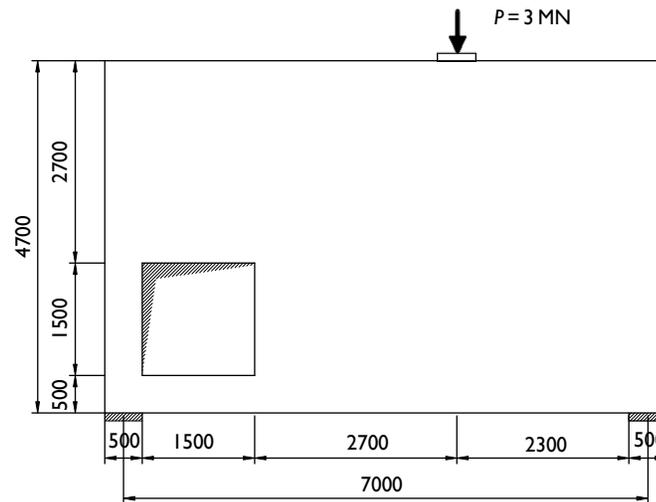


Figura 4.18 Viga de gran peralte con abertura cerca de un apoyo (Quan Liang, 2005).

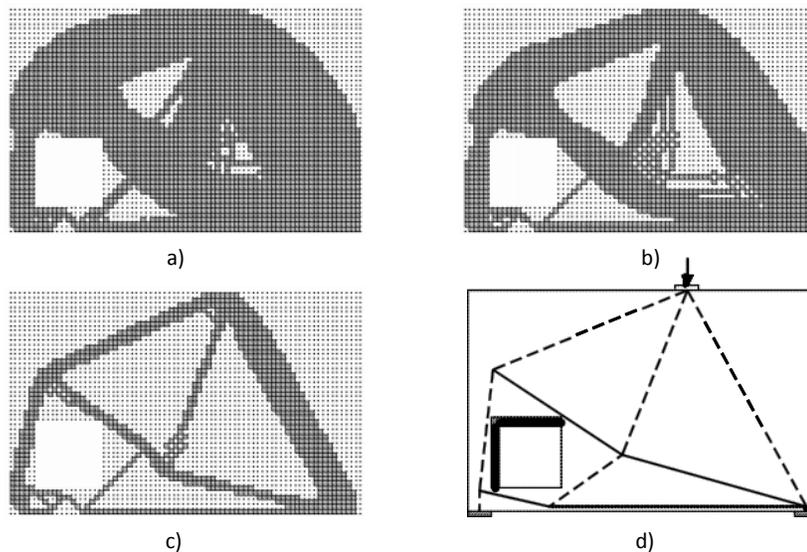


Figura 4.19 Proceso de optimización topológica en una viga de gran peralte con abertura. a) 20 iteraciones, b) 40 iteraciones, c) Forma topológica óptima, d) MPT óptimo (Quan Liang, 2005).

En la Figura 4.20a se observa una ménsula de concreto con un soporte tipo repisa y con una carga puntal de 500 kN. Las formas optimizadas junto con el MPT óptimo se presentan en la Figura 4.20b y Figura 4.20c, respectivamente.

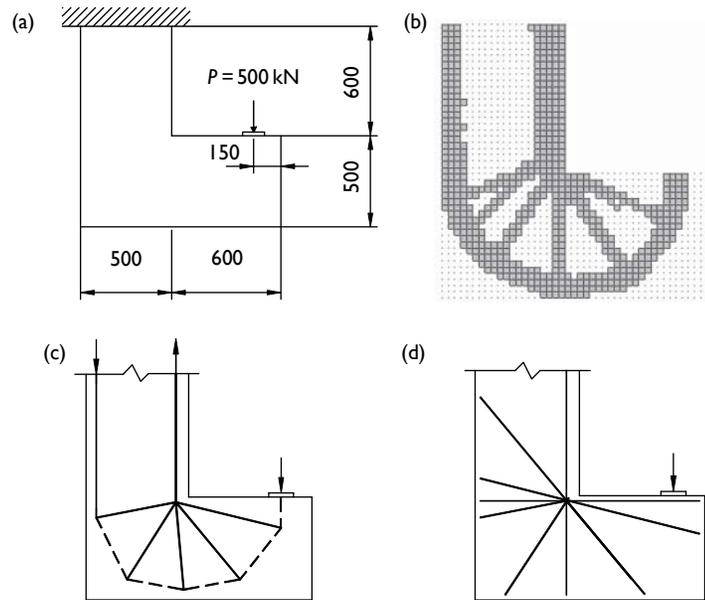


Figura 4.20 Proceso de optimización topológica de ménsula de concreto. a) Dominio de diseño, b) Topología óptima, c) MPT óptimo, d) Refuerzo en ménsula (Quan Liang, 2005).

Como se puede observar, la optimización topológica es una gran herramienta para la creación de un MPT, pues presenta la orientación óptima de los elementos (puntales y tensores) del modelo. Sin embargo, al usar esta técnica se debe estar consciente de dos aspectos fundamentales: primeramente se debe conocer que las técnicas de optimización se basan en la minimización de la energía de deformación del elemento, por consiguiente, según (Schlaich, et al., 1987), la capacidad de rotación inelástica del modelo tiene que ser considerada (ver apartado 4.6.1). Segundo, el MPT generado por esta técnica representa el sistema resistente en el instante justo antes del colapso (estado límite último), por lo que si no se realiza un correcto detallado del acero de refuerzo, tomando en cuenta los criterios de diseño para el estado límite de servicio, se pueden presentar un agrietamiento excesivo en el elemento bajo cargas de servicio.

Un inconveniente al utilizar esta técnica, es que el uso de un programa de ordenador es inherente, debido a la gran cantidad de cálculos que éste realiza. Solucionando esta complicación, investigadores como (Sigmund, 1997), (Andreassen, et al., 2011) y (Cortés, 2010) han desarrollado programas de libre acceso y fácil uso. La aplicación en-línea TopOpt (Sigmund, 2009) presenta una gran herramienta para el uso de este método. De igual forma se han desarrollado códigos libres para Matlab; como el mostrado en el anexo B, el cual consiste en un código de 88 líneas desarrollado por (Andreassen, et al., 2011). Además de las opciones antes mencionadas, existen aplicaciones de libre descarga, como ForcePAD (Division of Structural Mechanics, 2008). En la Figura 4.21 se presenta una estructura optimizada topológicamente utilizando esta aplicación. También es importante mencionar que existen aplicaciones comerciales de elementos finitos que contienen módulos de optimización topológica, entre ellas: Siemens-Femap (décima versión) y AbacusSimulia (sexta versión).

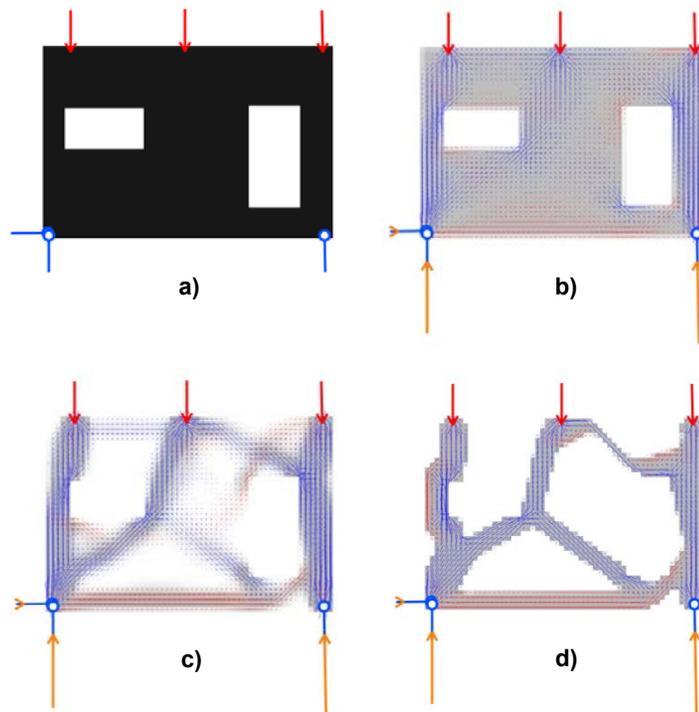


Figura 4.21 Proceso de optimización topológica en una viga de transferencia. a) Estructura con cargas actuantes, b) Esfuerzos Principales, c) Optimización en primeras iteraciones (MPT para estado límite de servicio, d) Optimización final (MPT para estado límite de colapso).

4.6 Recomendaciones para la selección de un MPT

Si bien la técnica de optimización topológica (apartado 4.5.3), nos brinda la solución óptima a este problema, las recomendaciones realizadas en esta sección exponen importantes criterios que todo proyectista que utiliza MPT debe considerar. Entre los principales aspectos a tomar en cuenta se tienen:

- Facilidad de fabricación del elemento
- Equilibrio
- Ductilidad
- Serviciabilidad

En muchos casos, el uso práctico y la facilidad de fabricación tendrán las más grandes incidencias sobre la elección del modelo. Los modelos que dan como resultado detalles de refuerzos excesivamente congestionados o difíciles para fabricar deben evitarse. El refuerzo para la región D debe ser compatible con el esquema del refuerzo usado en las porciones adyacentes de la estructura.

Para satisfacer los requisitos de la teoría de plasticidad, un modelo debe estar en equilibrio bajo las cargas aplicadas. Sin embargo, en el MPT seleccionado, la resistencia de los elementos del modelo y la capacidad de rotación de los nodos no deben ser excedidas antes que los tensores fluyan.

Asimismo, la funcionalidad aceptable en niveles de cargas de servicio requiere que el ancho de las grietas sea limitada por la ubicación de refuerzo en las regiones de grandes tensiones. Una especial atención debe ser puesta en las predicciones del análisis elástico en las zonas de altas tensiones, para asegurar un control adecuado del agrietamiento.

4.6.1 Ángulo entre elementos

Desde que el concreto permite sólo deformaciones plásticas limitadas, el MPT tiene que ser elegido de tal manera que el límite de deformación (capacidad de

rotación) no sea excedido en cualquier punto, antes de que el estado de esfuerzos asumido sea alcanzado en el resto de estructura.

En regiones altamente cargadas, el requisito de ductilidad se cumple adaptando los puntales y tensores del modelo a la dirección y el tamaño de las fuerzas internas como aparecerían de la teoría de elasticidad (Schlaich, et al., 1987).

En regiones normalmente cargadas, la dirección de los puntales y tensores en el modelo pueden desviarse considerablemente de la trayectoria elástica sin exceder la ductilidad de la estructura. Por ello, según (Schlaich, et al., 1987), una mayor desviación de 15 grados de las direcciones de los esfuerzos principales elásticos es permisible (máximo 45°). Los tensores y, por lo tanto, el refuerzo pueden ser dispuestos según consideraciones prácticas. La estructura se adapta al sistema estructural interno asumido. Por supuesto, cuando se realice un análisis y revisión de seguridad de la estructura, debe hacerse usando el modelo finalmente elegido.

Este método de orientar el MPT a lo largo de los caminos de fuerza indicados por la teoría de la elasticidad (apartado 4.5.1 y 4.5.2), obviamente omite cierta capacidad de carga última, la cual podría ser utilizada por una aplicación pura de la teoría de plasticidad (apartado 4.5.3). Por otra parte, tiene la ventaja principal que el mismo modelo puede ser usado para revisar el estado último de carga y el estado de servicio. Si por alguna razón el propósito del análisis es encontrar la carga última real, el modelo fácilmente puede ser adaptado a esta etapa de carga, intercambiando sus puntales y tensores para aumentar la resistencia de la estructura. En este caso, la capacidad de rotación inelástica del modelo tiene que ser considerada (Schlaich, et al., 1987).

Orientar la geometría del modelo para la distribución de esfuerzos elásticos es también un requisito de seguridad, porque la resistencia a tensión del concreto es sólo una fracción pequeña de la resistencia a compresión. Casos como los presentados en la Figura 4.22, serían inseguros aun si ambos requisitos del

teorema del límite inferior de la teoría de plasticidad son cumplidos, es decir, equilibrio y condición de fluencia (esfuerzo menor a f'_c).

La compatibilidad del sistema presenta fuerzas de tensión, usualmente transversal a la dirección de las cargas, las cuales pueden causar agrietamiento y falla prematura en la estructura. Los campos de esfuerzo a compresión en forma de botella, eliminan tales peligros "ocultos", cuando el modelo escogido es demasiado simple (Figura 4.26).

Otra recomendación expuesta por (Schlaich, et al., 1987), es que el ángulo entre los puntales y tensores entrando en un nodo no debe ser demasiado pequeño; igual o mayor a 15° (preferiblemente 25°), para evitar grietas asimétricas y aplastamiento diagonal del concreto antes de la fluencia del acero de refuerzo. (MacGregor & Wight, 2011), recomiendan que, cuando sea posible, este ángulo no debe ser menor de 40° .

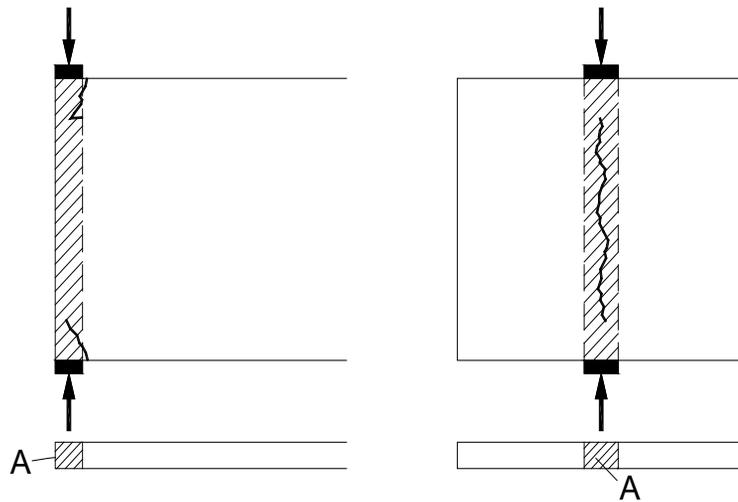


Figura 4.22 Campos de esfuerzos prismáticos según la teoría de plasticidad (omitiendo los esfuerzos de tensión transversales). Adaptado de (Schlaich, et al., 1987).

La Figura 4.23 muestra un resumen de las principales recomendaciones para la orientación de los puntales y tensores.

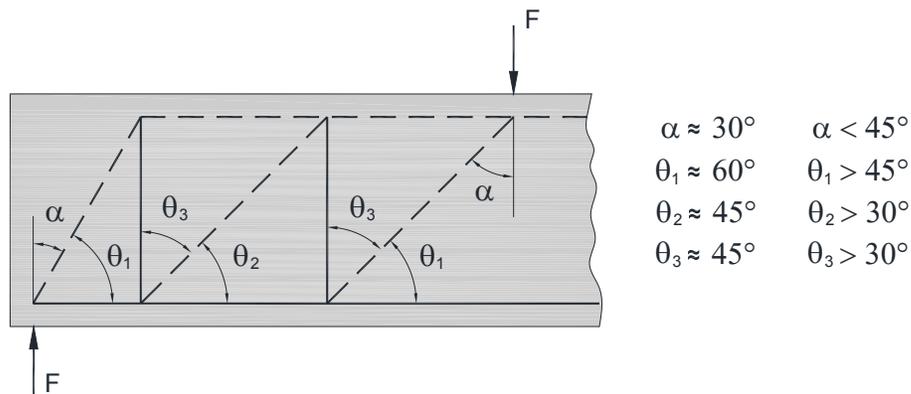


Figura 4.23 Recomendaciones angulares para modelos bidimensionales. Adaptado de (Meléndez, 2012).

4.6.2 Energía de deformación

Dado que una estructura real buscará la distribución de esfuerzos con la menor energía de deformación posible, un MPT también debería buscar este fin. Al seleccionar un MPT es útil comprender que las cargas intentan recorrer una estructura por el camino más corto y con las menores deformaciones. Por ello, debe tenerse en cuenta que los tensores son mucho más deformables que los puntales de concreto, por lo que se puede plantear que el modelo con los menores y más cortos tensores será el mejor (Schlaich, et al., 1987). Este simple criterio, para perfeccionar un MPT, puede ser formulado como sigue:

$$\sum F_i l_i \varepsilon_{mi} = \text{Mínimo} \quad (4-1)$$

Donde:

F_i = Fuerza axial en el puntal o tensor i

l_i = Longitud del miembro i

ε_{mi} = Deformación unitaria del miembro i

Esta ecuación se deriva del principio de energía de deformación mínima para un comportamiento elástico lineal de los puntales y tensores después del agrietamiento. La energía de deformación de una estructura se utiliza en casos

en los cuales se quiere conocer la deformación que se tiene en algún punto de alguna estructura asociándola a la carga aplicada en ese punto. Si las cargas externas que afectan a alguna estructura tienen un valor constante, se puede deducir que las menores deformaciones que se obtengan en ella, estarán asociadas a la menor energía de deformación que pueda alcanzar. Si a esto se le agrega que el comportamiento de la estructura está dentro del rango elástico lineal, se tiene que los esfuerzos asociados a las deformaciones son directamente proporcionales, y por tanto el modelo que tenga la menor energía de deformación será el que genere los menores esfuerzos internos respecto de una misma sollicitación. Por lo tanto, el modelo que tendrá la mayor capacidad de soportar carga estará asociado con una energía de deformación mínima.

Según (Schlaich, et al., 1987), la contribución de los puntales de concreto generalmente puede omitirse porque las deformaciones de los puntales normalmente son mucho más pequeñas que la de los tensores de acero.

No obstante (Brown, et al., 2006), con una posición diferente a (Schlaich, et al., 1987), considera que la contribución de los puntales de concreto debe ser tomada en cuenta. Si bien en (Schlaich, et al., 1987), se aduce que la deformación de los puntales es muy pequeña y se puede despreciar, en (Brown, et al., 2006) se propone considerar los puntales en el cálculo de la deformación de un MPT, y por consiguiente en el cálculo de la energía de deformación de la estructura. Esta hipótesis puede respaldarse en los resultados experimentales obtenidos por (Uribe & Alcocer, 2008), los que midieron deformaciones en los puntales de hasta 0.2% y variaciones en la relación rigidez secante contra módulo de elasticidad del concreto de hasta 64%, por lo que al igual que (Brown, et al.), recomendaron que los puntales deben ser considerados en el cálculo de la deformación de un MPT a capacidad límite.

El criterio de la optimización basándose en la energía de deformación también es útil en la eliminación de los modelos menos deseables (Figura 4.24). Debe entenderse en todo caso, que no hay una solución óptima única o absoluta.

Reemplazar un grupo continuo de curvas lisas por líneas individuales, es solo una aproximación y deja un amplio espacio para decisiones subjetivas. Además, el aporte individual, como el tamaño de la región o el diseño del refuerzo son siempre diferentes. Sin embargo, un ingeniero con experiencia en MPT siempre encontrará una solución satisfactoria.

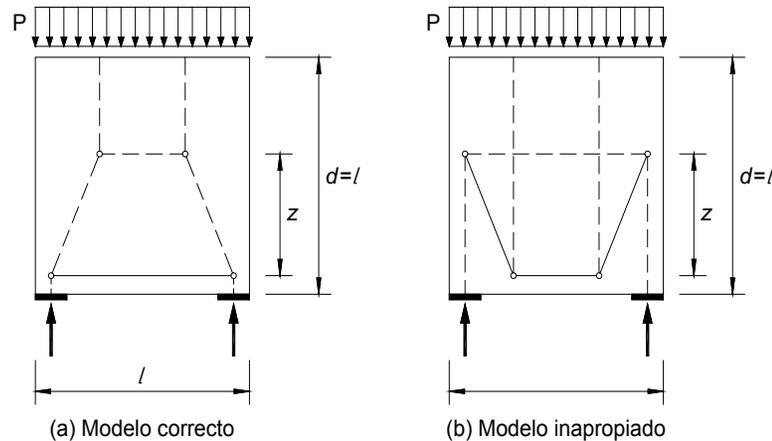


Figura 4.24 Optimización del modelo puntal-tensor para un mismo problema (Schlaich, et al., 1987).

De la misma forma, alguien que pasa tiempo desarrollando modelos puntal-tensor observará que algunos tipos de regiones D aparecen repetidas veces, aun en estructuras muy diferentes. Las dos regiones D más frecuentes son dadas con algunas de sus variaciones en la Figura 4.25.

Reconocer tales características comunes de las estructuras es de valor pedagógico considerable y muy útil para el ingeniero de diseño. Por otra parte, es confuso si los mismos casos reciben designaciones diferentes, sólo porque aparecen bajo circunstancias distintas. Otros casos típicos del modelo puntal-tensor son encontrados en el anexo A.

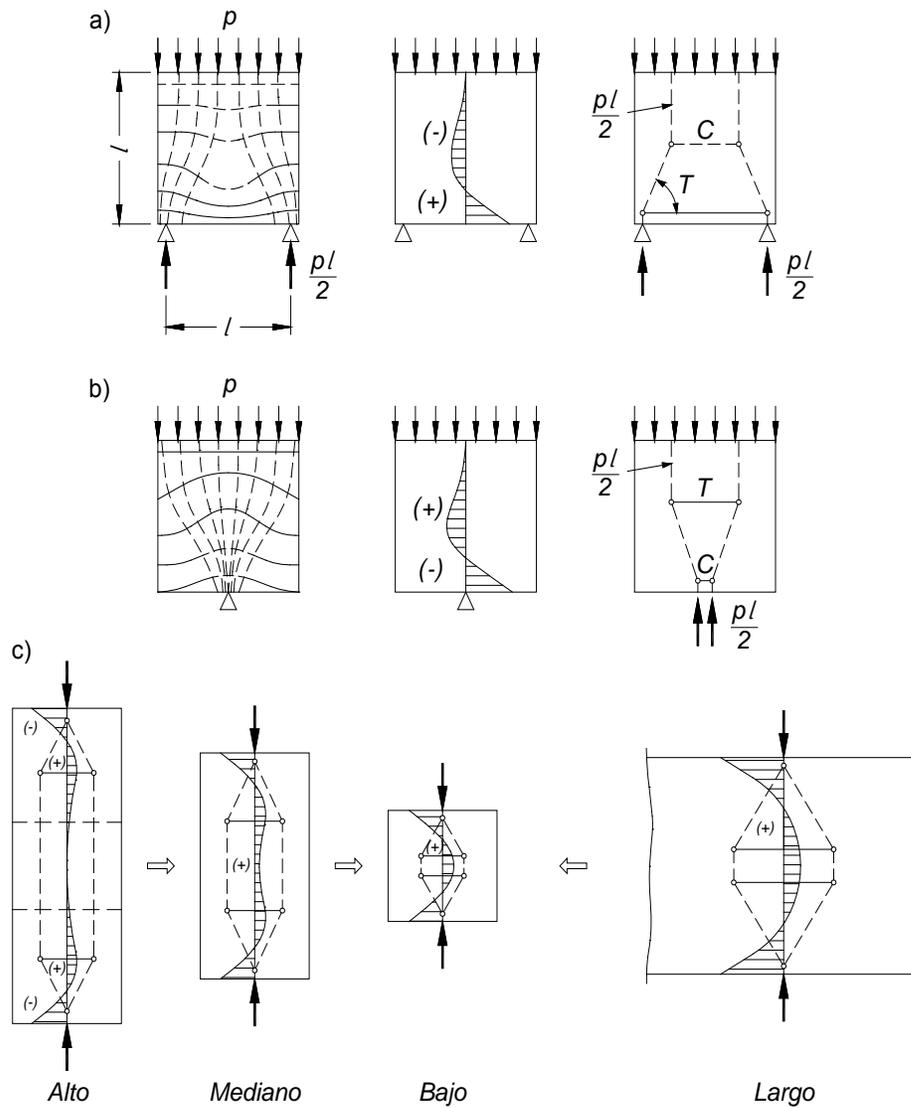


Figura 4.25 Los dos modelos puntal-tensor más frecuentes y usados: (a) Modelo 1, (b) variación de (a), (c) Modelo 2 (Schlaich, et al., 1987).

4.7 Dimensionamiento de los elementos del modelo puntal-tensor, según disposiciones del código ACI 318-08.

El dimensionamiento de los elementos del MPT no sólo tiene que ver con establecer el tamaño y las condiciones de refuerzo adecuadas para que los puntales y tensores soporten las fuerzas a las cuales son sometidos, también se debe asegurar que la transferencia de carga entre ellos sea óptima, verificando la disposición de las regiones nodales que unen a puntales y tensores. Esto crea una estrecha relación entre el detallado de los nodos escogidos por el diseñador, la resistencia de los puntales que lo afectan y los tensores anclados en él, puesto que los flujos de fuerzas que convergen en la zona nodal son afectados directamente por el detalle del nodo escogido por el ingeniero. Por consiguiente, es necesario verificar si el MPT inicialmente escogido es todavía válido después del detallado de sus elementos o necesita corregirse. Así, el modelado y el dimensionamiento son, en un comienzo, procesos iterativos.

El dimensionamiento y detalle de todos los elementos que conforman el modelo también deben realizarse con la mayor eficiencia para obtener una resistencia adecuada de cada uno de ellos por separado y también del conjunto de elementos que forman el sistema estructural. Esta eficiencia debe tomar consideraciones importantes en el comportamiento del concreto, el cual a pesar de suponerse en un estado uniaxial de esfuerzos, tiene propiedades internas que lo obligan a someterse a esfuerzos en varias direcciones, lo que es un factor significativo a destacar para el ingeniero que crea el diseño.

4.7.1 Fuerzas en puntales y tensores; factores de reducción de la resistencia, ϕ .

Después que el modelo puntal-tensor inicial se ha seleccionado, se calculan las reacciones debido a las cargas aplicadas y pesos propios. Una vez que las reacciones se han calculado, se calculan las fuerzas, F_u , en todos los puntales, tensores y zonas nodales usando el análisis de la armadura.

Se verifican entonces los puntales, tensores y zonas nodales (Sec. A.2.6 del ACI 318-08) basado en:

$$\Phi F_n \geq F_u \quad (4-2)$$

Donde:

F_u = Fuerza en el miembro (puntal, tensor o zona nodal) debido a las cargas factoradas.

F_n = Resistencia nominal del miembro.

Φ = Factor de reducción de la resistencia.

Las resistencias nominales de puntales, tensores y zonas nodales son F_{ns} , F_{nt} y F_{nn} , respectivamente. Los factores Φ_v y Φ_{STM} , correspondiente al diseño por corte y modelos puntal-tensor, es igual a 0.75, usando los factores de carga y factores de reducción de la resistencia del Capítulo 9 del Código ACI 2008. El factor Φ_f correspondiente a flexión es 0.90.

El Código ACI 318-08 comprende la sección 18.13 referente al diseño de zonas de anclajes de tendones postensados, en parte basada en los modelos de puntales y tensores. El código especifica $\Phi_{PA} = 0.85$ para el diseño de zonas de anclaje de tendones postensados, junto con un factor de carga de 1.2 (Sección 9.2.5) para la fuerza de preesfuerzo. Los modelos de puntales y tensores de las zonas de anclaje de tendones pretensados mantienen este factor Φ y el factor de carga, porque las fuerzas en el tendón y el factor de carga para las fuerzas en los tendones no se modifican.

4.7.2 Resistencia de los Puntales

Los puntales en el modelo son resultantes de los campos de esfuerzos a compresión. La trayectoria de las fuerzas de compresión puede ser visualizada como el flujo de esfuerzos de compresión con secciones diferentes perpendiculares a la dirección del camino de fuerza.

Como el modelo puntal-tensor es una idealización de la estructura real, los puntales son asumidos como rectos y concentrados en los nodos. La línea recta de un puntal de compresión puede ser refinada por los puntales mayormente esforzados, y algunas fuerzas de tensión posibles pueden ser detalladas como se muestra en la Figura 4.26.

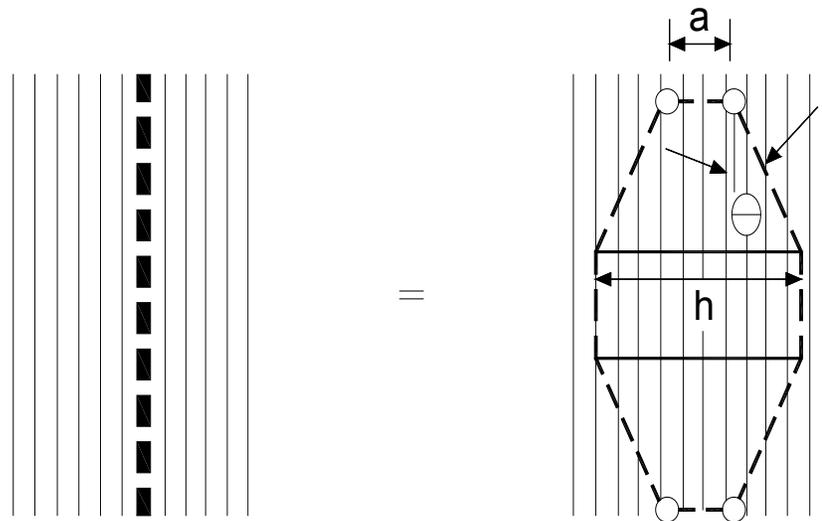


Figura 4.26 Campos de compresión y modelo puntal-tensor (Bergmeister, et al., 1993).

Según el ACI 318-08, el ángulo mínimo entre los ejes de cualquier puntal y de cualquier tensor entrando en un solo nodo debe ser 25 grados, esto para mitigar la fisuración y evitar las incompatibilidades debidas al acortamiento de los puntales y alargamiento de los tensores que se producen casi en las mismas direcciones. Los puntales deben cruzarse o superponerse sólo en los nodos.

Los puntales se diseñan de manera tal que satisfagan las ecuaciones (4-2) a (4-7). La resistencia nominal a la compresión de un puntal sin refuerzo longitudinal se calcula como:

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad (4-3)$$

Donde: A_{cs} es el área de la sección transversal en un extremo del puntal, y f_{ce} es el menor valor entre (a) y (b):

(a) La resistencia efectiva a compresión del concreto en el puntal, dado en la ecuación (4-4).

(b) La resistencia efectiva a compresión del concreto en la zona nodal, dada en (4-13).

La resistencia efectiva a compresión del concreto en un puntal, f_{ce} , debe ser tomado como:

$$f_{ce} = v f'_c \quad (4-4)$$

o:

$$\Phi f_{ce} = \Phi v f'_c = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c \quad (4-5)$$

Donde: v (nu) se denomina factor de efectividad o eficiencia. El término Φ_{STM} es el factor de reducción de resistencia correspondiente a puntales, tensores y zonas nodales en los MPT, descrito con anterioridad; α_1 es el factor 0.85 de la Sección 10.2.7.1 del ACI, y β_s es el factor de efectividad para un puntal. El ancho de un puntal, w_s , usado para calcular A_{cs} , es la menor dimensión perpendicular al eje del puntal en sus extremos. Este ancho del puntal se encuentra ilustrado en la Figura 4.27. En las estructuras de dos dimensiones, como vigas de gran peralte, el espesor de los puntales puede ser tomado como el ancho del elemento.

Se permite el uso de refuerzo de compresión para aumentar la resistencia de un puntal. El refuerzo de compresión debe colocarse dentro de él, paralelo al eje del puntal, anclarse adecuadamente y rodearse por estribos o espirales. En estos casos, la resistencia nominal de un puntal reforzado longitudinalmente es:

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} + A'_s f'_s \quad (4-6)$$

o:

$$\Phi F_{ns} = \Phi_{STM} (\alpha_1 \beta_s f'_c A_{cs} + A'_s f'_s) \quad (4-7)$$

La resistencia adicionada por el refuerzo está dada por el último término de la ecuación (4-6) o (4-7). El esfuerzo f'_s (en el refuerzo de un puntal) en el estado de resistencia nominal puede obtenerse de las deformaciones del puntal cuando éste se aplasta. Para refuerzos con $f_y \leq 420$ MPa (≤ 60 ksi), f'_s se puede adoptar igual a f_y . El término A'_s es el refuerzo de compresión que puede disponerse si resulta necesario aumentar la resistencia de un puntal.

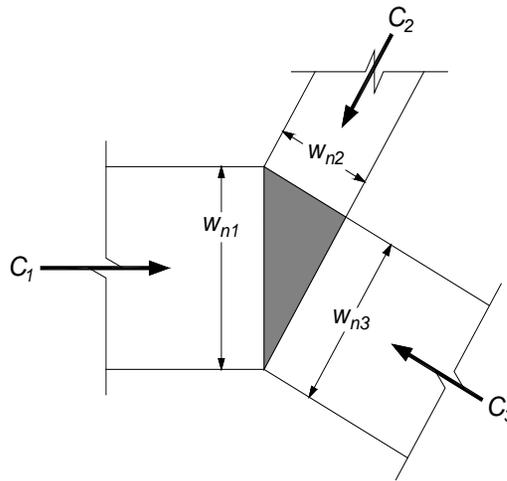


Figura 4.27 Ancho de un puntal en su extremo (COMITÉ ACI 318, 2008).

4.7.2.1 Resistencia efectiva a compresión del concreto en puntales, f_{ce} .

En los siguientes tres casos sería deseable que $\Phi v f'_c$ concordara con $\Phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$ a fin de minimizar las diferencias en la interfase entre las regiones B, diseñadas usando la teoría tradicional de flexión y corte; y las regiones D, diseñadas usando modelos puntal-tensor.

a) Diagrama rectangular de esfuerzos por flexión en vigas.

Según el Código ACI 2008, para flexión, $\Phi_f = 0.90$ y $\alpha_1 = 0.85$, la fuerza de compresión por flexión, C_u , que actúa en la altura, $a = \beta_1 c$, del diagrama rectangular de esfuerzo es:

$$C_{u, Flex.} = \Phi_f \alpha_1 f'_c a b \quad (4-8)$$

Si se supone que la fuerza de compresión en un modelo puntal-tensor (de la misma viga) también es igual a C_u :

$$C_{u,STM} = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c a b \quad (4-9)$$

Igualando y reemplazando $\Phi_{STM} = 0.75$ y $\Phi_f = 0.90$, se obtiene $\beta_s = \Phi_f / \Phi_{STM} = 0.90 / 0.75 = 1.20$.

b) Diagrama rectangular de esfuerzos por flexión en columnas que fallan en compresión.

El factor Φ correspondiente a columnas con estribos rectangulares es $\Phi_{tc} = 0.65$ y para columnas con estribos en espiral $\Phi_{sc} = 0.70$. Para el Código ACI 2008, $\Phi_{tc} \nu f'_c = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$. El correspondiente valor de β_s es $0.65 / 0.75 = 0.87$ para columnas con estribos rectangulares y 0.93 para columnas con estribos en espiral. Este valor para la zona comprimida de una columna con estribos rectangulares es menor que el valor de β_s para la zona comprimida de una viga, porque los factores Φ del ACI para columnas arbitrariamente se fijaron menores que los factores Φ para flexión, a fin de tomar en cuenta una mayor importancia de las fallas en columnas.

c) Zonas de anclaje de tendones de presforzado.

El ACI 318-08 incluye la Sección 18.13 sobre zonas de anclaje de tendones, en gran parte basada en los modelos puntal-tensor. La resistencia nominal a compresión del concreto no confinado en la zona general se limita a $f_{ce} = 0.70 \lambda f'_c$ y $\Phi_{PA} = 0.85$.

Rescribiendo la expresión para f_{ce} como $\Phi f_{ce} = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$, se obtiene $\beta_s = 0.70 \lambda / \Phi_{STM} = 0.933 \lambda$. Donde: λ es el factor de modificación de la resistencia a compresión del concreto, $\lambda = 0.85$ para concreto liviano de arena de peso normal y 0.75 para los otros concretos de peso liviano. Para el concreto de peso normal $\lambda = 1.0$.

4.7.2.1.1 Factores que afectan la resistencia efectiva a compresión del concreto en puntales, f_{ce} .

Se asume que el esfuerzo que actúa en un puntal es constante en toda la sección transversal del extremo del puntal. A continuación se describen tres importantes factores que afectan el factor de efectividad.

(a) Efecto de la duración de las cargas

Como anteriormente se expresó, la resistencia efectiva de los puntales está dada por las ecuaciones (4-2) a (4-7), donde $v = \alpha_1 \beta_s$, y α_1 es el factor 0.85 definido con anterioridad; diferentes referencias explican que este factor considera los efectos de la duración de las cargas o considera diferentes regímenes de esfuerzos en los cilindros y diagramas de flexión, o considera la migración vertical del agua de sangrado. Probablemente este factor debería ser una función de f'_c , y disminuir a medida que f'_c aumenta (Ibrahim & MacGregor, 1997).

(b) Fisuración de los puntales

Típicamente, los puntales desarrollan fisuras axiales, diagonales o transversales. En los siguientes párrafos se explican la consiguiente reducción de la resistencia a la compresión de los puntales.

(i) Puntales en forma de botella

Con frecuencia los puntales son más anchos en su parte central que en sus extremos, esto se debe a que el ancho de concreto hacia el cual se pueden expandir los esfuerzos es mayor en la parte central que en los extremos del puntal. La divergencia de las fuerzas (a lo largo de la longitud del puntal) tiende a provocar fisuración longitudinal cerca de los extremos del puntal, tal como se muestra en la Figura 4.28. En ausencia de refuerzo que confine esta fisuración, las grietas podrían debilitar el puntal. En (Schlaich, et al., 1987) se analizó este tipo de fisuración, anticipando que ocurrirá cuando el esfuerzo de compresión en

el extremo del puntal superior aproximadamente $0.55f'_c$. En (Schlaich, et al., 1987) y (Breen, et al., 1994) se sugiere que los puntales divergentes de la Figura 4.28, tengan una pendiente de 1:2.

(ii) Puntales fisurados

El puntal puede estar atravesado por grietas que tienden a debilitarlo (Schlaich, et al., 1987).

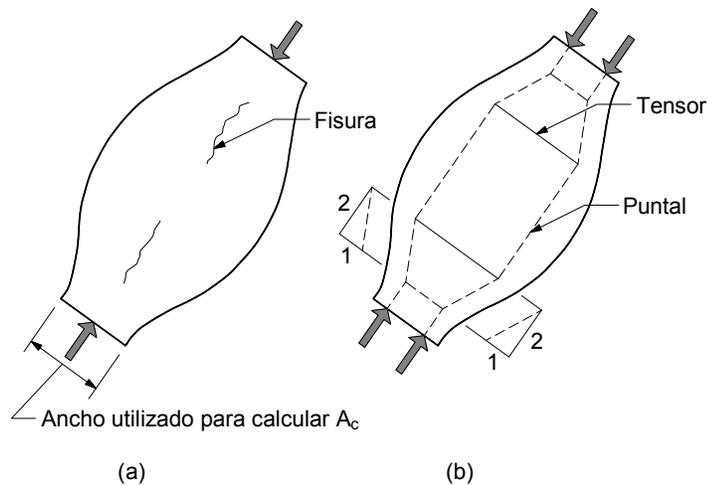


Figura 4.28 Puntal en forma de botella: (a) fisuración de un puntal en forma de botella, y (b) modelo puntal-tensor de un puntal en forma de botella (COMITÉ ACI 318, 2008).

(iii) Deformaciones transversales por tensión

Las deformaciones por tensión perpendiculares al eje de un puntal agrietado, conectado a un tensor, pueden reducir la resistencia a compresión del puntal (Vecchio & Collins, 1982).

(c) Confinamiento del concreto adyacente a los puntales

En las estructuras de concreto tridimensionales, tales como cabezales de pilotes, la resistencia a compresión de un puntal puede aumentar debido al confinamiento provocado por el gran volumen de concreto que rodea al puntal. (Adebar & Zhou, 1993) propusieron ecuaciones para la resistencia efectiva a compresión a utilizar en el diseño de cabezales de pilotes.

4.7.2.1.2 Selección de f_{ce} para puntales, según el Apéndice A del Código ACI 318-08.

Los valores de f_{ce} presentados en el Apéndice A del Código ACI 2008 fueron seleccionados de manera de satisfacer cuatro criterios:

- (a) Sencillez de aplicación.
- (b) Compatibilidad con ensayos de regiones D, tales como vigas de gran peralte, extremos entallados o ménsulas.
- (c) Compatibilidad con otras secciones del ACI 318.
- (d) Compatibilidad con otros códigos o recomendaciones de diseño.

Para una aplicación dada, estos cuatro criterios conducen a diferentes valores de f_{ce} , seleccionar los valores de f_{ce} es necesario aplicar el criterio profesional. Los títulos numerados A.3.2.1 al A.3.2.4, describen el valor de β_s para los diferentes tipos de puntales, tomados directamente del Apéndice A del ACI 318.

A.3.2.1 – Para un puntal de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud..... $\beta_s = 1.0$

El valor de β_s se aplica a un puntal equivalente al bloque rectangular de esfuerzos (correspondiente a flexión) en la zona comprimida en una viga o columna. También se considera la evidencia que β_s se aproxima al valor de 1.0 en ensayos.

A.3.2.2 – Para los puntales ubicados de tal manera que el ancho de la sección media del puntal es mayor que el ancho en los nodos (puntales en forma de botella):

(a) Con refuerzo que cumpla con A.3.3..... $\beta_s = 0.75$

(b) Sin refuerzo que cumpla con A.3.3..... $\beta_s = 0.60\lambda$

Donde λ está definido en 3.6.3.2.

El valor de β_s en A.3.2.2 (b) incluye el factor de corrección, λ , para concreto liviano, porque se supone que la resistencia de un puntal sin refuerzo transversal está limitada a una carga menor, por el desarrollo de fisuración longitudinal cerca de los extremos del puntal (ver Figura 4.28a).

A.3.2.3 – Para los puntales en elementos sometidos a tracción, o alas en tracción de los elementos..... $\beta_s = 0.40$

El valor de β_s en A.3.2.3 se aplica, por ejemplo, a puntales de compresión en un modelo puntal-tensor usado para diseñar el refuerzo longitudinal y transversal de las alas en tracción de las vigas, vigas cajón y muros. Un valor bajo de β_s refleja que esos puntales necesitan transferir la compresión a través de fisuras en una zona de tracción.

A.3.2.4 – Para todos los demás casos..... $\beta_s = 0.60\lambda$

El valor de β_s en A.3.2.4 se usa en aplicaciones de puntales que no se encuentran incluidos en los casos anteriores. Ejemplo de esto son los puntales en un campo de compresión en el alma de una viga donde es posible que las fisuras diagonales paralelas dividan el alma en puntales inclinados, y que los puntales estén cruzados por fisuras en un ángulo con respecto a los puntales, tal como se muestra en la Figura 4.29.

A.3.3 – Si se emplea el valor de β_s especificado en A.3.2.2 (a), el eje del puntal debe ser cruzado por el refuerzo diseñado para resistir la fuerza de tracción transversal resultante de la expansión de la fuerza de compresión en el puntal. También se permite el uso de modelos locales de puntal-tensor para calcular la cantidad de refuerzo transversal necesario en un puntal dado.

En la Tabla 4.3 se resumen los valores de β_s para puntales en modelos puntal-tensor, según el ACI 318-08.

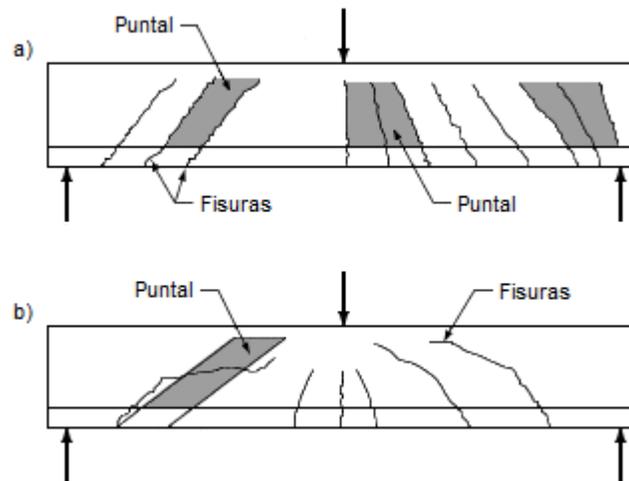


Figura 4.29 Tipo de Puntales: (a) puntales en el alma de una viga con fisuras inclinadas paralelas a los puntales, y (b) puntales atravesados por fisuras oblicuas (COMITÉ ACI 318, 2008).

Tabla 4.3 Valores de β_s para puntales en modelos puntal-tensor, $\Phi_{f_{ce}} = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$.

Casos	β_s para $\Phi_{STM} = 0.75$ y $\alpha_1 = 0.85$
	Valor
A.3.2.1 – Puntal Prismático	1.0
A.3.2.2 – Puntales en forma de botella: (a) Con refuerzo que cumpla con A.3.3 (b) Sin refuerzo que cumpla con A.3.3	0.75 0.60λ
A.3.2.3 – Puntales en elementos sometidos a tracción, o alas en tracción de los elementos.	0.4
A.3.2.4 – Para todos los demás casos.	0.60λ

4.7.3 Resistencia de los Tensores

El tensor es el segundo componente principal de un modelo puntal-tensor. Un tensor representa una o varias capas de refuerzo en la misma dirección. El

acero de refuerzo es colocado en la posición del tensor, y debe ser distribuido de tal manera que su centroide coincida con el eje del tensor.

La resistencia nominal de un tensor, F_{nt} , es la suma de la resistencia del acero de refuerzo y del acero presforzado dentro del tensor.

$$F_{nt} = A_{ts} f_y + A_{tp} (f_{se} + \Delta f_p) \quad (4-10)$$

Donde:

A_{ts} = Área del acero de refuerzo.

f_y = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.

A_{tp} = Área del acero presforzado (si existe).

f_{se} = Esfuerzo efectivo en el acero presforzado.

Δf_p = Incremento en el esfuerzo del acero presforzado debido a cargas factoradas.

La suma $(f_{se} + \Delta f_p)$ no debe exceder f_{py} (Esfuerzo de fluencia del acero preesforzado), y A_{tp} es igual a cero para elementos no presforzados. La sección A.4.1 del ACI 2008, permite tomar Δf_p igual a 420 MPa para el refuerzo presforzado adherido, o 70 MPa para el refuerzo presforzado no adherido.

En el diseño de un modelo puntal-tensor, los tensores constan del refuerzo y de un prisma de concreto concéntrico con el refuerzo longitudinal que compone al tensor. El ancho del prisma de concreto adyacente al tensor es referido como el *ancho efectivo* del tensor, w_t . El comentario de la sección R.A.4.2 del ACI establece los límites de w_t , dependiendo de la distribución del refuerzo del tensor:

- (a) Si las barras en el tensor se encuentran en una sola capa, el ancho efectivo del tensor puede ser tomado como el diámetro de las barras en el tensor más dos veces el recubrimiento con respecto a la superficie de las barras, como se aprecia en la Figura 3.14a.

- (b) Un límite superior práctico del ancho del tensor puede tomarse como el ancho correspondiente a una zona nodal hidrostática, calculado como:

$$W_{t\text{máx}} = \frac{F_{nt}}{f_{ce} b_s} \quad (4-11)$$

Donde: f_{ce} es la resistencia efectiva a compresión en la zona nodal dada en (4-13), y b_s es el espesor del puntal. Si el ancho del tensor excede el valor de (a), el refuerzo del tensor debe distribuirse aproximadamente uniforme sobre el ancho y altura del tensor, como se ve en la Figura 3.14b.

El concreto es incluido en el tensor para establecer los anchos de las caras de las zonas nodales que actúan sobre los tensores. El concreto en un tensor no resiste carga alguna. Ayuda a la transferencia de cargas de los puntales a tensores o para áreas de apoyo a través de la unión con el refuerzo. El concreto adyacente al tensor de acero aumenta la rigidez axial del tensor. En las verificaciones de serviciabilidad, la deformación reducida en el tensor (debida a este concreto) puede reducir el alargamiento del tensor, produciendo menor deflexión en el miembro.

Los tensores pueden fallar debido a un anclaje inadecuado. El anclaje de los tensores en las zonas nodales es una parte crítica del diseño de una región D al usar un modelo puntal-tensor.

4.7.3.1 Requisitos de anclaje de los Tensores

Las Secciones A.4.3.2 y A.4.3.3 del ACI requieren que el anclaje de la fuerza del tensor se logre completamente antes que el centroide geométrico de las barras de un tensor abandone la zona nodal extendida. Este anclaje debe hacerse mediante dispositivos mecánicos, dispositivos de anclaje postensados, ganchos estándar o mediante el desarrollo de barras rectas (Sección A.4.3).

La Sección A.4.3 del ACI 2008 establece otros requisitos para el anclaje de tensores, presentados a continuación:

- A.4.3.1** – Las zonas nodales deben desarrollar la diferencia entre la fuerza en el tensor en un lado del nodo y la fuerza en el tensor en el otro lado del nodo.
- A.4.3.2** – En las zonas nodales que anclan un solo tensor, la fuerza en el tensor debe desarrollarse en el punto donde el centroide del refuerzo del tensor sale de la zona nodal extendida y entra en la luz del elemento.
- A.4.3.3** – En las zonas nodales que anclan dos o más tensores, la fuerza del tensor en cada dirección debe desarrollarse en el punto donde el centroide del refuerzo del tensor sale de la zona nodal extendida.
- A.4.3.4** – El refuerzo transversal requerido por A.3.3 debe anclarse adecuadamente.

El anclaje de los tensores requiere una atención especial en las zonas de nodos de ménsulas o en las zonas nodales adyacentes a los apoyos exteriores de las vigas de gran altura. El refuerzo en un tensor debe anclarse antes de que salga de la zona nodal extendida en el punto definido por la intersección del centroide de las barras en el tensor y las extensiones ya sea del contorno del puntal o del área de apoyo. Esta longitud es l_{anc} . Si se observa la Figura 3.14, esto ocurre donde el contorno de la zona nodal extendida es atravesado por el centroide del refuerzo del tensor. Parte del anclaje puede lograrse extendiendo el refuerzo a través de la zona nodal, y desarrollándola más allá de la zona nodal, como lo muestra la Figura 4.30. Si el tensor es anclado usando ganchos de 90 grados, los ganchos deben estar confinados dentro del refuerzo que se extiende en la viga desde el elemento de apoyo para evitar el agrietamiento a lo largo de la parte externa de los ganchos en la región de apoyo.

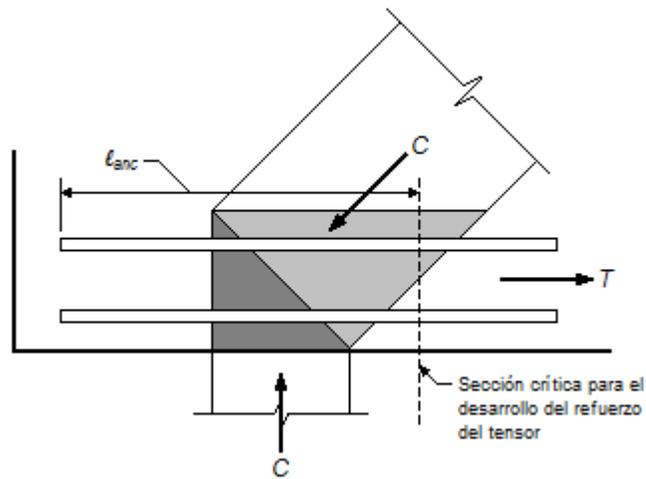


Figura 4.30 Fuerza de tracción anclada por adherencia (COMITÉ ACI 318, 2008).

En vigas de gran peralte, barras en forma de horquilla empalmadas con el refuerzo del tensor pueden ser empleadas para anclar las fuerzas de tracción en el tensor en los soportes externos, siempre que el ancho de la viga sea lo suficientemente grande para acomodar dichas barras. La Figura 4.31 muestra dos tensores anclados a una zona nodal. Se requiere desarrollarlos a partir de donde el centroide del tensor atraviesa el contorno de la zona nodal extendida.

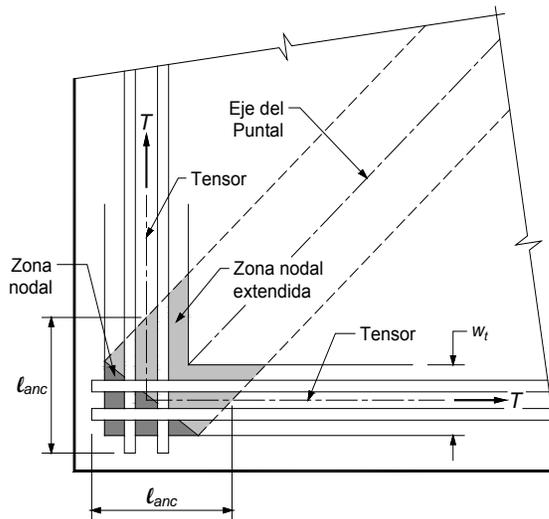


Figura 4.31 Zona nodal extendida de anclaje de dos barras (COMITÉ ACI 318, 2008).

La longitud de desarrollo del refuerzo del tensor puede ser reducido a través de ganchos, dispositivos mecánicos, confinamiento adicional o empalmándola con varias capas de barras más pequeñas.

4.7.4 Resistencia de las Zonas Nodales

Se asume que las zonas nodales fallan por aplastamiento. Si un tensor es anclado en una zona nodal, hay una incompatibilidad entre las deformaciones de tensión en las barras y la deformación de compresión en el concreto del nodo. Esto tiende a debilitar la zona nodal. El esfuerzo que se aplica a cada cara de un nodo se debe mantener menor que su capacidad.

La sección A.5.1 del código ACI limita la resistencia nominal a compresión de una zona nodal, F_{nn} , como:

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} \quad (4-12)$$

Donde: f_{ce} es la resistencia efectiva a compresión del concreto en una zona nodal, y A_{nz} es la menor de (a) y (b):

- (a) el área de la cara de una zona nodal en donde actúa F_u , tomada en forma perpendicular a la línea de acción de F_u .
- (b) el área de una sección a través de la zona nodal, tomada en forma perpendicular a la línea de acción de la fuerza resultante en la sección.

Suponiendo que los esfuerzos principales en los puntales y tensores actúan paralelamente a sus ejes, los esfuerzos en las caras perpendiculares a esos ejes constituyen los esfuerzos principales, y se usa el inciso (a). El inciso (b) ocurre cuando varios puntales actúan en la misma cara de una zona nodal, y son reemplazados por una fuerza resultante, tal como se muestra en la Figura 4.32. En algunos casos, el inciso (b) exige que los esfuerzos sean revisados en una sección a través de una zona nodal subdividida. Los esfuerzos se verifican en la menor sección que sea perpendicular a la fuerza resultante en la zona nodal.

Si la cara de una zona nodal no se encuentra perpendicular al eje del puntal (Figura 3.14b), se producen tanto fuerzas de cortante como fuerzas normales en la cara de la zona nodal. Típicamente, estos esfuerzos se reemplazan por el esfuerzo normal (compresión principal) que actúa en el área transversal A_{cs} del puntal, tomada perpendicularmente al eje del puntal, tal como se indica en el inciso (a).

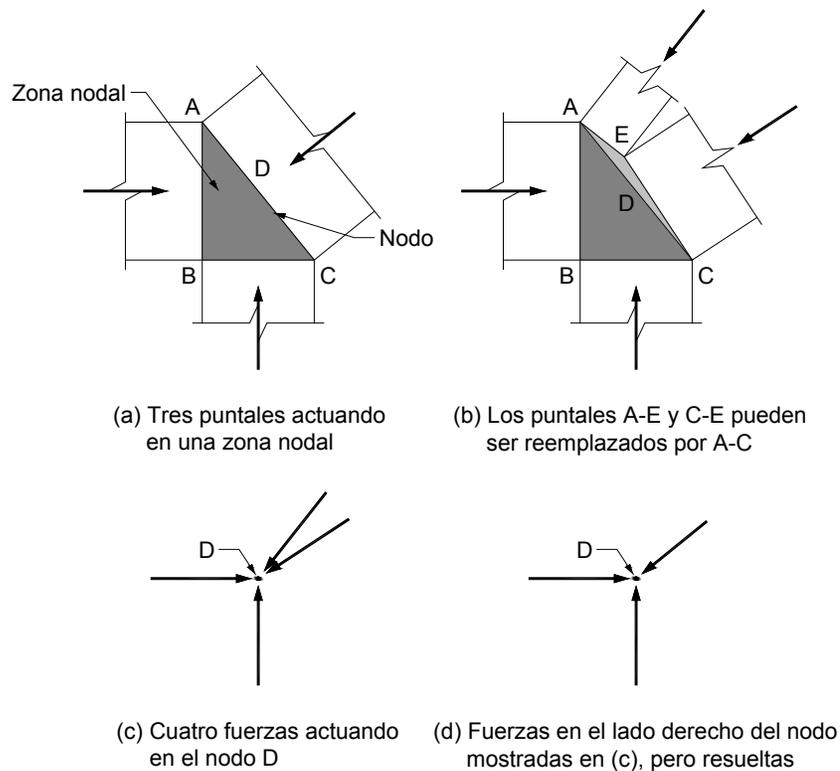


Figura 4.32 Resolución de fuerzas en una zona nodal (COMITÉ ACI 318, 2008).

En un modelo puntal-tensor tridimensional (por ejemplo cabezales de pilotes), el área de cada cara de una zona nodal no debe ser menor al valor de A_{nz} , y la forma de cada cara de las zonas nodales debe ser similar a la forma de la proyección del extremo de los puntales sobre las caras correspondientes de las zonas nodales (Sección A.5.3 del ACI 2008). Esta descripción de la forma y orientación de las caras de las zonas nodales se introduce para simplificar los cálculos de la geometría de un modelo puntal-tensor tridimensional.

4.7.4.1 Selección de la resistencia efectiva a compresión del concreto en zonas nodales, f_{ce} .

El esfuerzo de compresión efectivo, f_{ce} , calculado en una cara de una zona nodal debido a las fuerzas del modelo puntal-tensor, no debe exceder el valor dado por:

$$f_{ce} = 0.85 \beta_n f'_c \quad (4-13)$$

Los títulos numerados A.5.2.1 al A.5.2.3, describen el valor de β_n para zonas nodales, tomados directamente del ACI 318-08.

A.5.2.1 – En zonas nodales limitadas por puntales o áreas de apoyos, o ambas..... **$\beta_n = 1.0$**

A.5.2.2 – En zonas nodales que anclan un tensor..... **$\beta_n = 0.80$**

A.5.2.3 – En zonas nodales que anclan dos o más tensores..... **$\beta_n = 0.60$**

Los valores β_n reflejan el grado de perturbación de las zonas nodales debido a la incompatibilidad de las deformaciones de tracción en los tensores y deformaciones de compresión en los puntales. El esfuerzo en cualquier cara de la zona nodal o en cualquier sección a través de la zona nodal no debe exceder el valor dado por la ecuación (4-13), modificada según A.5.2.1 a A.5.2.3. La sección A.5.2 del ACI permite que la resistencia de una zona nodal pueda ser incrementada al valor dado por la ecuación (4-13), si dentro de la zona nodal se coloca refuerzo de confinamiento.

Por lo general, los nodos CCC tienen mayor capacidad, porque el concreto está sometido a esfuerzos de confinamiento biaxial o triaxial. Los nodos CCT tienen capacidades reducidas, porque los esfuerzos de tensión transversales están presentes, resultando en una reducción de la resistencia efectiva a compresión del concreto. Es posible que los nodos CCT no puedan fallar a compresión si el anclaje de las barras del tensor es suficiente. El esfuerzo que debe ser resistido

por la cara posterior de un nodo CCT puede ser atribuido al anclaje del refuerzo del tensor, al soporte de una placa de anclaje o barra con cabeza, o la indeterminación externa como ocurre en un nodo interior en un apoyo continuo. Este esfuerzo debe ser aplicado como una fuerza distribuida en la cara posterior del nodo CCT, tal como se indica en la Figura 4.33. El valor de β_n especificado para un nodo CTT es menor que el de un nodo CCT, debido a la presencia de esfuerzos de tensión adicionales. Típicamente, la cara posterior y cara exterior de un nodo CTT no son críticas, si las barras y anclaje provistos son adecuados.

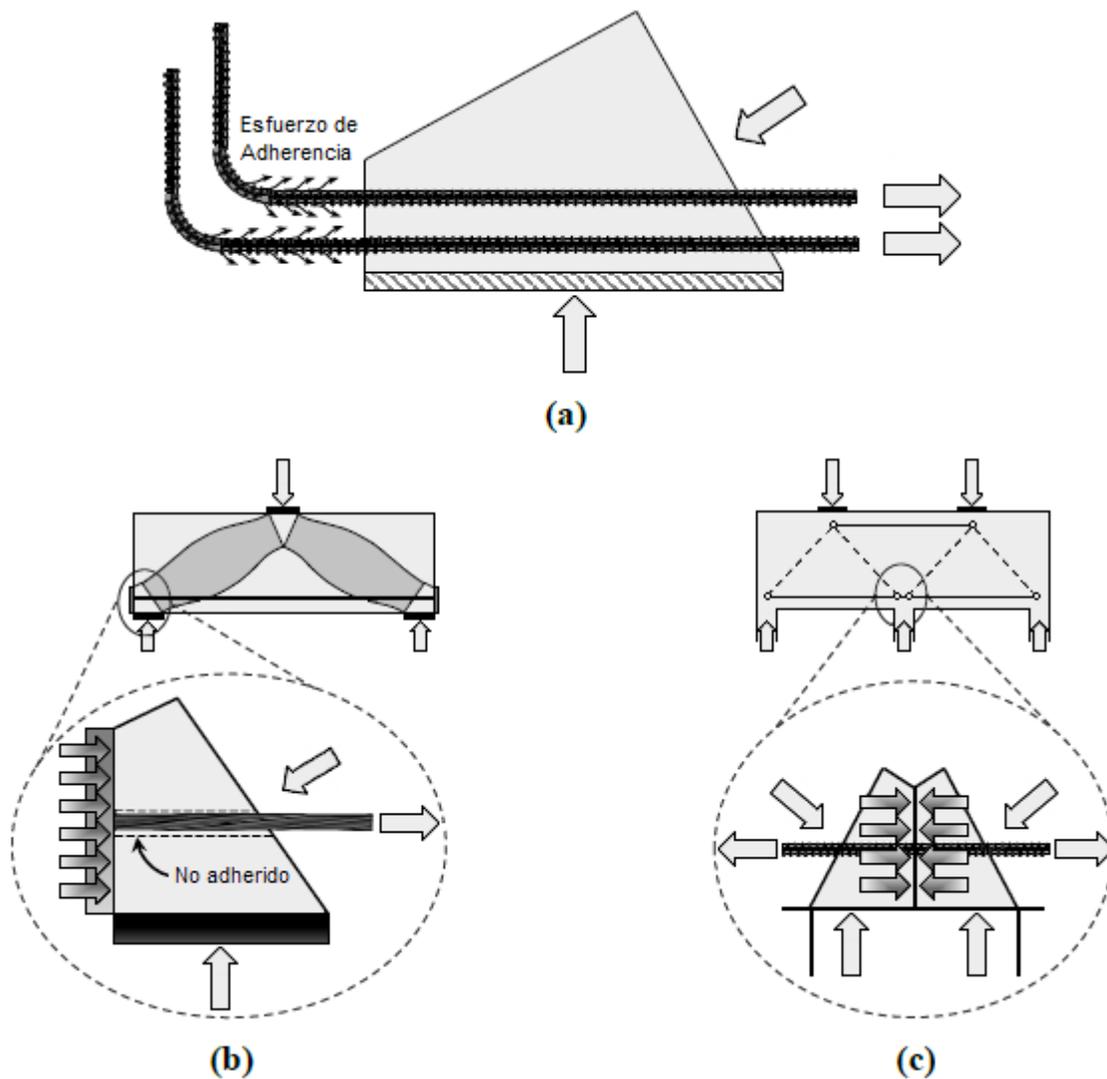


Figura 4.33 Condición de esfuerzo en la cara posterior de un nodo CCT: (a) esfuerzo de adherencia, (b) soporte de una placa de anclaje, (c) nodo interior en un apoyo continuo (Garrett Tuchscherer, 2008).

En la Tabla 4.4 se resumen los valores de β_n para zonas nodales en modelos puntal-tensor, según el ACI 318-08.

Tabla 4.4 Valores de β_n para zonas nodales en modelos puntal-tensor, $\Phi f_{ce} = \Phi_{STM} \alpha_1 \beta_n f'_c$.

Casos	β_n para $\Phi_{STM} = 0.75$ y $\alpha_1 = 0.85$
	Valor
A.5.2.1 – Nodos C-C-C	1.0
A.5.2.2 – Nodos C-C-T	0.80
A.5.2.3 – Nodos C-T-T o T-T-T	0.60

4.7.5 Requisitos de Refuerzo Mínimo

4.7.5.1 Refuerzo transversal mínimo requerido en puntales forma de botella.

Como ya se ha dicho, la Sección A.3.2.2(a) permite usar $\beta_s = 0.75$ para el cálculo de la resistencia efectiva a compresión de puntales forma de botella con refuerzo que satisface la Sección A.3.3 del ACI. Si no se provee este refuerzo el valor de β_s se reduce a 0.60λ . Se requiere refuerzo transversal al eje del puntal dimensionado para resistir la fuerza de tracción que se pierde cuando el puntal se fisura debido a la expansión de las fuerzas del puntal. Esta sección permite que el diseñador calcule el refuerzo necesario ya sea mediante el uso de modelos locales de puntal-tensor en un puntal dado, como se ilustra en la Figura 4.28b, o bien, para miembros con una resistencia del concreto (f'_c) menor o igual a 40 MPa (6000 PSI); la Sección A.3.3.1 del ACI permite aproximar los resultados del modelo puntal-tensor usando la ecuación empírica (4-15). Esta ecuación se derivó asumiendo que el esfuerzo normal, σ_i , que actúa

perpendicular al puntal y que es causado por las barras en la capa i del refuerzo, toma el valor de:

$$\sigma_i = \frac{A_{s_i} f_{s_i}}{b_s s_i} \text{sen} \alpha_i \quad (4-14)$$

Donde el subíndice i toma los valores 1 y 2 para las barras verticales y horizontales, respectivamente, como se muestra en la Figura 4.34. El término A_{s_i} es el área de las barras en una dirección y α_i es el ángulo entre el eje del puntal y la componente de la fuerza en la barra en cuestión.

En lugar de utilizar un modelo local de puntal-tensor para calcular la cantidad necesaria de refuerzo para limitar la fisuración, la Sección A.3.3.1 del ACI permite que el refuerzo para el control de grietas se determine con la siguiente expresión:

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \text{sen} \alpha_i \geq 0.003 \quad (4-15)$$

Donde:

A_{s_i} = Área total del refuerzo de superficie con un espaciamiento s_i en la capa i de refuerzo con barras a un ángulo α_i con respecto al eje del puntal.

b_s = Espesor del puntal.

s_i = Distancia centro a centro del refuerzo de la capa i adyacente a la superficie del miembro.

α_i = Ángulo entre el eje del puntal y las barras en la capa i de refuerzo.

La ecuación (4-15) está escrita en términos de una cuantía de refuerzo en lugar de un esfuerzo, para simplificar los cálculos. Como se indicó, esta ecuación es aceptable para resistencias de concreto que no excedan 40 MPa. Para resistencias mayores, el comité del código ACI considera que la expansión de la fuerza del puntal se debe calcular. En la Figura 4.34, una deformación de tracción en la barra 1, ϵ_{s1} , resulta en una deformación (de tracción) de $\epsilon_{s1} \text{sen} \alpha_1$,

perpendicular al eje del puntal. De manera similar, para la barra 2, la deformación perpendicular al eje del puntal es $\varepsilon_{s2} \text{sen} \alpha_2$, donde $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$.

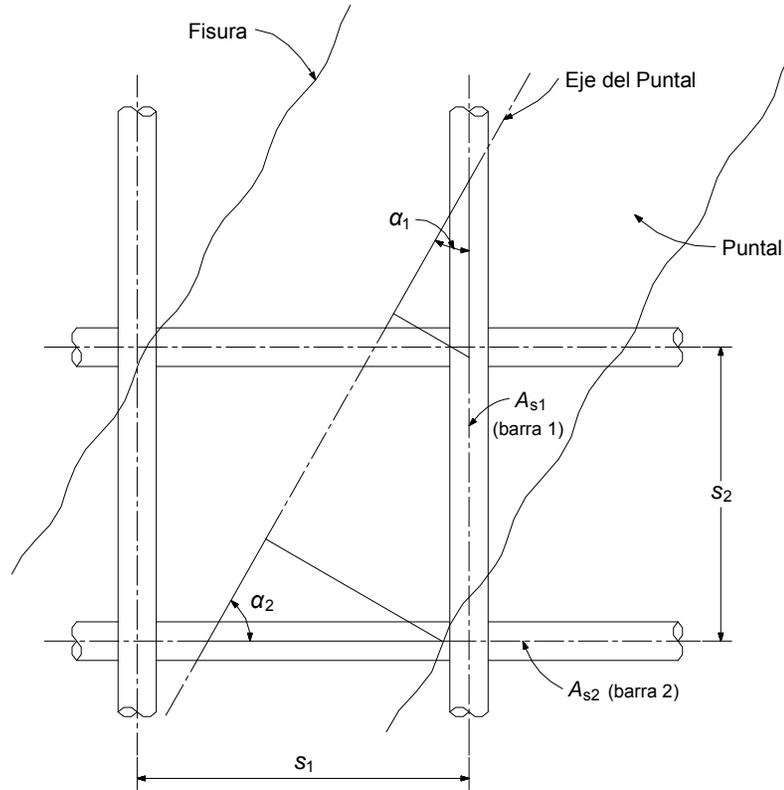


Figura 4.34 Refuerzo que atraviesa un puntal destinado al control de grietas (MacGregor & Wight, 2011).

La sección A.3.3.2 del ACI establece que el refuerzo de la Figura 4.34 debe colocarse en una de las siguientes formas: en dos direcciones ortogonales en ángulos α_1 y α_2 con respecto al eje del puntal, o en una dirección en un ángulo α con respecto al eje del puntal. Si el refuerzo se coloca en una sola dirección, α no debe ser menor de 40° . Las disposiciones del ACI 318-08 no especifican un espaciamiento máximo para el refuerzo transversal en puntales.

Con frecuencia, el refuerzo para el control de grietas es difícil de colocar en estructuras tridimensionales como en los cabezales de pilotes. Si no se proporciona este refuerzo, se usa un menor valor de f_{ce} , dado en A.3.2.2(b),

porque se asume que los puntales fallan inmediatamente después que el agrietamiento longitudinal ocurre.

En ménsulas cortas con relaciones luz de corte/altura menores a uno, el refuerzo de confinamiento necesario para satisfacer A.3.3, generalmente se coloca en forma de estribos horizontales atravesando el puntal inclinado en compresión, como se muestra en la figura Figura 4.35.

La sección A.3.4 permite usar una resistencia efectiva a compresión incrementada del puntal debido al refuerzo de confinamiento, si se encuentra documentado mediante ensayos y análisis. En el diseño de zonas de anclaje de los tendones para el concreto presforzado, a veces se usa el confinamiento para mejorar la resistencia a compresión de los puntales en la zona local.

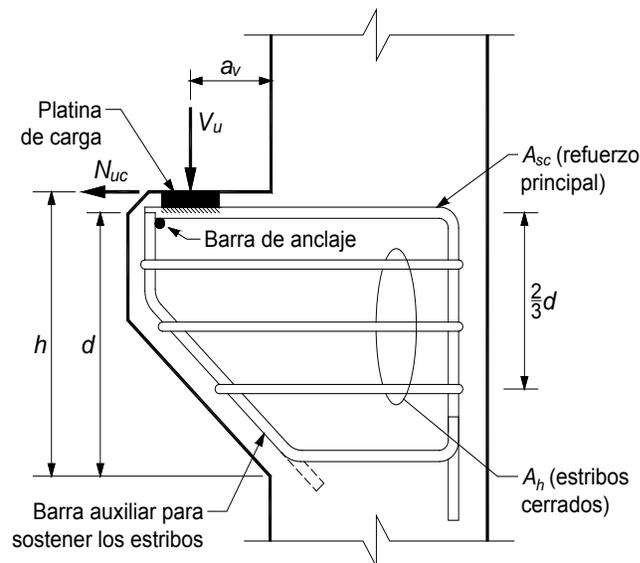


Figura 4.35 Disposición de estribos horizontales en ménsulas cortas (COMITÉ ACI 318, 2008).

4.7.5.2 Refuerzo mínimo de corte en vigas de gran peralte.

Para vigas con claros libres que no excedan cuatro veces la altura total del elemento, o regiones de la viga con cargas concentradas dentro del doble de la altura del elemento desde el apoyo y que estén cargados en una de sus caras y apoyada en su cara opuesta, son clasificadas como vigas de gran peralte según

la Sección 11.7.1 del código ACI. Las vigas de gran peralte deben ser diseñadas usando un análisis no lineal o bien, aplicando el modelo puntal-tensor (Sección 11.7.2 ACI 318). Mientras que las soluciones basadas en distribuciones no lineales de deformación se encuentran disponibles para algunos casos, el enfoque del modelo puntal-tensor permite una solución de diseño racional.

La Sección 11.7.3 del ACI especifica que el cortante nominal en una viga de gran peralte no debe exceder $0.83\sqrt{f'_c} b_w d$ (MPa), donde b_w es el ancho del alma y d es la profundidad efectiva. Para un modelo puntal-tensor, b_w es igual al espesor del elemento. Las secciones 11.7.4 y 11.7.5 del ACI proporcionan los requisitos de acero mínimo para refuerzo horizontal y vertical dentro de una viga peraltada. El área de refuerzo mínimo para cortante perpendicular al refuerzo de tracción por flexión, A_v , no debe ser menor de:

$$A_v \geq 0.0025 b_w s \quad (4-16)$$

Donde: s es el espaciamiento del refuerzo, y no debe exceder el menor de $d/5$ o 300 mm.

El área de refuerzo mínimo para cortante paralelo al refuerzo de tracción por flexión, A_{vh} , no debe ser menor de:

$$A_{vh} \geq 0.0015 b_w s_2 \quad (4-17)$$

Donde: s_2 es el espaciamiento del refuerzo perpendicular al refuerzo longitudinal. De manera similar, el término s_2 no debe exceder el menor de $d/5$ o 300 mm. Las cantidades relativas de refuerzo para cortante horizontal y vertical son diferentes a la de los reglamentos de 1999 y anteriores, porque se ha demostrado que el refuerzo vertical para cortante es más efectivo que el refuerzo horizontal para cortante. El espaciamiento máximo de las barras es de 300 mm, porque este acero está dispuesto para restringir el ancho de las fisuras. La capacidad adicional provista por el refuerzo vertical no está implícitamente incluida en el cálculo de resistencia usando las ecuaciones (4-2) y (4-3). Se toma en cuenta mediante el aumento de β_s .

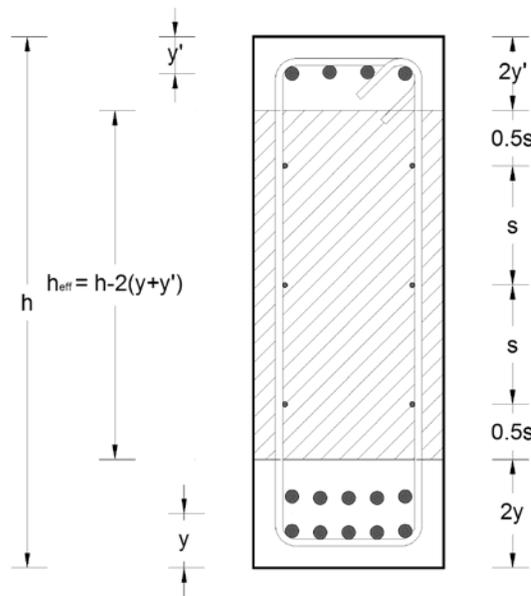


Figura 4.36 Altura efectiva (h_{eff}) para distribución del acero horizontal. Adaptado de (Garrett Tuchscherer, 2008).

En la Figura 4.36 se muestra una recomendación para la altura efectiva en la que se debe distribuir el refuerzo horizontal (Garrett Tuchscherer, 2008). La sección 11.7.6 del ACI 318 permite diseñar el refuerzo de las vigas de gran peralte utilizando la ecuación (4-15) en lugar del refuerzo horizontal y vertical mínimo especificado en (4-16) y (4-17), sin embargo se recomienda cumplir con ambos requerimientos.

4.8 Consideraciones de Serviciabilidad

Un miembro diseñado utilizando un MPT debe tener suficiente capacidad de deformación para redistribuir los esfuerzos en el modelo reticulado asumido. Proporcionar una cantidad constante de refuerzo transversal es un método eficiente para lograr la capacidad de deformación. En general, una cantidad mínima de refuerzo transversal se requiere para cumplir con el estado límite de resistencia y de servicio. Para el estado límite de resistencia, la cantidad de refuerzo transversal mantiene la integridad del miembro después que la fisuración ocurra. En la condición de servicio, ayuda al control de grietas y a

limitar el ancho de las mismas. En el apartado 4.6.1, se estableció que el agrietamiento puede ser minimizado si los ejes de los puntales y los tensores en un MPT coinciden con las direcciones de los esfuerzos principales en una región D. Esto se debe a que la estructura se agrietará debido a estos esfuerzos elásticos, y si la estructura es reforzada acorde a estos esfuerzos, el agrietamiento puede ser reducido.

En (Schlaich, et al., 1987) se recomienda que la energía de deformación dentro de un MPT sea minimizada a fin de que el modelo de la armadura sea eficiente a modo posible. Sin embargo, según (Brown, et al., 2006), la disminución de la energía de deformación no es necesariamente coherente con la disminución del agrietamiento. A fin de minimizar el agrietamiento, en (Brown, et al., 2006), se propone que el refuerzo deberá ser colocado de manera que este pueda resistir los esfuerzos de tensión. Con la incorporación del acero de refuerzo, para resistir esfuerzos de tensión, la energía de de formación del modelo probablemente aumentará, pero el ancho de las grietas se reducirá. Otro aspecto importante a tomar en cuenta, según (Brown, et al., 2006), es que la disminución de la energía de de formación y la orientación de los puntales y tensores con los esfuerzos elásticos puede estar en conflicto. Sin embargo, los autores antes mencionados no aclaran ni brindan recomendaciones al respecto.

En (MacGregor, 2002) se propone que las deflexiones de las vigas de gran altura, o de elementos similares, pueden ser estimadas usando un análisis elástico para el MPT. La rigidez axial de los tensores se puede modelar como regiones agrietadas con rigideces axiales iguales a $A_s E_s / I_{cr}$ y regiones no agrietadas con rigideces axiales iguales a $A_c E_c / I_{un-cr}$, donde l_{cr} y l_{un-cr} son las porciones de longitud del tensor que se pueden asumir con una rigidez de sección agrietada y no agrietada, respectivamente. Esto permite modelar el alargamiento del tensor de una manera más sencilla. Estudios más profundos se necesitan en esta área.

CAPÍTULO V

EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MODELO PUNTAL-TENSOR

5.1 Introducción

Una serie de seis ejemplos de aplicación son presentados para ilustrar el uso del método en el diseño de regiones discontinuas (Regiones D) en estructuras de concreto. Aunque algunos de los ejemplos que se presentan pueden ser considerados como muy importantes, éstos no pretenden ser extraordinarios. Han sido seleccionados porque usualmente son diseñados de acuerdo a ciertas reglas tradicionales que tienen una base empírica y se aplican sin una justificación evidente. Además, estas reglas son de uso limitado y no representan adecuadamente el comportamiento mecánico del miembro estructural.

El enfoque principal de este capítulo es aplicar aspectos particulares de diseño que ayuden a comprender la creación de los modelos y la revisión de los elementos del MPT (puntales, tensores y nodos). Las disposiciones propuestas en el Apéndice A del ACI 318 son utilizadas en los cálculos de diseño. Algunas recomendaciones del (FIP, 1999) son empleadas para el desarrollo del MPT de varios ejemplos. También se hace uso del programa CAST (Tjhin, 2002) para analizar y diseñar los MPT de los dos últimos ejemplos prácticos.

5.2 Ejemplo 1: Viga de Gran Peralte

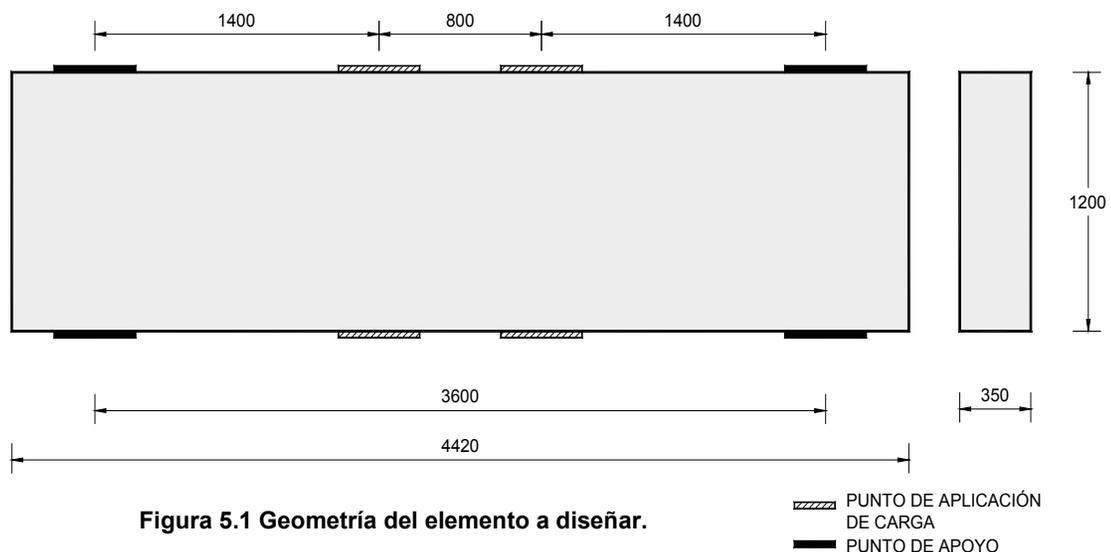
5.2.1 Introducción

La viga del ejemplo 1 representa uno de los especímenes ensayados por (Uribe & Alcocer, 2001), el cual fue solicitado ante cargas cíclicas, recreando una acción sísmica, con el objetivo de indagar la validez de modelos puntal-tensor en el diseño elementos de concreto reforzado ante este tipo de cargas.

En (Uribe & Alcocer, 2001), se propone que el diseño ante este tipo de cargas se realice para la acción más desfavorable, esto es, creando un MPT único, pero tomando en cuenta los posibles estados tensionales y el agrietamiento. Sin embargo en este ejemplo se plantea un MPT para cada estado de carga, verificando completamente el elemento.

5.2.2 Planteamiento del Problema

Diseñar la viga de concreto reforzada que se muestra en la Figura 5.1. El concreto reforzado utilizado posee las siguientes propiedades mecánicas $f'_c = 27.6$ MPa y $f_y = 414$ MPa. La dimensión de las placas de apoyo y aplicación de carga es 400 mm. Despreciar el peso propio.



Considerar dos condiciones de carga:

Condición I: Cargas puntuales de 952 kN cada una, actuando en la parte superior de la viga, en dirección descendente.

Condición II: Cargas puntuales de 490 kN cada una, actuando en la parte inferior de la viga y en dirección ascendente.

5.2.3 Cálculos

5.2.3.1 Condición de carga I

5.2.3.1.1 Paso 1: Verificación de la capacidad de soporte en los puntos de apoyo y carga.

El área de la placa bajo los puntos de apoyo y carga es:

$$A_c = 350 \text{ mm} \times 400 \text{ mm} = 140 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

Esfuerzo actuante en los puntos de apoyo y carga

$$\frac{V_u}{A_c} = \frac{952 \text{ kN}}{140 \times 10^3 \text{ mm}} = 6.8 \text{ MPa}$$

Según la sección A.5.2.1 del código ACI 318-08, la zona nodal bajo el punto de aplicación de carga es del tipo CCC, esto implica un factor β_n igual a 1.

$$f_{ce} = 0.85 \beta_n f'_c \quad \text{ACI 318 Ec. A-3}$$

$$f_{ce} = 0.85 (1)(27.6 \text{ MPa})$$

$$f_{ce} = 17.6 \text{ MPa}$$

La zona nodal en los puntos de apoyo constituye un nodo del tipo CCT, éste al menos soportará la fuerza de tensión del refuerzo principal por flexión. Del ACI-318 sección A.5.2.2, el factor β_n para este tipo de zona nodal es igual a 0.8.

$$f_{ce} = 0.85 \beta_n f'_c$$

ACI 318 Ec. A-3

$$f_{ce} = 0.85 (0.8)(27.6 \text{ MPa})$$

$$f_{ce} = 14.08 \text{ MPa}$$

Aplicando el factor de resistencia $\Phi = 0.75$, se obtienen las capacidades nominales de $\Phi f_{ce} = 0.75 (17.6) = 13.2 \text{ MPa}$ en los puntos de carga y $\Phi f_{ce} = 0.75 (14.8) = 11.1 \text{ MPa}$ en los apoyos, mayores que los esfuerzos actuantes, por lo que el área de las placas utilizadas es adecuada.

5.2.3.1.2 Paso 2: Establecer el modelo puntal-tensor y determinar las fuerzas requeridas en la armadura.

5.2.3.1.2.1 Selección del Modelo

En las Figura 5.2, Figura 5.3 y Figura 5.4 se muestran posibles modelos puntal-tensor a utilizar en la solución del problema.

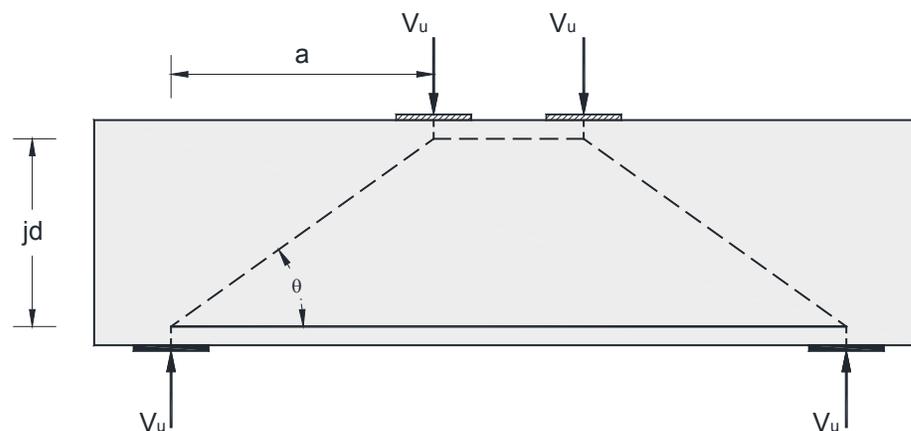


Figura 5.2 Modelo puntal-tensor para una viga de gran peralte, considerando únicamente la acción de arco o puntal.

La Figura 5.2 presenta el modelo más sencillo para este tipo de solicitación. Este modelo transmite la carga actuante directamente al apoyo por medio de un elemento a compresión (puntal forma de botella). El principal inconveniente de este modelo, especialmente ante cargas cíclicas, consiste en que desprecia las

fuerzas transversales de tensión que se generan producto del puntal forma de botella. Si bien, la sección A.3.3 del ACI 318-08 especifica un área mínima de refuerzo transversal para este tipo de puntales, los estribos de la viga ayudan a reducir la degradación del concreto ante sollicitaciones sísmicas (Uribe & Alcocer, 2008), por tanto, deberían tomarse en cuenta al elegir el modelo idóneo.

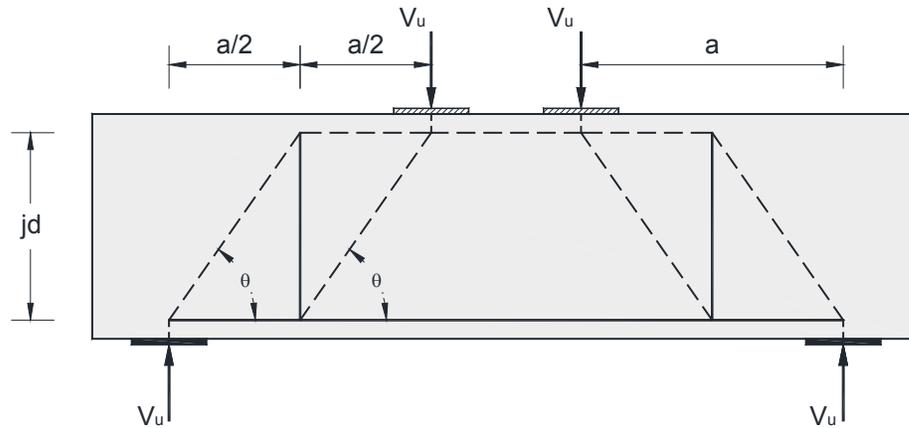


Figura 5.3 Modelo puntal-tensor para una viga de gran peralte, considerando únicamente la acción de armadura.

El modelo de la Figura 5.3 puede ser utilizado para simular el flujo de fuerzas en el elemento, no obstante éste resulta demasiado conservador, por el hecho de considerar que el 100% de la fuerza de corte debe ser resistidas por los estribos (Reineck, 2002).

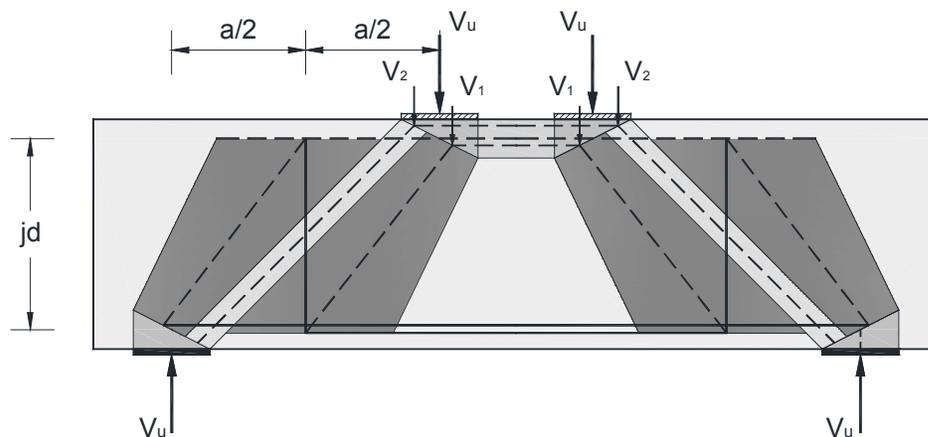


Figura 5.4 Modelo puntal-tensor para una viga de gran peralte, considerando la interacción entre la acción de arco y armadura.

En la Figura 5.4 se presenta un modelo expuesto en las recomendaciones (FIP, 1999). Esta simplificación del flujo de esfuerzo es la más adecuada, debido a que representa los dos mecanismos de corte presentes en el elemento (acción de arco y armadura). Sin embargo, resolver el reticulado generado en este modelo puede ser algo tedioso, ya que se deben resolver dos armaduras, además para la elaboración de éste se debe hacer uso de ciertas relaciones empíricas expuesta en (FIP, 1999), lo que para un principiante en la modelación puntal-tensor lo dificulta aún más. Así, resulta necesario realizar una simplificación a este modelo, empleando los conceptos expuesta en el Apéndice A del ACI, de manera que la solución del reticulado sea más sencillo y acorde con la metodología de solución propuesta en la Figura 4.3.

En la Figura 5.5 se muestra el modelo puntal-tensor simplificado utilizado en este ejemplo, el cual es una simplificación del modelo presentado en la Figura 5.4.

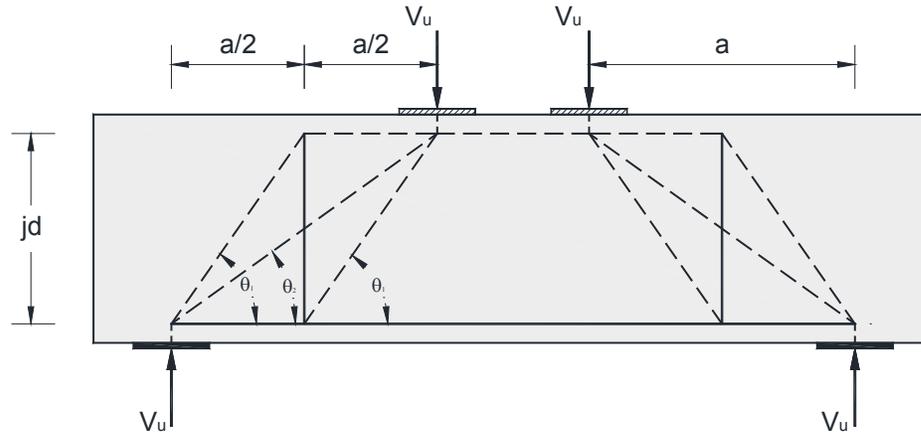


Figura 5.5 Modelo puntal-tensor simplificado, incluyendo acción de arco y armadura.

5.2.3.1.2.2 Determinación de las fuerzas en la armadura

Para determinar las fuerzas en el reticulado propuesto, es necesario ubicar los nodos del MPT. Horizontalmente esto resulta sencillo, pues se ubican en línea de acción de las fuerzas; en cambio verticalmente se necesita un poco más de

análisis, ya que es preciso optimizar la cantidad de acero en el elemento. Esto se logra separando el puntal DD' del tensor CC' (Figura 5.6). En síntesis, se busca maximizar el brazo de palanca jd del par de fuerzas, lo que requiera que se deba minimizar el ancho del puntal DD', w_s , y el ancho para anclar el tensor CC', w_t .

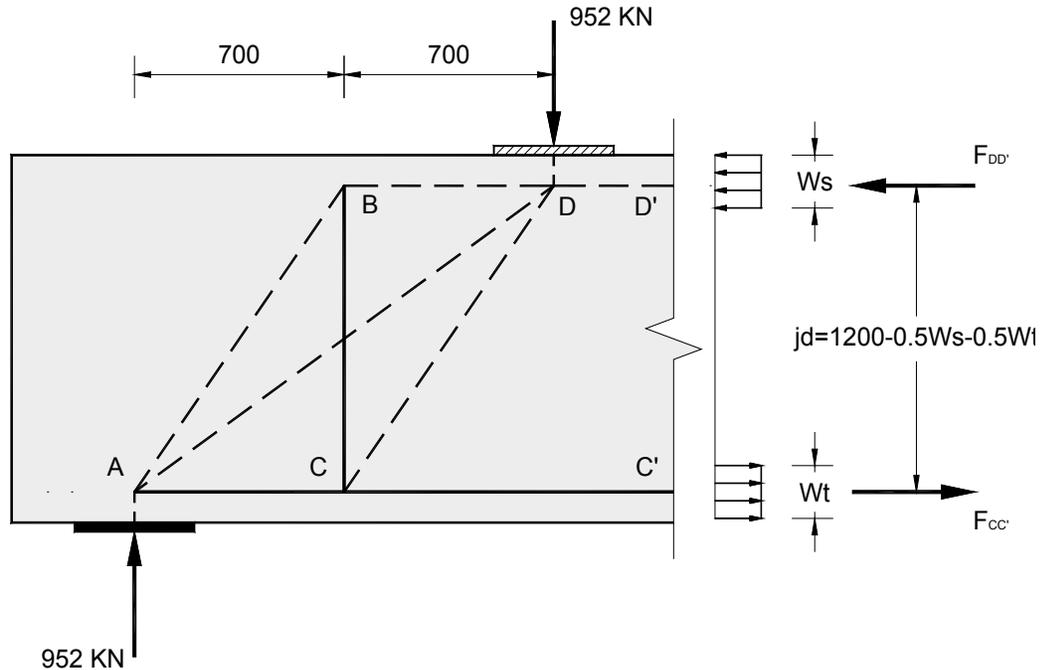


Figura 5.6 Geometría del MPT seleccionado.

Para reducir al mínimo el ancho del puntal DD', éste debe desarrollar su máxima capacidad, la cual es definida por la ecuación A-2 del ACI 318,

$$F_{DD'} = \Phi 0.85 \beta_s f'_c b w_s, \text{ donde } \beta_s = 1 \text{ (Puntal prismático)}$$

$$F_{DD'} = 0.75 \times 0.85 \times 1 \times 27.6 \times 350 w_s$$

$$F_{DD'} = 6158 w_s \tag{5-1}$$

Al igual que el puntal DD', el ancho del tensor CC' deberá ser minimizado. Esto se logra aprovechando al máximo la capacidad de la zona nodal que anclará este tensor.

En el esquema de la zona nodal (Figura 5.7), se observa que la fuerza que anclará la zona nodal C no será la tensión CC' , sino la diferencia entra la tensión CC' y AC , resultando así un nodo del tipo CTT. No obstante, aunque la zona nodal C presente un $\beta_n = 0.60$ (nodo CTT), menor que $\beta_n = 0.80$ (nodo CCT) en la zona nodal A, la tensión que se ancla en el nodo puede ser mayor que la del nodo C, por lo que necesitaría un ancho mayor de tensor. Debido a lo antes expuesto, surge la necesidad de conocer, aproximadamente, cuál de estas dos fuerzas es la mayor y cual zona nodal es la crítica.

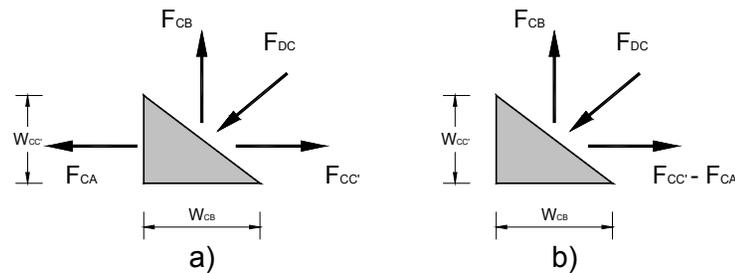


Figura 5.7 Esquema de fuerzas concurrentes en la zona nodal C. a) Diagrama de cuerpo libre, b) Fuerzas resultantes.

Antes de solucionar este problema, se debe conocer el porcentaje de la carga total de corte “V”, que le corresponda a cada mecanismo (acción de arco y armadura).

Las recomendaciones (FIP, 1999) proponen la ecuación (5-2), para obtener la relacion fuerza en el tensor vertical V_1 en relación al cortante total V.

Para relaciones $jd/2 \leq a \leq 2jd$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} \left(\frac{2a}{jd} - 1 \right) \quad (5-2)$$

$$\frac{V_2}{V} = 1 - \frac{V_1}{V} \quad (5-3)$$

Donde:

V = Fuerza cortante total.

V_1 = Fuerza resistida por mecanismo de armadura (tensor BC).

V_2 = Fuerza resistida por mecanismo de arco o puntal (puntal AD).

a = Claro de corte.

jd = Brazo de palanca.

Otra forma de asignar la cantidad de fuerza a los mecanismo resistentes, es dividir la fuerza actuante en partes iguales, 50% a tensor vertical y 50% al puntal principal (Tjhin, 2002). Esto puede ser sustentado en la investigación realizada por (Uribe & Alcocer, 2001), pero solamente para una relación $a/d = 1.17$. Sin embargo, la cantidad de fuerza correspondiente a cada mecanismo es función de la relación a/d , por lo que en (MacGregor, 2002) se recomienda al Subcomité 318E agregar un requisito similar al de las recomendaciones del (FIP, 1999) u otro, al Apéndice A. En este ejemplo se utilizaran las recomendaciones del (FIP, 1999).

Partiendo de las relaciones de fuerzas que corresponden a cada mecanismo resistente, se obtiene una solución generalizada de la armadura propuesta:

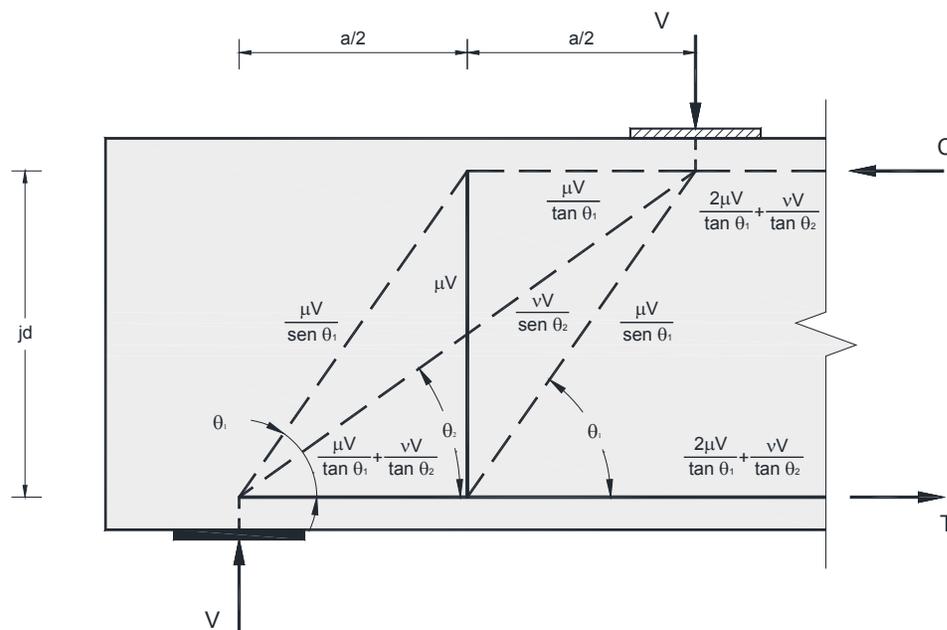


Figura 5.8 Solución generalizada de la armadura del MPT seleccionado.

Donde:

$\mu = V_1/V$, Relación cortante en mecanismo de armadura versus cortante total.

$\nu = V_2/V$, Relación cortante en mecanismo de arco versus cortante total.

Conociendo las fuerzas en los elementos del MPT, se puede graficar el porcentaje de fuerza de tensión a anclar por las zonas nodales A y C, en función de la relación a/jd (Figura 5.9).

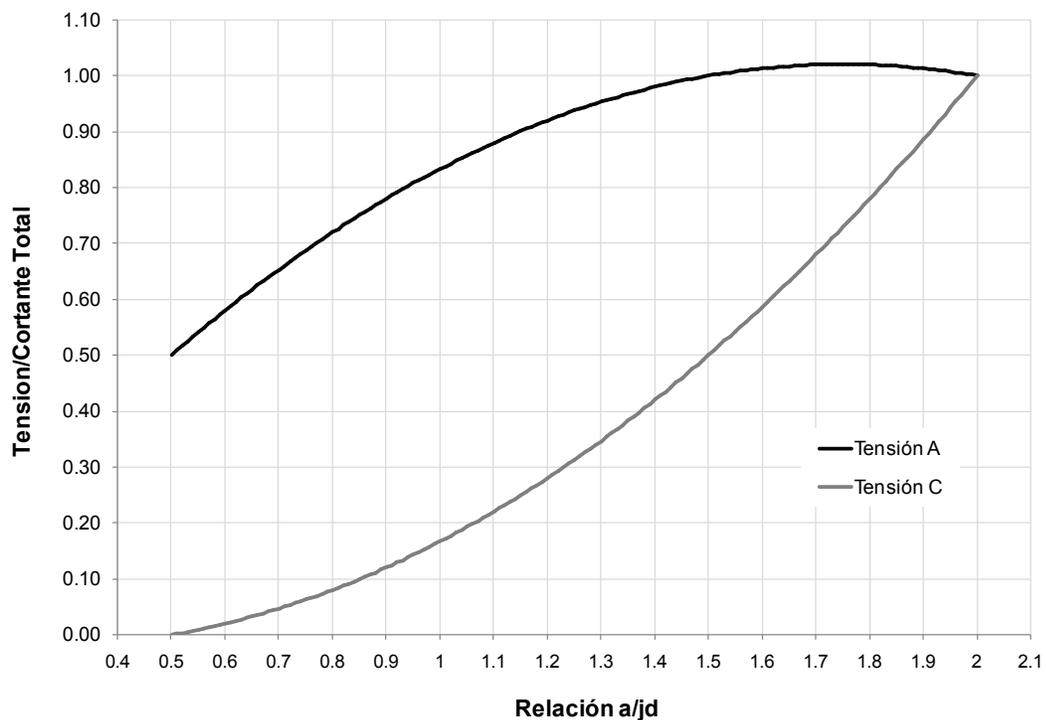


Figura 5.9 Correlación entre las tensiones a anclar y a/jd en el MPT utilizado.

Una vez obtenidas las tensiones a anclar resulta necesario calcular la resistencia de las zonas nodales A y C. De la ecuación de resistencia de la zona nodal A, donde $\beta_n = 0.8$ (nodo CCT), se determina un ancho requerido:

$$w_{tA} = \frac{F_{AC}}{\Phi 0.85 \beta_n f'_c b} \quad (5-4)$$

Así mismo para la zona nodal C, donde $\beta_n = 0.6$ (nodo CTT),

$$w_{tC} = \frac{F_{CC'}}{\Phi 0.85\beta_n f'_c b} \quad (5-5)$$

En ambas ecuaciones, (5-4) y (5-5), el término $\Phi 0.85f'_c b$ es constante, en consecuencia, para efectos de comparación, éste puede ser eliminado.

Replanteando las ecuaciones (5-4), (5-5) y empleando la fuerza de tensión en función de la carga externa aplica (Figura 5.9), se obtiene el los anchos de zona nodal requeridos (Figura 5.10).

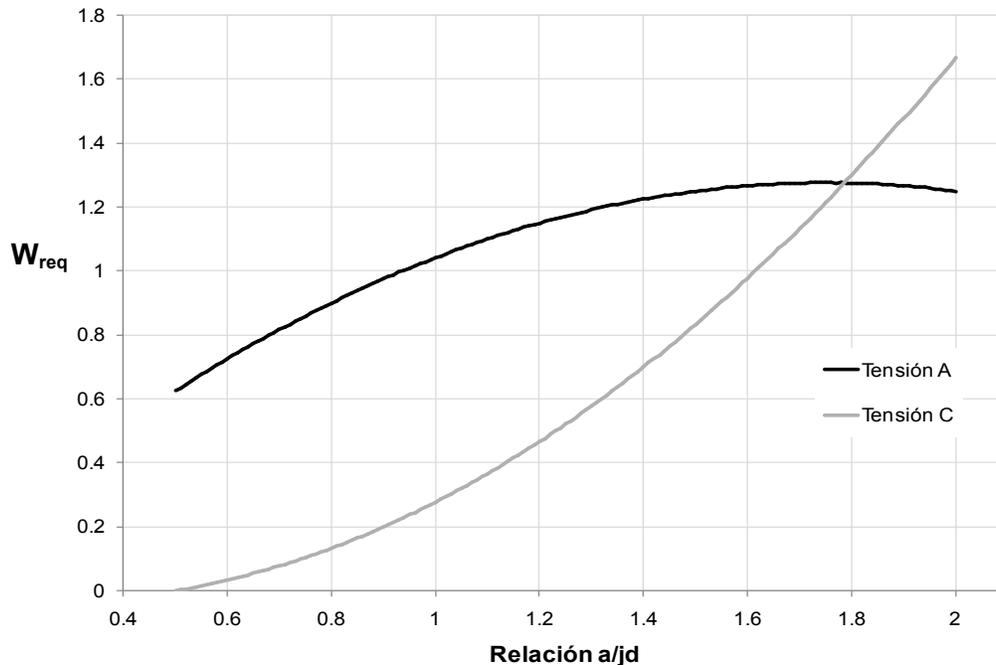


Figura 5.10 Correlación entre el ancho de zona nodal requerido y a/jd en el MPT utilizado.

La Figura 5.10 muestra el efecto de la fuerza de tensión y el factor β_n , en la determinación del ancho de la zona nodal A y C. Se observa que para relaciones a/jd menores que 1.78, la zona nodal crítica del elemento es el anclaje en el apoyo (zona nodal A).

Para resolver el MPT del elemento en estudio, como primera aproximación, se utiliza un $jd = 0.85$. Para el claro de corte de la viga de 1400 mm, se obtiene una relación a/jd :

$$a/jd = \frac{1400}{0.85 \times 1200}$$

$a/jd = 1.37 < 1.78$, la zona nodal crítica se presenta en el nodo A.

De la Figura 5.9, para la zona nodal A, se obtiene una relación tensión/cortante total de 0.97. Esto arroja un valor aproximado de la fuerza a anclar de 923.44 kN. Introduciendo este valor en la ecuación (5-4):

$$w_{tA} = \frac{923.44 \times 10^3}{0.75 \times 0.85 \times 0.80 \times 27.6 \times 350}$$

$$w_{tA} = 187.44 \text{ mm}$$

Si bien el ancho de mínimo del tensor a anclar debe ser 187.44 mm, se escogerá un ancho de 200 mm. Calculando el brazo de palanca (Figura 5.6), se obtiene:

$$jd = 1200 - \frac{w_t}{2} - \frac{w_s}{2}$$

$$jd = 1200 - 100 - \frac{w_s}{2}$$

$$jd = 1100 - \frac{w_s}{2} \tag{5-6}$$

Escribiendo la ecuación de equilibrio para momentos en el nodo A,

$$952 \times 10^3 \times 1400 - F_{DD'} \times jd = 0 \tag{5-7}$$

Sustituyendo (5-1) y (5-6) en (5-7), se encuentra

$$3079.125w_s^2 - 6774.075 \times 10^3 w_s + 1332.8 \times 10^6 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} w_s' \\ w_s'' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1981.56 \text{ mm} \\ 218.44 \text{ mm} \end{Bmatrix}$$

Escoger el valor de 1981.56 mm sería ilógico, pues el peralte de la viga es 1200 mm, por lo que se toma el ancho de 218.44 mm. Este valor se redondeará a 220 mm, obteniendo un brazo de palanca de 990 mm.

Con el nuevo brazo de palanca se determinan los porcentajes de cortante en cada mecanismo según las ecuaciones (5-2) y (5-3).

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} \left(\frac{2a}{jd} - 1 \right)$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} \left(\frac{2 \times 1400}{990} - 1 \right)$$

$$\frac{V_1}{V} = 0.61$$

La relación de fuerza en el puntal principal contra cortante total será:

$$\frac{V_2}{V} = 1 - \frac{V_1}{V}$$

$$\frac{V_2}{V} = 1 - 0.61$$

$$\frac{V_2}{V} = 0.39$$

De la Figura 5.8, se obtienen las fuerzas en los elementos de la armadura.

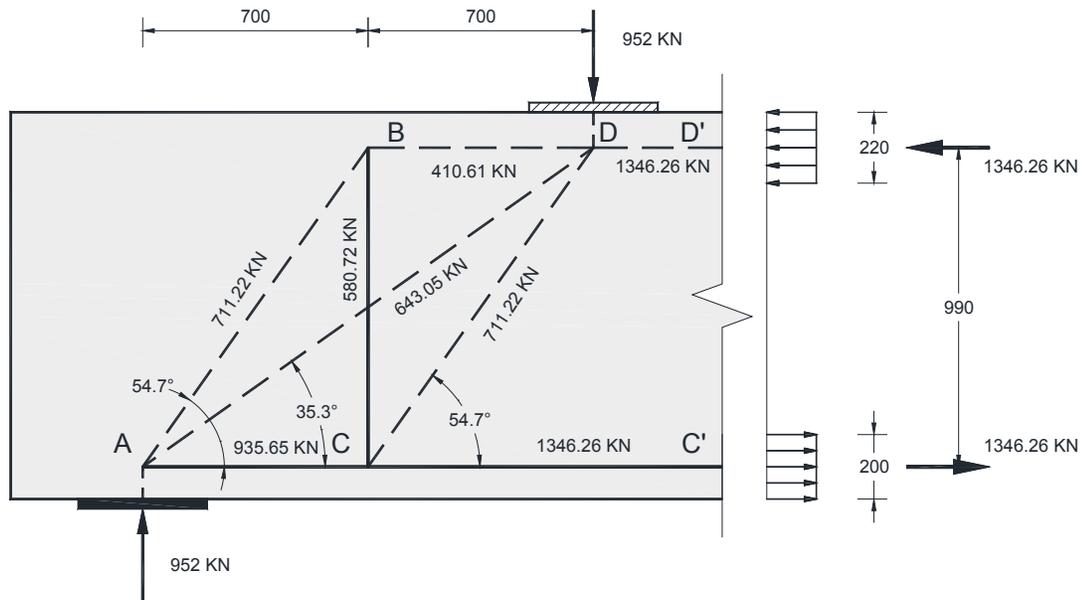


Figura 5.11 Diagrama de cuerpo libre del sector izquierdo de la viga de gran peralte.

5.2.3.1.3 Paso 3: Seleccionar la cantidad de acero en los tensores.

La selección del acero a utilizarse en los tensores debe cumplir con las secciones A.2.6 y A.4.1 del código⁹.

$$\Phi F_{nt} = \Phi A_{st} f_y \leq F_u \quad \text{ACI 318 Ec. A-6}$$

Además de esto, es necesario cumplir con los requerimientos de acero mínimo y separación máxima de los refuerzos impuesta en la sección 10.7 del código.

5.2.3.1.3.1 Tensor BC

Para el cálculo de la armadura BC, es necesario determinar previamente el ancho efectivo donde se distribuirá ésta. Las recomendaciones del (FIP, 1999) ofrecen la siguiente expresión para el cálculo del ancho efectivo.

$$a_w = 0.85a - \frac{jd}{4} \quad (5-8)$$

⁹ De aquí en adelante el código ACI 318-08 se le referenciará como “el código”.

De lo que se obtiene:

$$a_w = 0.85 \times 1400 - \frac{990}{4}$$

$$a_w = 942.5 \text{ mm}$$

En (Wight & Parra-Montesinos, 2003) se presenta otra opción para determinar el ancho efectivo. Basados en la recomendación del mínimo ángulo entre un puntal y un tensor del código, se propone que el ancho del tensor se calcule en base a una inclinación del campo de esfuerzos a compresión de 25° . En la Figura 5.12 se observa la aplicación de esta recomendación al modelo en estudio.

El valor obtenido de 529 mm obtenido de (Wight & Parra-Montesinos, 2003), es mucho menor que el calculado en base a las recomendaciones del (FIP, 1999), y resulta demasiado conservador, por lo que se escogerá el valor de 942.5 mm.

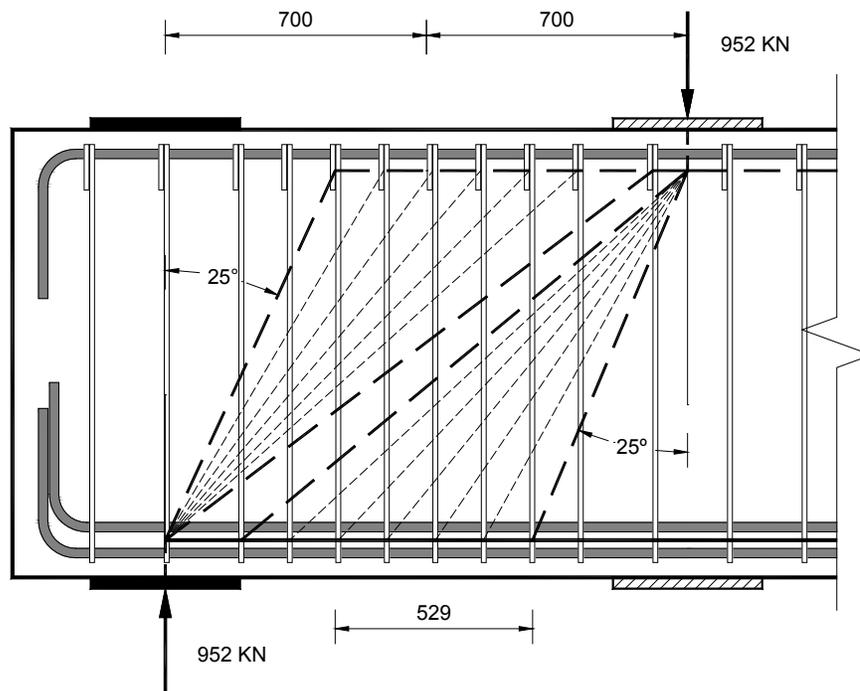


Figura 5.12 Ancho efectivo del tensor BC, según (Wight & Parra-Montesinos, 2003).

El área de acero se despeja de la ecuación A-6 de ACI 318, obteniéndose:

$$A_{st} = \frac{F_{BC}}{\Phi f_y}$$

$$A_{st} = \frac{580.72 \times 10^3}{0.75 \times 414}$$

$$A_{st} = \frac{580.72 \times 10^3}{0.75 \times 414}$$

$$A_{st} = 1870.27 \text{ mm}^2$$

Considerando varillas No 13 con un área nominal de 129 mm², se necesitarían 8 varillas separadas a cada 130 mm para cumplir con el acero requerido.

5.2.3.1.3.2 Tensor CC'

El área de acero mínimo en el tensor se calcula de la sección 10.5.1 del código.

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad \text{ACI 318 Ec. 10-3}$$

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{0.25 \sqrt{27.6}}{414} \times 350 \times 1100$$

$$A_{s, \text{mín.}} = 1121.39 \text{ mm}^2$$

Así mismo, el área de acero deberá ser mayor de:

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{1.4}{f_y} b_w d$$

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{1.4}{414} \times 350 \times 1100$$

$$A_{s, \text{mín.}} = 1301.93 \text{ mm}^2$$

El área de acero requerida es:

$$A_{st} = \frac{F_{CC'}}{\Phi f_y}$$

$$A_{st} = \frac{1346.26 \times 10^3}{0.75 \times 414}$$

$$A_{st} = 4335.78 \text{ mm}^2 > 1301.93 \text{ mm}^2$$

Se consideran las siguientes disposiciones de refuerzos:

- 2 capas de 5 refuerzos No 25, $A_{st} = 2 \times 5 \times 510 = 5100 \text{ mm}^2$.
- 3 capas, 2 c apas con 4 r efuerzos y 1 c apa con 2 refuerzos No 25, $A_{st} = 2 \times 4 \times 510 + 1 \times 2 \times 510 = 5100 \text{ mm}^2$.
- 2 capas de 4 refuerzos No 29, $A_{st} = 2 \times 4 \times 645 = 5160 \text{ mm}^2$.

Para seleccionar la disposición más apropiada deben tomarse en cuenta los límites de espaciamiento del refuerzo (Secc. 7.6 ACI 318-08), lo que a su vez, junto con el diámetro de la varilla, afectará la longitud de anclaje del tensor.

La primera disposición de refuerzo es la más ventajosa de las tres opciones. Ésta presenta un menor diámetro de varillas que la tercer opción, por ende necesitará una menor longitud de anclaje. Con respecto a la segunda opción, el eje baricentro del tensor, en la primera opción, está más cercano al borde inferior del elemento, obteniéndose una mayor optimización del brazo de palanca. Por lo antes mencionado se selecciona la primera disposición.

5.2.3.1.3.3 Tensor AC

$$A_{st} = \frac{F_{AC}}{\Phi f_y}$$

$$A_{st} = \frac{935.65 \times 10^3}{0.75 \times 414}$$

$$A_{st} = 3013.37 \text{ mm}^2 > 1301.93 \text{ mm}^2$$

El refuerzo de AC debe ser una continuación de las varillas de CC'. El Tensor CC' está constituido por 2 capas con 5 varillas No 25, para mantener la simetría en el refuerzo del tensor CC' se utilizarán 7 varillas, 5 en la primer capa y 2 en la segunda.

- 2 capas, inferior con 5 r efuerzos y superior con 2 refuerzos No 25,
 $A_{st} = 5 \times 510 + 2 \times 510 = 3570 \text{ mm}^2$

5.2.3.1.4 Paso 4: Determinar los requisitos de anclaje y dimensionar las zonas nodales.

5.2.3.1.4.1 Longitudes de anclajes según ACI 318-08

Para anclar el tensor AC se propone utilizar un g ancho estándar a 90°. La longitud de desarrollo en tracción se determina de la sección 12.5.2 del ACI.

$$l_{dh} = \frac{0.24 \psi_e f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b$$

Donde:

ψ_e = Factor de modificación con base en el revestimiento del refuerzo (Secc. 12.2.4 del ACI), en nuestro caso 1.

λ = Factor de modificación para concreto de peso liviano, 1.

De lo que se obtiene una longitud de desarrollo de:

$$l_{dh} = \frac{0.24 \times 1 \times 414}{1 \sqrt{27.6}} \times 25.4$$

$$l_{dh} = 480.39 \text{ mm}$$

La longitud de desarrollo debe ser reducida por los factores de la sección 12.5.3 del ACI. Se utilizará un factor de 0.7 debido a que se provee un recubrimiento de hormigón de espesor $\geq 64 \text{ mm}$. (2½ in) en la dirección perpendicular al plano del

gancho, y un recubrimiento de hormigón de espesor ≥ 51 mm. (2 in) en la dirección de la extensión de la barra.

Por lo tanto, $l_{dh} = 0.7 \times 480.39 = 336.27$ mm, para varillas No 25.

En el anclaje del tensor CC' se propone un anclaje en barra recta. La longitud de desarrollo, de manera conservadora, se determina de la sección 12.2.3 del ACI.

$$l_d = \left(\frac{f_y \psi_t \psi_e}{1.7 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$$

Donde:

ψ_e = Factor de modificación con base en el revestimiento del refuerzo (Secc. 12.2.4 del ACI), en nuestro caso 1.

λ = Factor de modificación para concreto de peso liviano, 1.

ψ_t = Factor de modificación para longitud de desarrollo con base en la localización del refuerzo (Secc. 12.2.4 del ACI), en nuestro caso 1.

De lo que se obtiene una longitud de desarrollo:

$$l_d = \frac{414 \times 1 \times 1}{1.7 \times 1 \times \sqrt{27.6}} \times 25.4$$

$$l_d = 1177.42 \text{ mm}$$

5.2.3.1.4.2 Zona Nodal A

En esta región se presenta la concurrencia de cuatro fuerzas, una de tensión y tres de compresión. Debido a que las zonas nodales del método están basadas en la concurrencia de tres fuerzas, dos de las fuerzas en compresión deben unificarse.

Primeramente es necesario realizar un diagrama de cuerpo libre del nodo con las fuerzas que concurren en él.

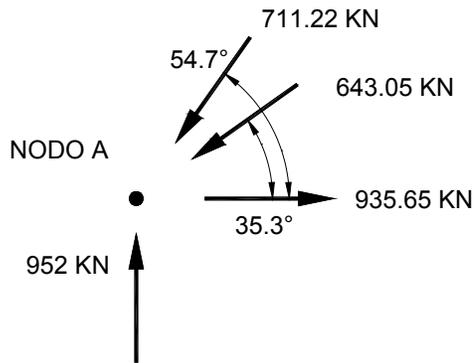


Figura 5.13 Fuerzas concurrentes en el nodo A.

Resolviendo las fuerzas BA y DA, se obtiene.

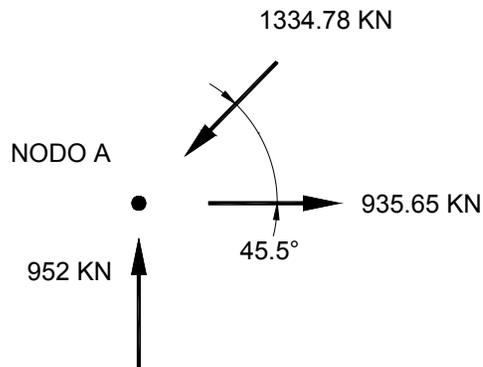


Figura 5.14 Sistema de fuerza equivalente en el nodo A.

En ancho provisto en cara de la zona nodal, colindante con el puntal de concreto se calcula en base a la Figura 3.14.

$$W_{\text{prov}, 1} = l_b \text{ sen } \theta + w_t \text{ cos } \theta \quad (5-9)$$

$$W_{\text{prov}, 1} = 400 \times \text{sen } 45.5^\circ + 200 \times \text{cos } 45.5^\circ$$

$$W_{\text{prov}, 1} = 425.5 \text{ mm}$$

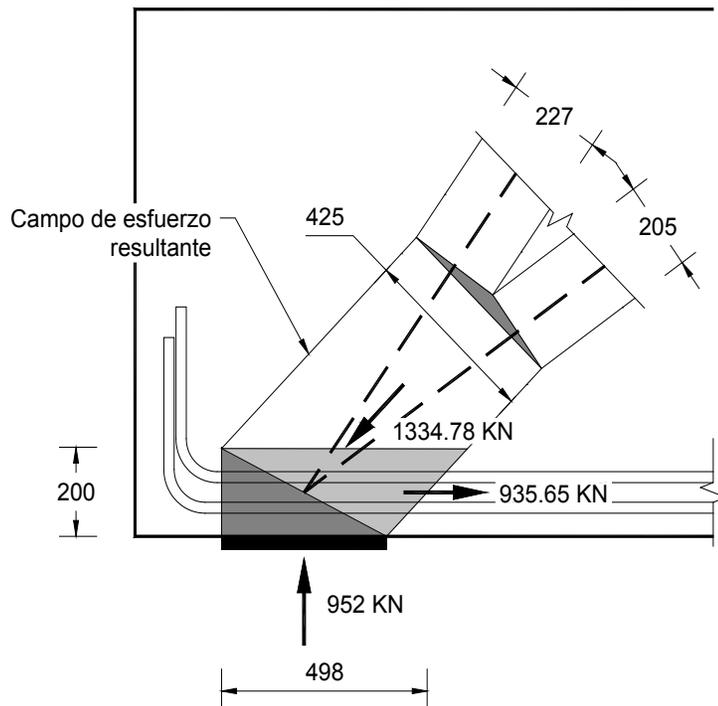


Figura 5.15 Solución a zona nodal D, según las recomendaciones de (Schlaich & Anagnostou, 1990).

La longitud de anclaje provista se determina en base al inciso A.4.3.3 del apéndice A del ACI.

$$l_{\text{prov}} = 400 + \frac{200}{2} \tan 45.5^\circ$$

$$l_{\text{prov}} = 498 \text{ mm}$$

La longitud de anclaje provista de 498 mm es mayor que la requerida de 336.27 mm, por lo tanto la zona nodal brinda un anclaje seguro al tensor.

5.2.3.1.4.3 Zona Nodal B

En esta zona concurren tres fuerzas, dos de compresión y una de tensión. En la Figura 5.16 se muestra las dimensiones de la zona nodal.

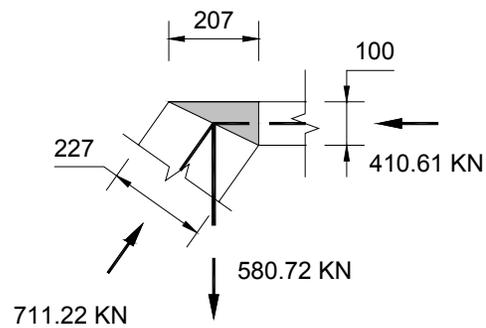


Figura 5.16 Esquema de zona nodal B.

5.2.3.1.4.4 Zona Nodal D

En la Figura 5.6 se observa que cinco fuerzas de compresión concurren en el nodo D, por lo que surge la necesidad de reducir la cantidad de fuerzas concurrentes a tres. Con este objetivo se unificarán las fuerzas de los puntales A-D, B-D y C-D.

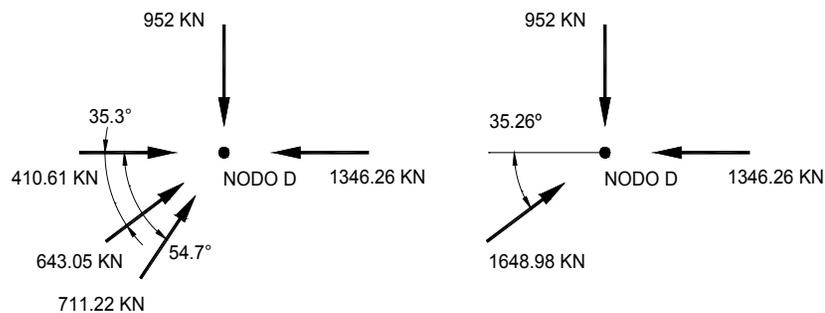


Figura 5.17 Diagrama de cuerpo libre del nodo D.

El ancho provisto en la zona nodal colindante con el puntal resultante de AD, BD y CD, se puede calcular en base al ángulo de la fuerza resultante, aplicando la ecuación (5-9).

$$W_{\text{prov}, 1} = l_b \text{ sen } \theta + w_t \text{ cos } \theta$$

$$W_{\text{prov}, 1} = 400 \times \text{sen } 35.26^\circ + 220 \times \text{cos } 35.26^\circ$$

$$W_{\text{prov}, 1} = 410.5 \text{ mm}$$

En la Figura 5.18 se presenta otra posible solución a la convergencia de fuerzas en el nodo D. En este proceso se siguieron las recomendaciones establecidas en (Schlaich & Anagnostou, 1990).

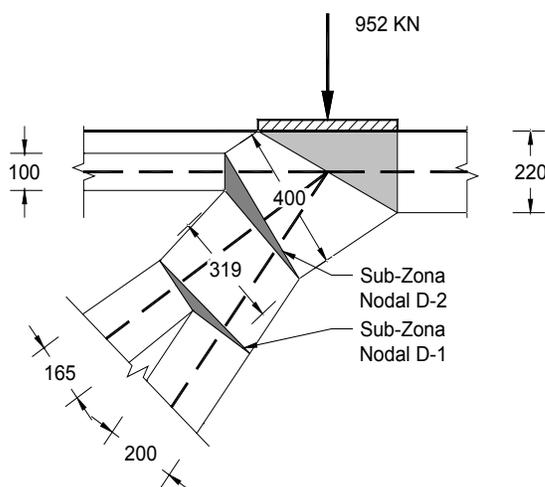


Figura 5.18 Solución a zona nodal D, según las recomendaciones de (Schlaich & Anagnostou, 1990).

Como se puede observar en la Figura 5.18, el ancho calculado conforme lo recomendado por (Schlaich & Anagnostou, 1990), varía despreciablemente, 10 mm, con respecto al ancho calculado aplicando la ecuación (5-9). Con base en estos resultados se establece que el uso de la ecuación (5-9), para fines de diseño, es apropiado.

5.2.3.1.4.5 Zona Nodal C

El mecanismo de transferencia de corte, por medio del tensor vertical, se presenta en la Figura 5.19.

En la Figura 5.19, el campo de tensión vertical se distribuye en un ancho considerable, sobre el cual se colocan los estribos necesarios para resistir esta tensión. Esta consideración de la mecánica real de la zona nodal, es un aspecto importante a tener en cuenta. Según lo expresado en el apartado 3.4.3.2, las zonas nodales B y C del MPT en estudio, deberían tratarse como zonas nodales dispersas y su cálculo no sería necesario. Sin embargo el (COMITÉ ACI 318,

2008) no incluye información acerca del tratamiento especial a este tipo de zonas nodales, por lo que se revisará su resistencia.

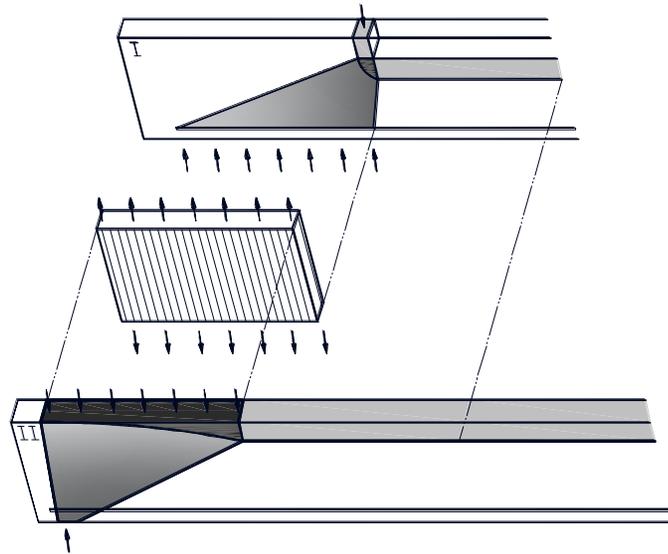


Figura 5.19 Generación de campo de esfuerzos vertical. Adaptado de (Muttoni, et al., 1996).

La Figura 5.20 presenta la zona nodal obtenida del modelo aplicado.

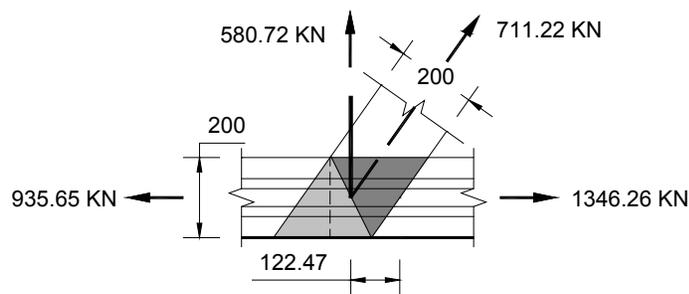


Figura 5.20 Esquema zonal nodal C.

La determinación de una correcta longitud de anclaje en la zona nodal C, debe tomar en cuenta que la puntal C-D representa a un campo de compresión como el mostrado en la Figura 5.19. La sección 4.3.3 del apéndice A, establece que la fuerza del tensor debe desarrollarse desde el punto donde el centroide del refuerzo del tensor sale de la zona nodal extendida. Por ello una determinación, cercana

a la realidad, del campo de compresión (puntal CD), es relevante en la determinación de la longitud de anclaje provista.

(Wight & Parra-Montesinos, 2003) exponen que el menor ángulo de inclinación del campo de esfuerzo a compresión puede tomarse como 25° (Figura 5.12). De esta recomendación se obtiene que la distancia del centroide del tensor CC' al punto especificado en la sección 4.3.3 del apéndice A es:

$$x = 700 - jd \tan 25^\circ$$

$$x = 700 - 990 \tan 25^\circ$$

$x = 238.36$ mm, mayor que la distancia de 122.47 mm acotada en la Figura 5.20.

Si extendemos la barra hasta el extremo de la viga (ver Paso 7) resulta una longitud de anclaje provista de:

$$l_{\text{prov}} = 250 + 700 + 238.36$$

$$l_{\text{prov}} = 1188.36 \text{ mm}$$

Por lo que la longitud de anclaje requerido de 1177 mm es menor que la longitud de desarrollo provista 1188.36 mm.

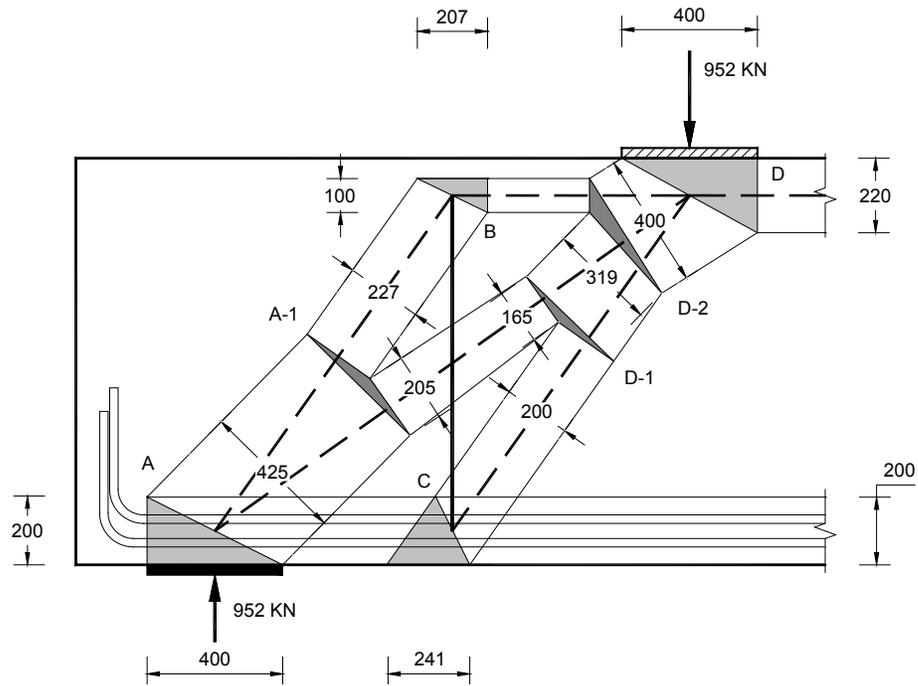


Figura 5.21 Geometría final de modelo puntal-tensor.

5.2.3.1.5 Paso 5: Verificar la resistencia de las zona nodales y puntales.

La resistencia de los puntales se evalúa con los criterios expuestos en el apartado 4.7.2. Debido a lo repetitivo de los cálculos se considerará un ejemplo ilustrativo para la revisión de los puntales, así como las zonas nodales. El conglomerado de los resultados se presenta en la Tabla 5.1 y Tabla 5.2.

Puntal 3 (A-D”) (Ejemplo ilustrativo)

$$w_{s,3} = \frac{F_{u,3}}{\Phi f_{ce} b_w} = \frac{F_{u,3}}{\Phi 0.85 \beta_s f'_c b_w}$$

$$w_{s,3} = \frac{643.05 \times 10^3}{0.75 \times 0.85 \times 0.75 \times 27.6 \times 350} = 139.23 \text{ mm}$$

Donde:

$\beta_s = 0.75$, puntal forma de botella, A.3.2.2.

$b_w = 350$ mm, ancho del elemento.

De acuerdo con la Figura 5.21 (zona nodal A y D), el menor ancho provisto por una zona nodal al punta 4 es de 165 mm, mayor que 139.23 mm, por lo tanto las dimensiones del puntal y la zona nodal son adecuadas.

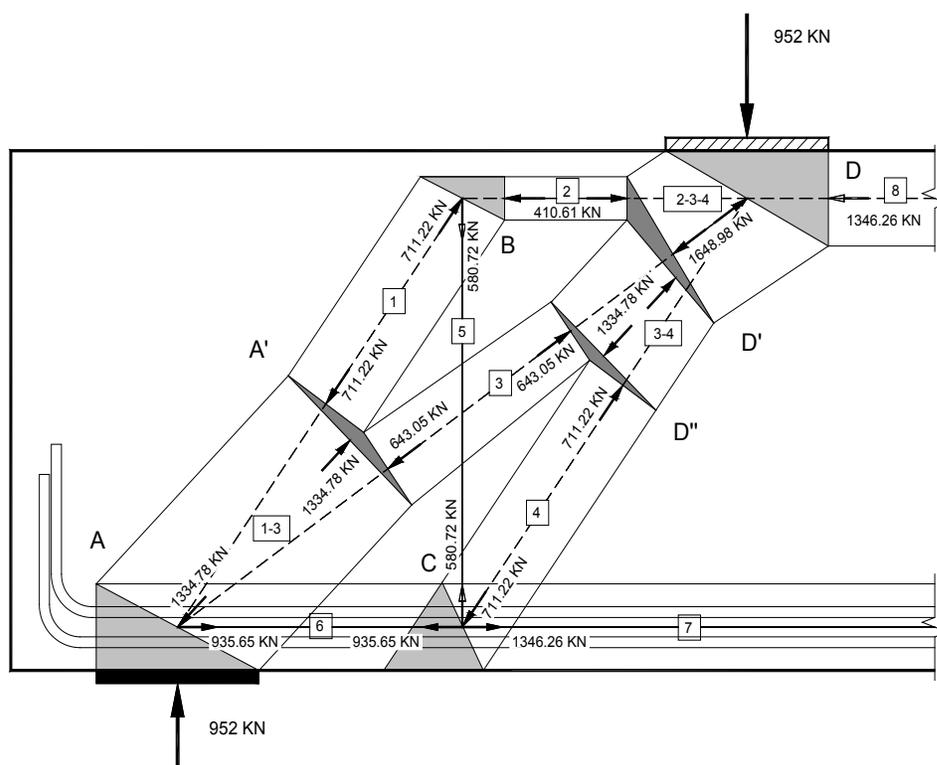


Figura 5.22 Fuerzas y nomenclatura de puntales y zonas nodales del MPT (condición de carga I).

Tabla 5.1 Revisión de puntales en el MPT de viga de gran peralte (Condición I).

Elemento No	Nodo i-j	β_s	F_u kN	w_{req} mm	w_{prov} mm	Factor de demanda	¿Verifica?
1	A'-B	0.75	711.22	154	227	0.68	Si
2	B-D	1.00	410.61	67	100	0.67	Si
3	A'-D''	0.75	643.05	139	165	0.84	Si
4	C-D''	0.75	711.22	154	200	0.77	Si
8	D-E	1.00	1346.26	219	220	1.00	Si
1-3	A-A'	0.75	1334.78	289	425	0.68	Si

Elemento No	Nodo i-j	β_s	F_u kN	w_{req} mm	w_{prov} mm	Factor de demanda	¿Verifica?
3-4	D'-D''	0.75	1334.78	289	319	0.91	Si
2-3-4	D-D'	0.75	1648.98	357	400	0.89	Si

Tabla 5.2 Revisión de zonas nodales en el MPT de viga de gran peralte (Condición I).

Nodo No	Tipo	β_s	Tipo	F_u #	F_u kN	w_{req} mm	w_{prov} mm	Factor de demanda	¿Verifica?
A	CCT	0.80	C	R	952.00	193	400	0.48	Si
			C	1,3	1334.78	271	425	0.64	Si
			T	6	935.65	190	200	0.95	Si
B	CCT	0.80	C	1	711.22	144	227	0.63	Si
			C	2	410.61	83	100	0.83	Si
			T	5	580.72	118	227	0.52	Si
C	CTT	0.60	C	4	711.22	192	200	0.96	Si
			T	5	580.72	157	241	0.65	Si
			T	7-6*	410.61	111	200	0.56	Si
D	CCC	1.00	C	1,2,3	1648.98	268	400	0.67	Si
			C	R	952.00	155	400	0.39	Si
			C	8	1346.26	219	220	1.00	Si
A'	CCC	1.00	C	1	711.22	115	227	0.51	Si
			C	2	643.05	104	205	0.51	Si
			C	1,3	1334.78	217	425	0.51	Si
D'	CCC	1.00	C	2	410.61	67	100	0.67	Si
			C	3,4	1334.78	217	319	0.68	Si
			C	2,3,4	1648.98	268	400	0.67	Si
D''	CCC	1.00	C	3	643.05	104	165	0.63	Si
			C	4	711.22	115	200	0.58	Si
			C	3,4	1334.78	217	319	0.68	Si

5.2.3.1.6 Paso 6: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración

Los requisitos de acero mínimo en vigas de gran peralte se presentan en el apartado 4.7.5.2 del presente documento.

5.2.3.1.6.1 Acero Vertical

$$A_v \geq 0.0025b_w \quad \text{Ec. (4-16)}$$

$$\rho_v = \frac{A_v}{b_w} = 0.0025$$

El porcentaje de acero del tensor 5 debe compararse con el mínimo, seleccionándose el mayor de éstos, para la zona donde el tensor se encuentra ubicado. En el resto del elemento será suficiente colocar el área de acero mínimo.

El tensor 5 está conformado por: Refuerzo 8 No13 @ 130 mm. La separación máxima está limitada por $d/5 = 220$ mm, mayor que 130 mm. El porcentaje de acero se calcula a continuación:

$$\rho_{s-5} = \frac{2 \times 129 \text{ m}^2}{350 \text{ mm} \times 130 \text{ mm}}$$

$$\rho_{s-5} = 0.0057 > 0.0025$$

Por lo que gobierna el área de tensor. En el resto de elemento podrá colocarse refuerzo No13 @ 200 mm.

$$\rho_s = \frac{2 \times 129 \text{ m}^2}{350 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}}$$

$$\rho_s = 0.0037 > 0.0025$$

5.2.3.1.6.2 Acero Horizontal

$$A_{vh} \geq 0.0015b_w s_2 \quad \text{Ec. (4-17)}$$

La sección 10.6.7 del ACI 318 especifica que para vigas que sobrepasen los 900 mm de altura, debe colocarse un refuerzo superficial uniformemente distribuido hasta una distancia igual $h/2$ de la cara de tracción. El espaciamiento de este refuerzo es descrito en la sección 10.6.4 del ACI 318.

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c \quad \text{ACI 318 Ec. 10-4}$$

Donde:

f_s = Esfuerzo en el refuerzo, se permite tomar como $2/3 f_y$.

c_c = Es la menor distancia medida desde la superficie del refuerzo a la cara lateral del elemento.

$$s = 380 \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \times 414} \right) - 2.5 \times 40$$

$s = 285$ mm, gobierna la separación $d/5$ de 220 mm.

Se propone utilizar refuerzo No10 @ 220 mm.

$$\rho_s = \frac{2 \times 71 \text{ mm}^2}{350 \text{ mm} \times 220 \text{ mm}}$$

$$\rho_s = 0.0018 > 0.0015$$

Además de las revisiones realizadas, se debe cumplir con el acero mínimo en puntales forma de botella. Este refuerzo es seleccionado de acuerdo a la sección 3.3.1 del apéndice A del ACI (ver apartado 4.7.5.1)

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \text{ sen } \alpha_i \geq 0.003 \quad \text{ACI 318 Ec. A-4}$$

El término $A_{s_i}/b_s s_i$ de la ecuación puede ser sustituido por el porcentaje de acero, resultando:

$$\sum \rho_i \text{sen } \alpha_i \geq 0.003 \quad (5-10)$$

Puntal 1 y 4

$$\sum \rho_{1,4} \text{sen } \alpha_i = 0.0057 \times \text{sen } 35.3^\circ + 0.0018 \times \text{sen } 57.4^\circ$$

$$\sum \rho_{1,4} \text{sen } \alpha_i = 0.0048 > 0.003$$

Puntal 3

$$\sum \rho_3 \text{sen } \alpha_i = 0.0057 \times \text{sen } 57.4^\circ + 0.0017 \times \text{sen } 35.3^\circ$$

$$\sum \rho_3 \text{sen } \alpha_i = 0.0056 > 0.003$$

5.2.3.1.6.3 Ancho de grietas por flexión

El ancho de grietas debido flexión es tratado por la sección 10.6.3, limitando el espaciamiento al calculado en base a la sección 10.6.4 del ACI 318.

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c \quad \text{ACI 318 Ec. 10-4}$$

Donde:

f_s = Esfuerzo en el refuerzo, se permite tomar como $2/3 f_y$.

c_c = Es la menor distancia medida desde la superficie del refuerzo a la cara de tracción del elemento.

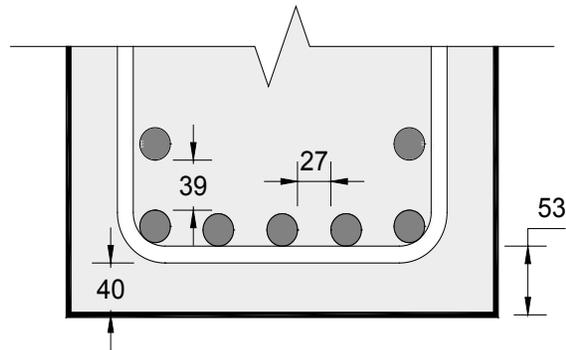


Figura 5.23 Esquema de colocación del refuerzo en el tensor principal.

Con base en la Figura 5.23 se calcula la separación máxima:

$$s_{\max} = 380 \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \times 414} \right) - 2.5 \times 53 \text{ mm}$$

$$s_{\max} = 253 \text{ mm}$$

La separación del refuerzo del tensor es de 27 mm, menor que 253 mm, por lo que se considera correcta.

5.2.3.2 Condición de carga II

El propósito principal al resolver esta condición de carga, es encontrar el área de acero en el tensor superior del elemento. Para lograr esto, se podrá hacer uso de un modelo más sencillo que el utilizado en el estado de carga 1, como es el caso del mostrado en la Figura 5.2. Es importante indicar que no se precisa el cálculo de las áreas de acero de estribos, pues estos ya fueron calculados en base a la sollicitación crítica (condición de carga I).

5.2.3.2.1 Paso 1: Verificación de la capacidad de soporte en los puntos de apoyo y carga.

Las dimensiones de los apoyos son las mismas chequeadas para el estado de carga 1 y debido a que la carga del estado de carga II es menor, éstas se consideran satisfactorias.

5.2.3.2.2 Paso 2: Establecer el modelo puntal-tensor y determinar las fuerzas requeridas en la armadura.

Siguiendo los mismos conceptos expuestos en el estado de carga I, para calcular el brazo de palanca, jd , se deberán igualar las resistencias del puntal 2' con el tensor 4', minimizando sus anchos al máximo posible.

$$F_{u,2} = F_{u,4} \quad (5-11)$$

Para reducir al mínimo el ancho del puntal 2, éste debe desarrollar su máxima capacidad, la cual es definida por la ecuación A-2 del ACI 318:

$$F_{u,2} = \Phi 0.85 \beta_s f'_c b w_s, \text{ donde } \beta_s = 1 \text{ (Puntal prismático)}$$

$$F_{u,2} = 0.75 \times 0.85 \times 1 \times 27.6 \times 350 w_s$$

$$F_{u,2} = 6158 w_s \quad (5-12)$$

Para minimizar el ancho w_t en el tensor 4, la fuerza $F_{u,4}$ debe aprovechar la capacidad de la zona nodal para anclar este tensor.

$$F_{u,4} = \Phi 0.85 \beta_n f'_c b w_s, \text{ donde } \beta_n = 0.8 \text{ (nodo CCT)}$$

$$F_{u,4} = 0.75 \times 0.85 \times 0.8 \times 27.6 \times 350 w_s$$

$$F_{u,4} = 4926.6 w_s \quad (5-13)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5-11 y 5-12 en 5-13, se obtiene $w_t = 1.25 w_s$, resultando un brazo de palanca jd :

$$jd = 1200 - \frac{w_t}{2} - \frac{w_s}{2}$$

$$jd = 1200 - 1.125 w_s \quad (5-14)$$

Escribiendo la ecuación de equilibrio para momentos en el nodo A:

$$F_{u,2} \times jd - 460 \times 10^3 \times 1400 = 0 \quad (5-15)$$

Sustituyendo los valores de la ecuación 5-12 y 5-14 en 5-15, se obtiene

$$6927.75 w_s^2 - 7389.6 \times 10^3 w_s + 644 \times 10^6 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se consigue:

$$\begin{Bmatrix} w_s' \\ w_s'' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 95.74 \text{ mm} \\ 970.92 \text{ mm} \end{Bmatrix}$$

Si se escogiera el valor determinado de 95.74 mm, la resistencia tanto del puntal 2 como el del tensor 4 estarían en su valor límite. En este diseño se seleccionará un valor de $w_s = 100$ mm y $w_t = 125$ mm. Por lo tanto:

$$jd = 1200 - 1.125 \times 100$$

$$jd = 1087.5 \text{ mm}$$

La inclinación θ y la fuerza en el puntal 1, se determina de la Figura 5.24.

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1087.5}{1400} \right)$$

$$\theta = 37.84^\circ$$

$$F_{u,2} = \frac{460}{\text{sen } 37.84^\circ}$$

$$F_{u,2} = 749.85 \text{ kN}$$

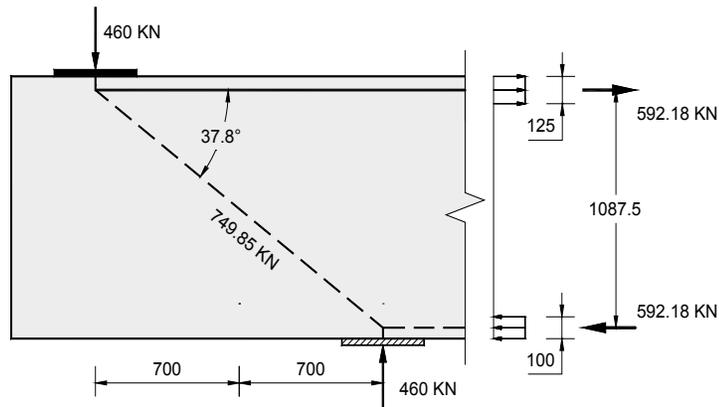


Figura 5.24 Diagrama de cuerpo libre para el sector izquierdo de la viga de gran peralte bajo condición de carga II.

5.2.3.2.3 Paso 3: Seleccionar la cantidad de acero en los tensores.

El área de acero provista al tensor debe satisfacer:

$$\Phi F_{nt} = \Phi A_{st} f_y \leq F_u \quad \text{ACI 318 Ec. A-6}$$

Por lo tanto para el $F_{u,4} = 592.18 \text{ kN}$, el armadura requerida en el tirante es:

$$A_{st} = \frac{F_{u,4}}{\Phi f_y}$$

$$A_{st} = \frac{592.18 \times 10^3}{0.75 \times 414}$$

$$A_{st} = 1907.18 \text{ mm}^2 > 1301.93 \text{ mm}^2$$

El área requerida por el tensor es mayor que el área de acero mínimo calculado en el en estado de carga I.

Se propone la siguiente disposición de refuerzos:

- 1 capas de 4 refuerzos No 25, $A_{st} = 4 \times 510 = 2040 \text{ mm}^2$.

5.2.3.2.4 Paso 4: Determinar los requisitos de anclaje y dimensionar las zonas nodales.

Las longitudes de anclajes para refuerzos No 25, fueron determinadas en el estado de carga 1. Las dimensiones de la zona nodales se calculan de igual forma que para el estado de carga 1.

5.2.3.2.4.1 Zona nodal A

En ancho provisto en cara de la zona nodal, colindante con el puntal 1, se calcula en base a la Figura 3.14 (página 39).

$$w_{\text{prov}, 1} = l_b \text{ sen } \theta + w_t \text{ cos } \theta$$

$$w_{\text{prov}, 1} = 400 \times \text{sen } 37.84^\circ + 125 \times \text{cos } 37.84^\circ$$

$$w_{\text{prov}, 1} = 344.1 \text{ mm}$$

La longitud de anclaje provista se determina en base al inciso A.4.3.3 del apéndice A del ACI.

$$l_{\text{prov}} = 400 + \frac{125}{2} \tan 37.84^\circ$$

$$l_{\text{prov}} = 448.55 \text{ mm}$$

La longitud de anclaje provista de 448.55 mm es mayor que la requerida de 336.27 mm, por lo tanto la zona nodal brinda un anclaje seguro al tensor.

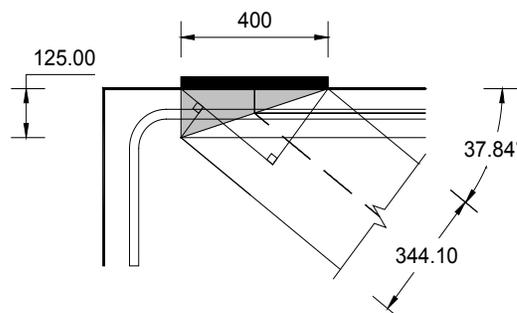


Figura 5.25 Esquema de zona nodal A.

5.2.3.2.4.2 Zona Nodal B

El ancho provisto en cara de la zona nodal, colindante con el puntal resultante de 2,3 y 4, se puede calcular en base al ángulo de la fuerza resultante.

$$w_{\text{prov}, 1} = l_b \text{ sen } \theta + w_s \text{ cos } \theta$$

$$w_{\text{prov}, 1} = 400 \times \text{sen } 37.84^\circ + 100 \times \text{cos } 37.84^\circ$$

$$w_{\text{prov}, 1} = 324.35 \text{ mm}$$

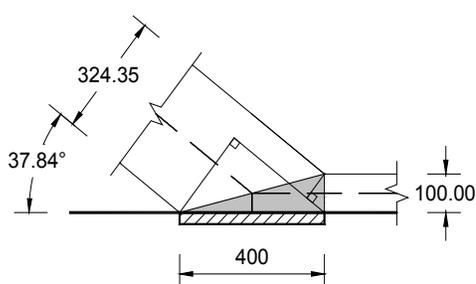


Figura 5.26 Esquema de zona nodal B.

5.2.3.2.5 Paso 5: Verificar la resistencia de las zona nodales y puntales.

Tabla 5.3 Revisión de puntales en el MPT de viga de gran peralte (Condición II).

Elemento No	Nodo i-j	β_s	F_u kN	w_{req} mm	w_{prov} mm	Factor de demanda	¿Verifica?
1	A-B	0.75	749.85	162	324.35	0.50	Si
2	B-C	1.00	592.18	96	100	0.96	Si

Tabla 5.4 Revisión de zonas nodales en el MPT de viga de gran peralte (Condición II).

Nodo No	Tipo	β_s	Tipo	F_u #	kN	w_{req} mm	w_{prov} mm	Factor de demanda	¿Verifica?
A	CCT	0.80	C	R	460.00	93	400	0.23	Si
			C	1	749.85	152	344.1	0.44	Si

Nodo No	Tipo	β_s	Tipo	F_u #	w_{req} kN	w_{prov} mm	Factor de demanda	¿Verifica?	
			T	4	592.18	120	125	0.96	Si
B	CCC	0.80	C	P	460.00	75	400	0.19	Si
			C	1	749.85	122	324.35	0.38	Si
			C	2	592.18	96	100	0.96	Si

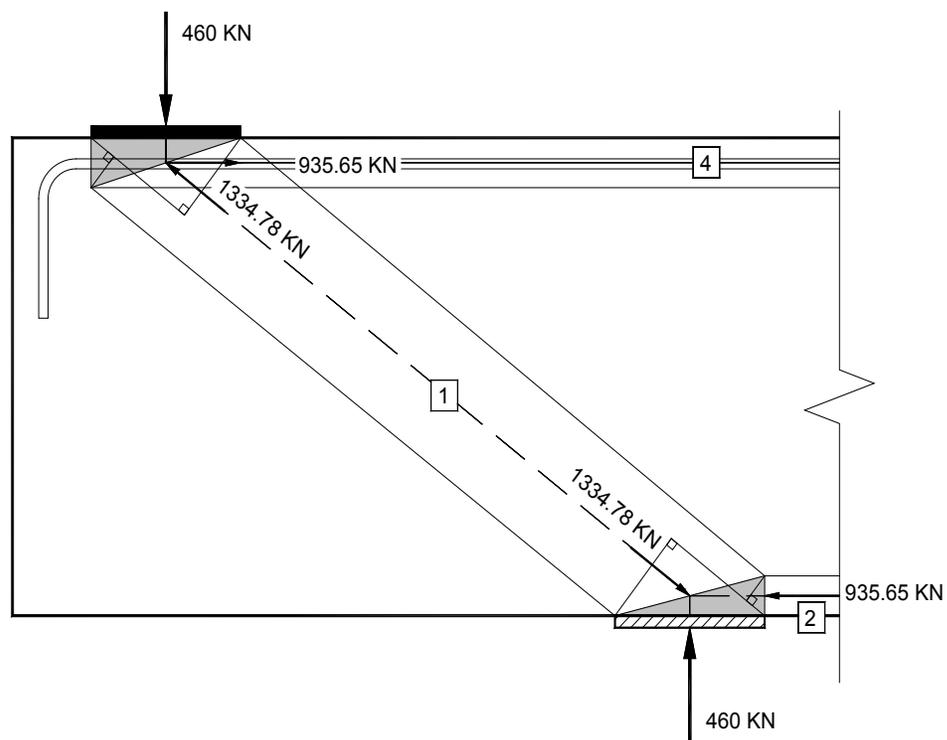


Figura 5.27 Geometría final del MPT en estado de cargas II.

5.2.3.2.6 Paso 6: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración

La armadura requerida para el control de la fisuración bajo cargas de trabajo es igual a la calculada en el estado de carga 1.

5.2.4 Detallamiento

En este paso se unifican las cantidades de refuerzo obtenidas bajo los estados de carga 1 y 2. El detallamiento se realiza cumpliendo con los requisitos estipulados por el ACI 318-08 y ACI 315-04.

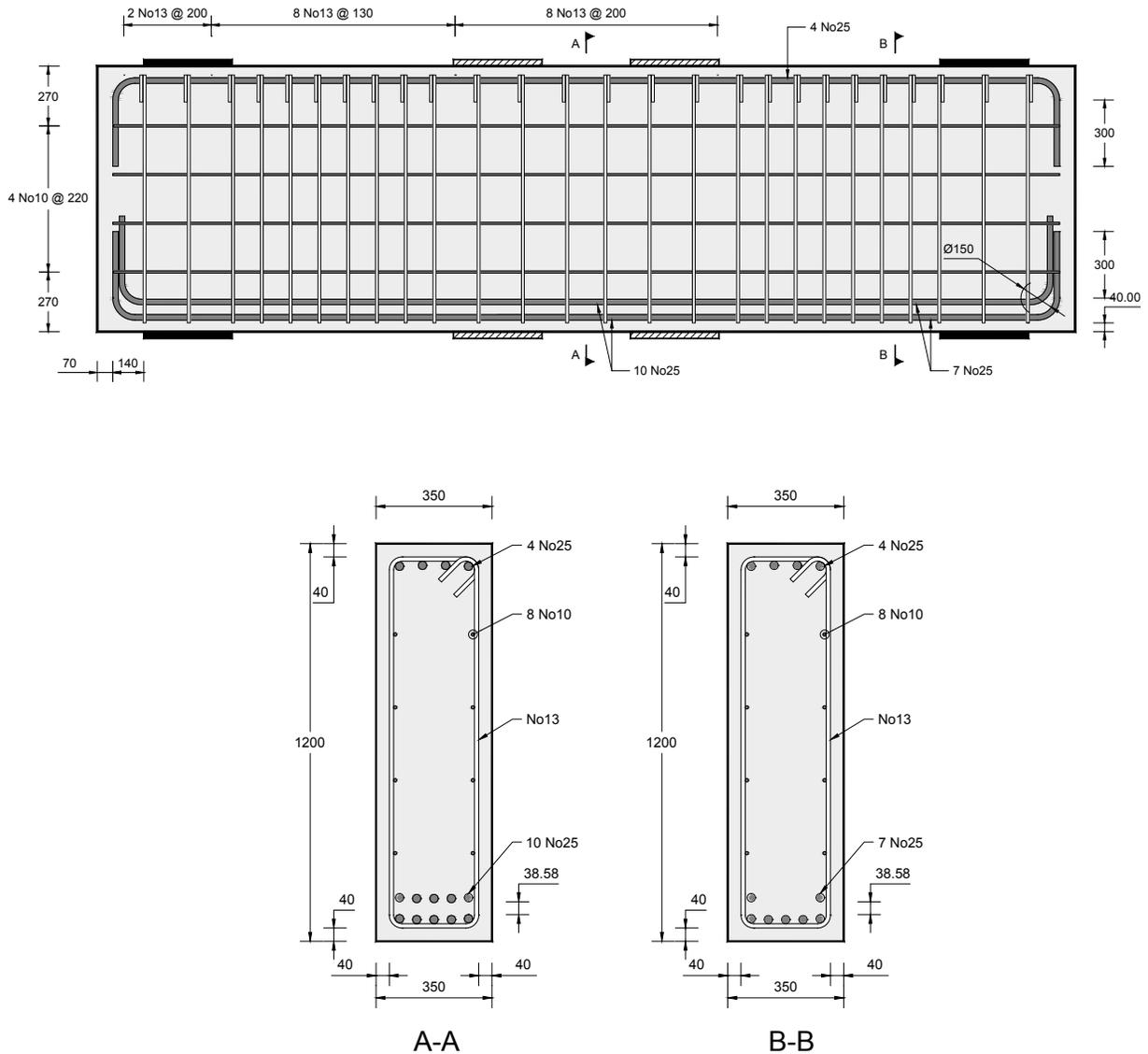


Figura 5.28 Disposición final de la armadura en la viga de concreto.

5.3 Ejemplo 2: Viga de Acople

5.3.1 Introducción

La mayor parte de los edificios de mediana y gran altura resisten las fuerzas laterales, sísmicas o eólicas, por medio de núcleos de concreto reforzado. Tales acciones laterales, usualmente, gobiernan el diseño del núcleo y, éste a su vez, controla la deformabilidad del edificio.

Con el objetivo de proveer acceso a los elevadores y otras facilidades, los núcleos generalmente tienen aberturas alineadas, implicando que la fuerza de corte debe ser transferida por una pequeña porción del núcleo llamada viga de acople (coupling o Link beam). Un apropiado diseño y detallamiento de estos elementos, puede proveer una gran resistencia, rigidez y disipación de energía ante cargas laterales. Sin embargo, el diseño y construcción de las vigas de acople han planteado un reto, debido a las grandes demandas de rotación no lineal en las sollicitaciones cíclicas, que combinados con las fuerzas de corte de gran magnitud, han generado complejos detalles del refuerzo.

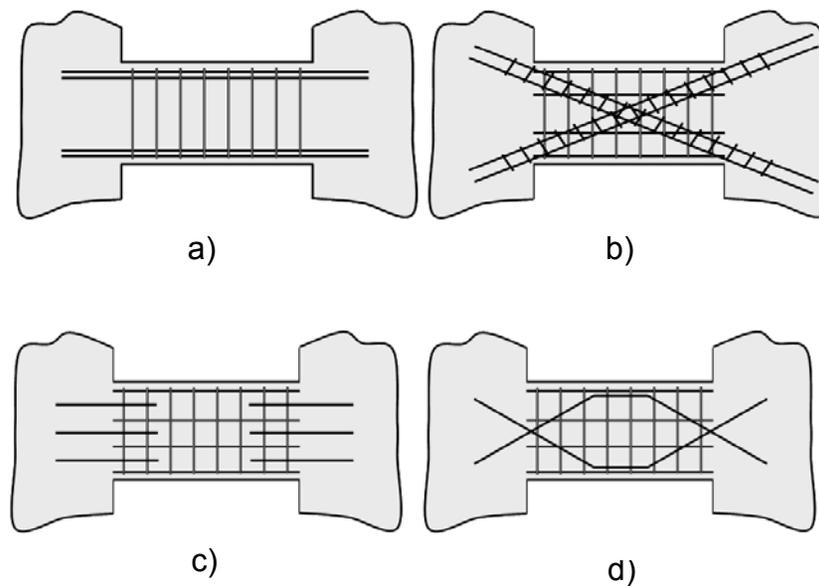


Figura 5.29 Tipos de refuerzo en vigas de acople: (a) Viga reforzada convencionalmente, (b) Viga diagonalmente reforzada, (c) Viga con refuerzo de dovela en los extremos y (d) Viga con refuerzo en patrón rómbico.

La aplicación de modelos puntal-tensor a vigas de acople ha sido tratado por (Marti, 1985), (Muttoni, et al., 1996), (Lee, et al., 2008) y (Barbachyn & Kurama, 2011).

En (Marti, 1985), se desarrolla un modelo puntal-tensor para una viga de acople ensayada ante cargas estáticas por (Paulay, 1969). Tomando en cuenta los dos mecanismos presentes en el elemento, acción de arco y de armadura, la carga última teórica encontrada por Marti fue de 774 kN, que comparada con la carga última experimental encontrada por (Paulay, 1969), de 776 kN, presenta una aproximación de 99.74%.

Es importante señalar que la metodología de diseño convencional para vigas de acople presentada en el (COMITÉ ACI 318, 2008), está basada en un MPT simplificado, que brinda resultados satisfactorios para relaciones longitud nominal/altura menores que 2. Sin embargo, para relaciones que van desde 2 a 4, como el ejemplo en estudio, el (COMITÉ ACI 318, 2008) presenta ciertos vacíos que deben tratarse con sumo cuidado.

En el ejemplo 2 se exhibe el diseño una viga de acople empleando un modelo puntal-tensor propuesto por (Muttoni, et al., 1996). El elemento seleccionado pertenece a un edificio de mediana altura, siete pisos, ubicado en la ciudad de Managua. Las cargas de diseño fueron obtenidas del modelo computacional de la edificación desarrollado en un programa de análisis estructural.

5.3.2 Planteamiento del Problema

Diseñar la viga de acople mostrada en la Figura 5.30. Utilizar concreto reforzado con las siguientes propiedades $f'_c = 28$ MPa y $f_y = 420$ MPa. La magnitud de la carga de diseño se muestra en la Figura 5.32. Despreciar el peso propio.

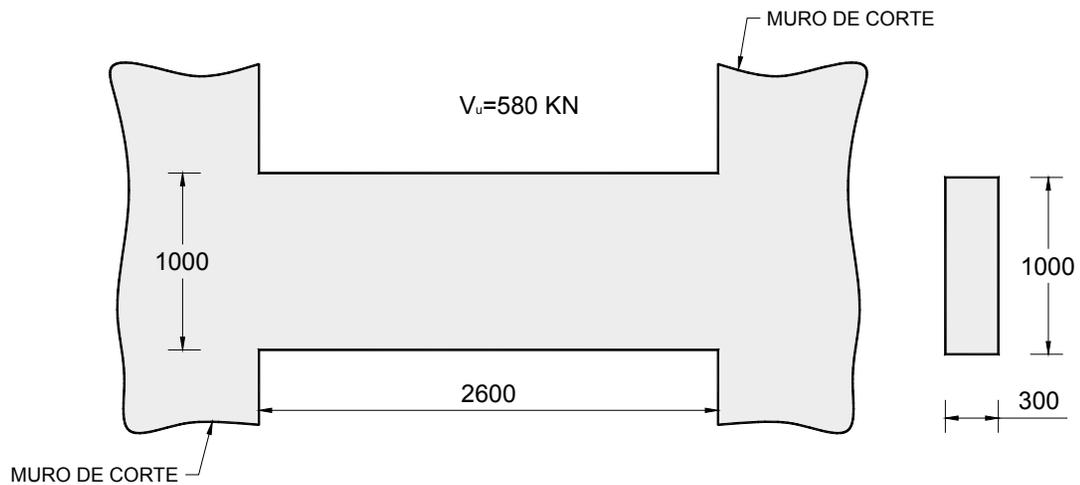


Figura 5.30 Geometría de la viga de acople a diseñar.

5.3.3 Cálculos y detallamiento

5.3.3.1.1 Paso 1: Verificación de la capacidad de soporte en los puntos de apoyo y carga.

El ancho del punto de aplicación de carga se tomará igual al ancho del elemento de borde del muro, es decir, 300 mm.

$$A_c = 300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} = 90 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

Esfuerzo actuante en los puntos de apoyo y carga:

$$\frac{V_u}{A_c} = \frac{101.4 \text{ kN}}{90 \times 10^3 \text{ mm}^2} = 1.13 \text{ MPa}$$

La zona nodal en los puntos de apoyo constituye un nodo del tipo CCT, éste al menos soportará la fuerza de tensión del refuerzo principal por flexión. Del ACI-318 sección A.5.2.2, el factor β_n para este tipo de zona nodal es igual a 0.8.

$$f_{ce} = 0.85\beta_n f'_c \quad \text{ACI 318 Ec. A-3}$$

$$f_{ce} = 0.85(0.8)(27.6 \text{ MPa})$$

$$f_{ce} = 14.08 \text{ MPa}$$

Aplicando el factor de resistencia $\Phi = 0.75$, se obtiene la capacidad nominal de $\Phi f_{ce} = 0.75 (14.8) = 11.1 \text{ MPa}$, mayor que el esfuerzo actuante, por lo que el ancho utilizado es adecuada.

5.3.3.1.2 Paso 2: Establecer el modelo puntal-tensor y determinar las fuerzas en la armadura.

5.3.3.1.2.1 Selección del Modelo

En la Figura 5.31 se muestra dos modelos puntal-tensor propuestos por (Muttoni, et al., 1996), aplicables a vigas de acople.

El modelo “a” (Figura 5.31), representa la acción de armadura en el elemento. Según (MacGregor & Wight, 2011), este modelo es aplicable a vigas esbeltas, relaciones I_n/h mayores a 4, o en vigas donde no sea necesaria una alta ductilidad. Sin embargo, en (Lee, et al., 2008) se aplica este modelo a un elemento con relación I_n/h de 1.7, comparándolo con un análisis no-lineal de elementos finitos, concluyendo que el modelo representa de forma aceptable la capacidad del elemento.

El modelo “b” (Figura 5.31), representa la interacción existente en dos mecanismo de resistencia, arco y armadura, en una viga de acople. Para una viga con una relación I_n/h de 1.5, el 100% de la carga de corte se resistirá por medio de acción de arco. A medida que esta relación aumenta, se presenta una disminución en la carga resistida por la acción de arco, llegando a ser nula para una relación I_n/h de 4 (MacGregor & Wight, 2011). Sin embargo, no existe ninguna expresión que relacione directamente los porcentajes de carga resistida de los mecanismos antes descritos, con alguna propiedad geométrica del elemento, como es el caso de la expresión expuesta por las recomendaciones del (FIP, 1999) para vigas de gran peralte (ejemplo 1).

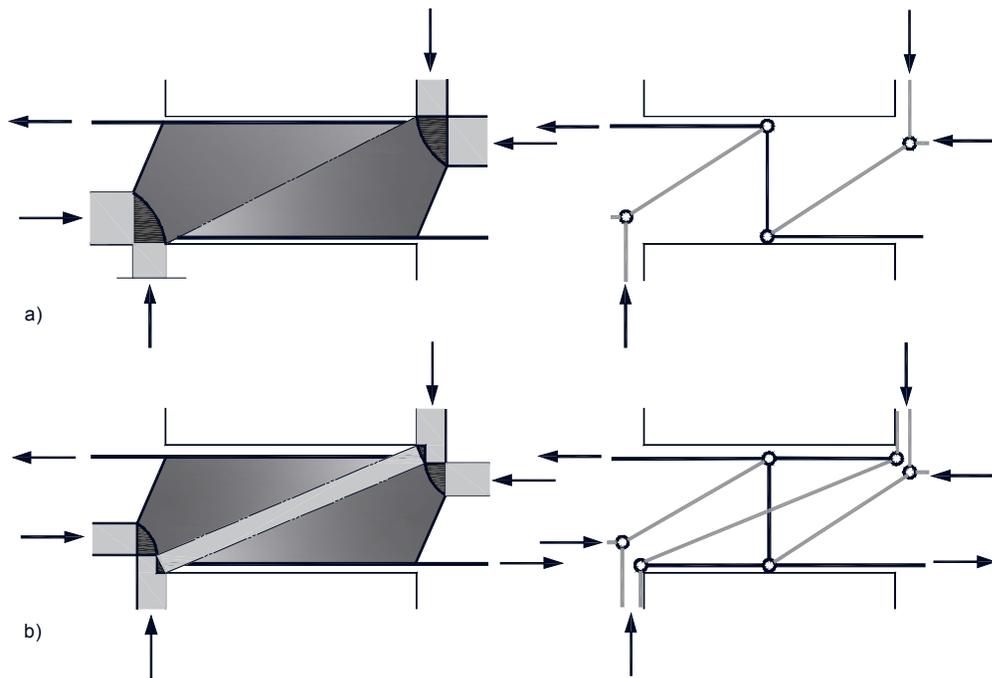


Figura 5.31 Modelos puntal-tensor para vigas de acople. Adaptado de (Muttoni, et al., 1996).

El ACI 318-08 especifica que en vigas de acople con relación $2 < l_n/h < 4$, es permitido el diseño con o sin refuerzo en diagonal. Sin embargo, cuando se necesita un alto grado de ductilidad en el elemento o se espera grandes esfuerzos de corte, mayores a $0.42\sqrt{f'_c}$, el uso de refuerzo en diagonal es necesario (Naish & Wallace, 2009). Esto es debido, a que la transmisión de fuerzas de corte, a estos niveles de esfuerzo, se realiza principalmente a través de la diagonal de concreto; que debido a los efectos cíclicos de carga reduce su resistencia hasta un valor de aproximadamente $0.35f'_c$ (Englekirk, 2003), de aquí la necesidad de un refuerzo diagonal. Así el modelo (b) de la Figura 5.31, presenta una forma de indagar los niveles de esfuerzo en la diagonal principal de concreto y decidir si es necesario un refuerzo en diagonal.

La viga de acople a diseñar presenta una relación l_n/h de 2.6 y un esfuerzo de corte de $0.406\sqrt{f'_c}$, por lo que se utilizará el modelo (a) de la Figura 5.31.

5.3.3.1.2.2 Determinación de las fuerza en la armadura

Para determinar las fuerzas en el reticulado propuesto, primero se deberá de ubicar los nodos. Horizontalmente los nodos se ubicaran en el centroide de los elementos de borde del muro y a la centro del claro de la viga. Verticalmente se ubicaran maximizando el peralte de la armadura, esto es, considerando el recubrimiento mínimo y suponiendo dos capas de refuerzo.

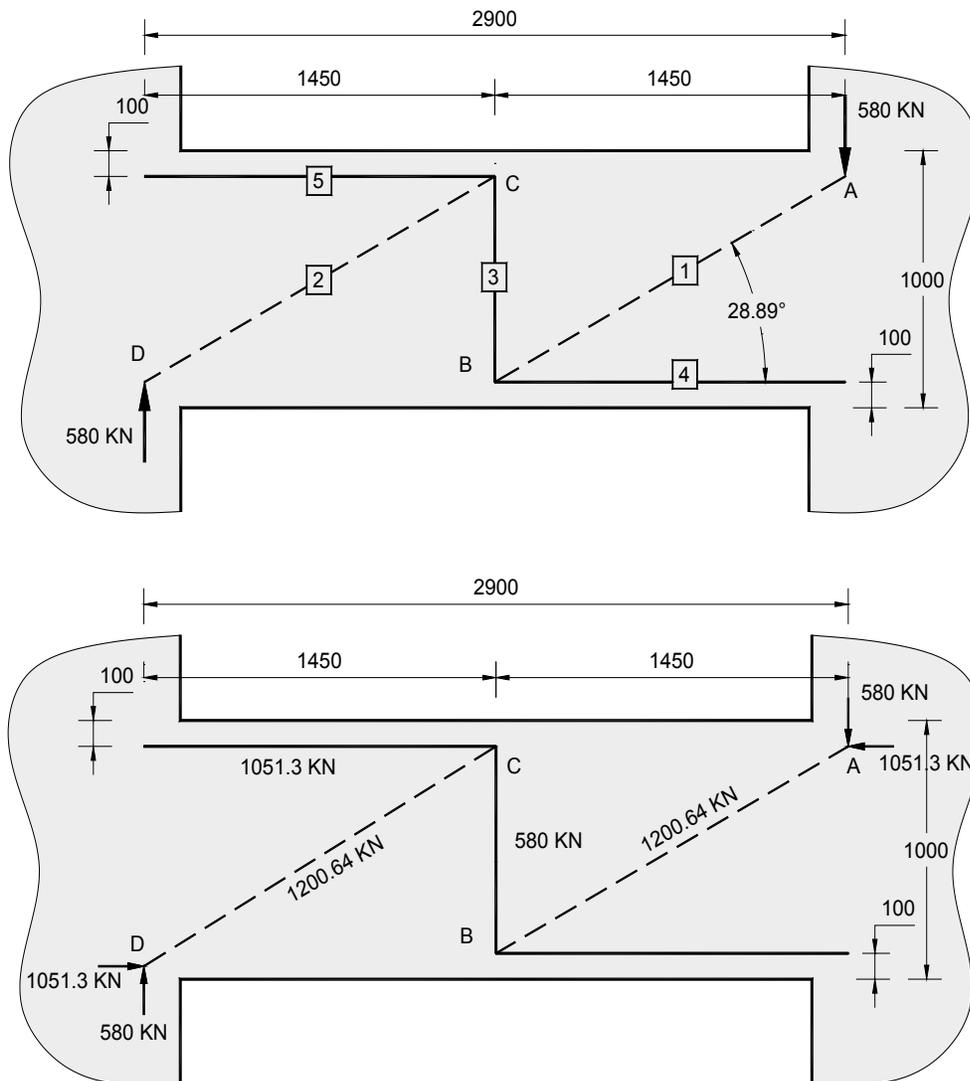


Figura 5.32 Geometría Final del modelo puntal-tensor de la viga de acople.

5.3.3.1.3 Paso 3: Seleccionar la armadura de los Tensores.

La selección del acero a utilizarse en los tensores debe cumplir con las secciones A.2.6 y A.4.1 del código ACI 318-08.

$$\Phi F_{nt} = \Phi A_{st} f_y \leq F_u \quad \text{ACI 318 Ec. A-6}$$

Además de estos requisitos el ACI 318-08, expone que en vigas de acople con relación $2 < l_n/h < 4$, en las que no se utilice refuerzo en diagonal, se deben cumplir los requisitos 21.5.2 hasta 21.5.4.

5.3.3.1.3.1 Tensor 3

Para el cálculo de la armadura 3, es necesario determinar previamente el ancho efectivo donde se distribuirá ésta. Una buena aproximación se obtiene considerando un ancho tributario igual a medio claro de corte ($a/2$) (Schlaich, et al., 1988).

$$a_w = \frac{a}{2}$$

De lo que se obtiene:

$$a_w = \frac{2900}{2}$$

$$a_w = 1450 \text{ mm}$$

El área de acero se obtiene de:

$$A_{st} = \frac{F_{u,4}}{\Phi f_y}$$

$$A_{st} = \frac{580 \times 10^3}{0.75 \times 420}$$

$$A_{st} = 1841.27 \text{ mm}^2$$

Considerando varillas No 13 con un área nominal de 129 mm^2 , se necesitarían 15 varillas separadas a cada 100 mm para cumplir con el acero requerido.

La sección 21.5.3.1 del código, establece cuatro condiciones para la separación máxima de los estribos, éstas son:

- a) $d/4 = 225 \text{ mm}$
- b) $8d_{b, \text{long}} = 203.2 \text{ mm}$
- c) $24d_{b, \text{transv}} = 304.8 \text{ mm}$
- d) 300 mm

Como se puede observar la separación propuesta es menor que la separación propuesta por la sección 21.5.3.1 del código, por lo que el detallamiento resulta satisfactorio.

5.3.3.1.3.2 Tensor 4 y 5

El área de acero mínimo en el tensor, se estipula en la sección 21.5.2.1 y se calcula con la sección 10.5.1 del ACI.

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad \text{ACI 318 Ec. 10-3}$$

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{0.25\sqrt{28}}{420} \times 300 \times 950$$

$$A_{s, \text{mín.}} = 897.7 \text{ mm}^2$$

Así mismo, el área de acero deberá ser mayor de:

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{1.4}{f_y} b_w d$$

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{1.4}{420} \times 300 \times 950$$

$$A_{s, \text{mín.}} = 950 \text{ mm}^2$$

El área de acero requerida es:

$$A_{st} = \frac{F_{u,4}}{\Phi f_y}$$

$$A_{st} = \frac{1051.3 \times 10^3}{0.75 \times 420}$$

$$A_{st} = 3337.5 \text{ mm}^2 > 950 \text{ mm}^2$$

Se consideran las siguientes disposiciones de refuerzos:

- 2 capas de 4 refuerzos No 25, $A_{st} = 2 \times 4 \times 510 = 4080 \text{ mm}^2$.
- 2 capas de 5 refuerzos No 22, $A_{st} = 2 \times 5 \times 387 = 3870 \text{ mm}^2$.

Se descarta la segunda opción, por no cumplir con la distancia libre mínima entre refuerzos paralelos (Secc. 7.6.1 del código), 21.7 mm menor que 25 mm, por lo que se selecciona la primer opción.

5.3.3.1.4 Paso 4: Determinar los requisitos de anclaje y dimensionar las zonas nodales.

Para los tensores 4 y 5 se propone un anclaje en barra recta. La longitud de desarrollo, de manera conservadora, se determina de la sección 12.2.3 del ACI.

$$l_d = \left(\frac{f_y \psi_t \psi_e}{1.7 \lambda \sqrt{f_c}} \right) d_b$$

Donde:

$$\psi_e = 1$$

$$\lambda = 1$$

ψ_t = Factor de modificación para longitud de desarrollo con base en la localización del refuerzo (Secc. 12.2.4 del ACI), en nuestro caso 1.3 (barra superior).

De lo que se obtiene una longitud de desarrollo:

$$l_d = \frac{420 \times 1 \times 1.3}{1.7 \times 1 \times \sqrt{28}} \times 25.4$$

$$l_d = 1542 \text{ mm}$$

5.3.3.1.4.1 Zona Nodal A y D

En ancho provisto en cara de la zona nodal, colindante con el puntal de concreto se calcula en base a la Figura 3.14.

$$W_{\text{prov}, 1} = l_b \text{ sen } \theta + w_t \text{ cos } \theta$$

$$W_{\text{prov}, 1} = 300 \times \text{sen } 28.89^\circ + 200 \times \text{cos } 28.89^\circ$$

$$W_{\text{prov}, 1} = 320 \text{ mm}$$

5.3.3.1.4.2 Zona Nodal B

La zona nodal B es una zona nodal dispersa (Figura 5.31), por lo que la transferencia de fuerzas se realiza en forma uniforme, resultando innecesaria su revisión (Garrett Tuchscherer, 2008).

5.3.3.1.5 Paso 5: Verificar la resistencia de las zona nodales y puntales.

5.3.3.1.5.1 Puntales 1 y 2

La resistencia de los puntales se evalúa con la sección A.3.1 del código.

$$w_{\text{req}, 1} = \frac{F_{u, 1}}{\Phi f_{ce} b_w} = \frac{F_{u, 1}}{\Phi 0.85 \beta_s f'_c b_w}$$

$$w_{\text{req}, 1} = \frac{1200.64 \times 10^3}{0.75 \times 0.85 \times 0.75 \times 28 \times 300} = 298.9 \text{ mm}$$

Donde:

$\beta_s = 0.75$, de manera conservadora se considera un puntal forma de botella, secc. A.3.2.2.

$b_w = 300$ mm, ancho del elemento.

El ancho provisto para los puntal 1 y 2 es de 320 mm, mayor que el ancho requerido de 298.9 mm, por lo que el diseño se considera satisfactorio.

5.3.3.1.5.2 Zonas Nodales A y D

La resistencia de las zonas nodales se calcula con la sección A.5.1 del código.

$$w_{req,1} = \frac{F_u}{\Phi f_{ce} b_w} = \frac{F_u}{\Phi 0.85 \beta_n f'_c b_w}$$

Donde:

$\beta_n = 1$, nodo tipo CCC.

$b_w = 300$ mm, ancho del elemento.

Cara 1 ($F_{u,1}$)

$$w_{s,1} = \frac{F_{u,1}}{\Phi f_{ce} b_w} = \frac{F_{u,1}}{\Phi 0.85 \beta_n f'_c b_w}$$

$$w_{s,1} = \frac{1200.64 \times 10^3}{0.75 \times 0.85 \times 1 \times 28 \times 300} = 224.21 \text{ mm} < 320 \text{ mm, verifica}$$

Cara 2 (V_u)

$$w_{s,2} = \frac{F_{u,v}}{\Phi f_{ce} b_w} = \frac{F_{u,v}}{\Phi 0.85 \beta_n f'_c b_w}$$

$$w_{s,2} = \frac{580 \times 10^3}{0.75 \times 0.85 \times 1 \times 28 \times 300} = 108.31 \text{ mm} < 300 \text{ mm, verifica}$$

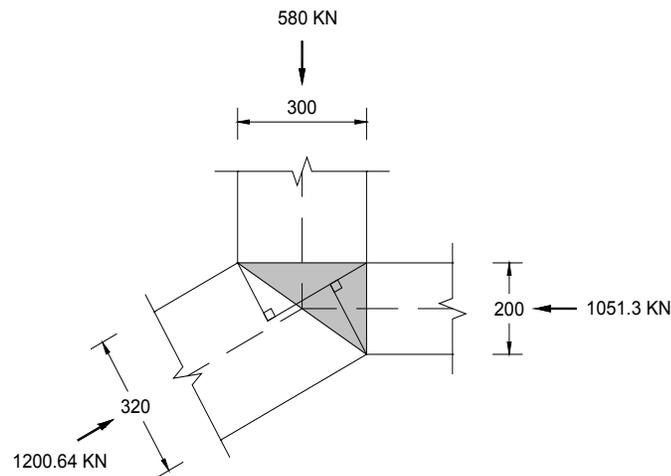


Figura 5.33 Esquema de zona nodal A y D.

Cara 3 (R)

$$w_{s,3} = \frac{F_{u,R}}{\Phi f_{ce} b_w} = \frac{F_{u,R}}{\Phi 0.85 \beta_n f'_c b_w}$$

$$w_{s,3} = \frac{1051.3 \times 10^3}{0.75 \times 0.85 \times 1 \times 28 \times 300} = 196.32 \text{ mm} < 200 \text{ mm, verifica}$$

5.3.3.1.6 Paso 6: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración

Los requisitos de acero mínimo en vigas de gran peralte se presentan en el apartado 4.7.5.2 del presente documento.

5.3.3.1.6.1 Acero Vertical

$$A_v \geq 0.0025 b_w \quad \text{Ec. (4-16)}$$

El porcentaje de acero del tensor 3 debe compararse con el mínimo, seleccionándose el mayor de estos, para la zona donde el tensor se encuentra ubicado. En el resto del elemento se colocará igual área de acero que la calculada.

El tensor 3 está conformado por: Refuerzo 15 No13 @ 100 mm. La separación máxima está limitada por $d/5 = 220$ mm, mayor que 100 mm. El porcentaje de acero se calcula a continuación:

$$\rho_{s-5} = \frac{2 \times 129 \text{ m}^2}{300 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}}$$

$$\rho_{s-5} = 0.0086 > 0.0025$$

Por lo que gobierna el área de tensor. En el elemento se colocará refuerzo No13 @ 100 mm.

5.3.3.1.6.2 Acero Horizontal

$$A_{vh} \geq 0.0015 b_w s_2 \quad \text{Ec. (4-17)}$$

La sección 10.6.7 de ACI 318-08 especifica que para vigas que sobrepasen los 900 mm de peralte total, debe colocarse un refuerzo superficial uniformemente distribuido en una distancia igual $h/2$ de la cara de tracción. El espaciamiento de este refuerzo es descrito en la sección 10.6.4 del código.

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c \quad \text{ACI 318 Ec. 10-4}$$

Pero no mayor que 300 (280/ f_s)

Donde:

f_s = esfuerzo en el refuerzo, se permite tomar como $2/3 f_y$.

c_c = Es la menor distancia medida desde la superficie del refuerzo a la cara lateral del elemento.

$$s = 380 \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \times 420} \right) - 2.5 \times 40$$

$s = 280$ mm, gobierna la separación $d/5$ de 190 mm.

Se propone utilizar, por razones constructivas, refuerzo No10 @ 200 mm.

$$\rho_s = \frac{2 \times 71 \text{ mm}^2}{300 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}}$$

$$\rho_s = 0.0024 > 0.0015$$

El refuerzo mínimo en puntales forma de botella es seleccionado de acuerdo a la sección 3.3.1 del apéndice A del ACI.

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \sin \alpha_i \geq 0.003 \quad \text{ACI 318 Ec. A-4}$$

Puntal 1 y 2

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \sin \alpha_i = 0.0086 \times \sin 61.11^\circ + 0.0024 \times \sin 28.89^\circ$$

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \sin \alpha_i = 0.0087 > 0.003$$

5.3.3.1.6.3 Ancho de grietas por flexión

El ancho de grietas por el refuerzo de tracción por flexión es tratado por la sección 10.6.3, limitando el espaciamiento al calculado por 10.6.4.

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c$$

Donde:

f_s = Esfuerzo en el refuerzo, se permite tomar como $2/3 f_y$.

c_c = Es la menor distancia medida desde la superficie del refuerzo a la cara de tracción del elemento.

$$s_{\max} = 380 \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \times 420} \right) - 2.5 \times 53 \text{ mm}$$

$$s_{\max} = 247.5 \text{ mm}$$

La separación del refuerzo del tensor es de 29 mm (Figura 5.34), menor que 247.5 mm, por lo que se considera correcta.

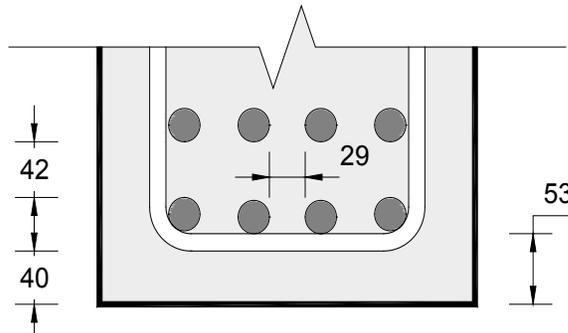


Figura 5.34 Disposición del acero de refuerzo en el tensor principal.

5.3.4 Detallamiento

El detallamiento se realiza cumpliendo con los requisitos estipulados por el ACI 318-08 y ACI 315-04.

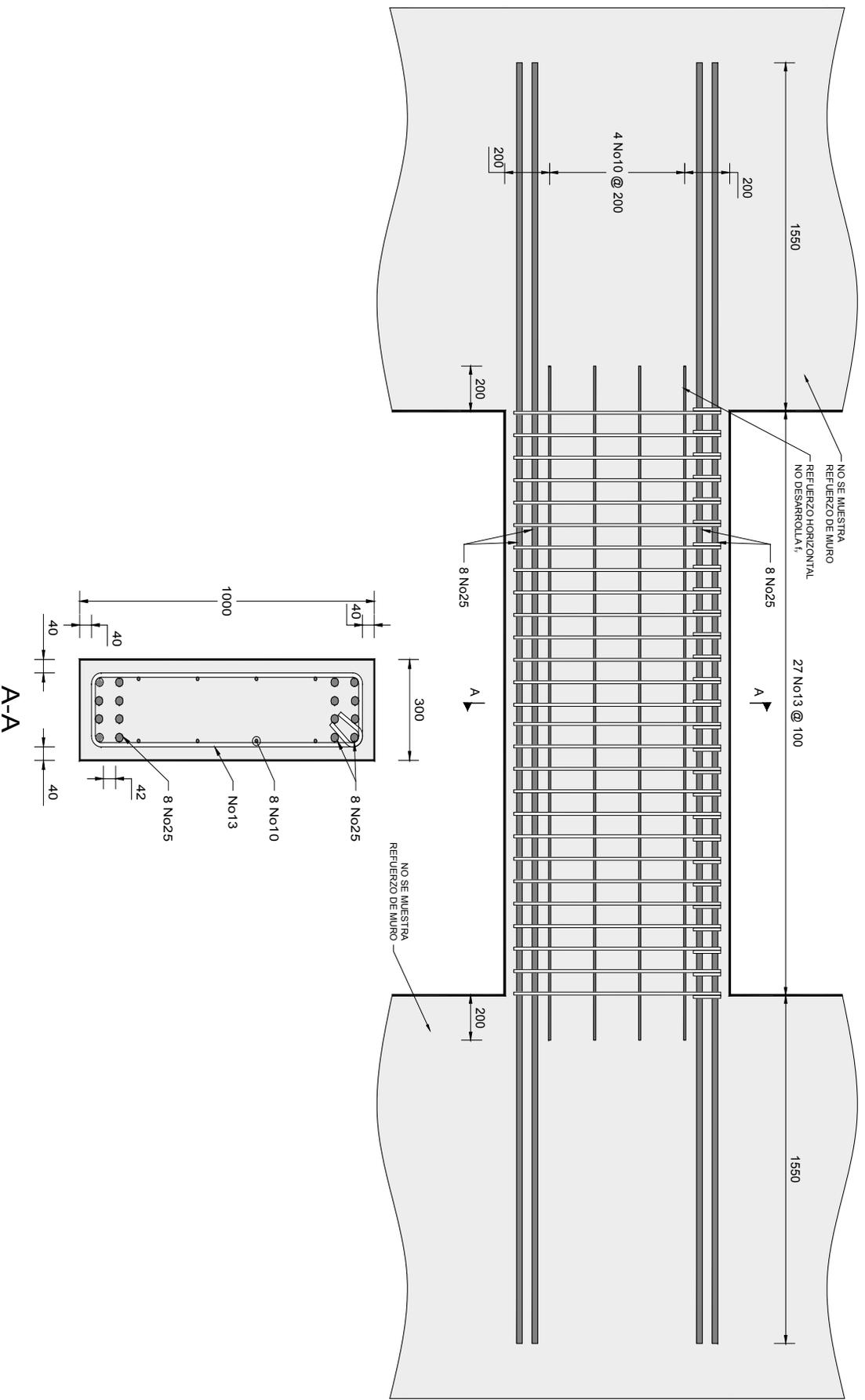


Figura 5.35 Disposición final de la armadura en la viga de acople.

5.4 Ejemplo 3a: Ménsula Simple

5.4.1 Introducción

Las ménsulas son elementos estructurales usados principalmente como soporte vertical de vigas prefabricadas en puentes, grúas viajeras o sistemas de pisos en edificios. Debido a su condición de carga están sometidas a esfuerzos de flexión-cortante y su diseño deberá resistir los diferentes tipos de cargas que puedan presentarse. Además, debido a su función como conexión entre viga-columna o viga-viga, se deberá garantizar que sea más resistente que los elementos que se conectan a ella, para evitar una falla que provoque el colapso del sistema estructural.

En las ménsulas, el efecto de las fuerzas cortantes no es despreciable, incluso el comportamiento tiene configuraciones complejas de esfuerzos que la hacen más vulnerable a los agrietamientos debidos a la interacción flexión-cortante. Cuando las deformaciones por cortante no son pequeñas comparadas con las de flexión, el uso de la hipótesis de es fuerza plano, propuesta por Bernoulli, no pue de aplicarse. Por tanto, el comportamiento de las ménsulas debe ser estudiado por un método racional y más exacto.

(Kriz & Raths, 1965) desarrollaron un amplio programa de pruebas en ménsulas, y las recomendaciones actuales del código ACI se basan en sus resultados. De sus estudios se pueden identificar los siguientes mecanismos o modos de falla.

1. Ocurre falla de tensión por flexión cuando la cedencia excesiva del refuerzo a flexión provoca que el concreto se aplaste en el extremo inclinado de la ménsula. Las grietas por flexión se hacen sumamente anchas (Figura 5.36a).
2. Se desarrolla fisuración diagonal a l o largo del puntal a compresión diagonal después de la formación de las grietas por flexión. La falla se debe finalmente a la compresión por cortante (Figura 5.36b).

3. Una serie de grietas diagonales, cortas e inclinadas, puede llevar a una falla de cortante deslizante, conforme se interconectan las mismas, cuando la ménsula se separa de la cara de la columna (Figura 5.36c).
4. Cuando la carga se aplica demasiado cerca del extremo libre de un voladizo corto, una falla de fisuración puede ocurrir a lo largo del refuerzo a flexión pobremente anclado (Figura 5.36d). El extremo giratorio de una viga libremente apoyada puede colocar la reacción cerca del borde de la placa de apoyo, y la excentricidad no planeada puede provocar este tipo de falla.
5. Con placas de apoyo demasiado pequeñas o muy flexibles, o cuando la ménsula es demasiado angosta, el concreto se puede aplastar por la parte inferior, llevando a una falla de apoyo (Figura 5.36e).
6. Varios de estos mecanismos se acentúan cuando hay una fuerza horizontal N_{uc} , además de la carga vertical V_u . Esto puede deberse a los efectos dinámicos en las vigas de la grúa, o puede inducirse por contracción, flujo plástico o acortamiento por temperatura de vigas de concreto prefabricado restringidas unidas a la ménsula. Se puede plantear un caso de falla potencial cuando la cara exterior de la ménsula es poco profunda y se introduce una carga horizontal desfavorable (Figura 5.36f).
7. El mecanismo de arco lineal implica que la capacidad del refuerzo a flexión se debe desarrollar en la proximidad inmediata de la placa de apoyo. Esto lleva a un mecanismo de falla importante en las ménsulas: la falla del anclaje. Es claro que el puntal a compresión diagonal no puede desarrollarse, a menos que su componente horizontal se transmita al refuerzo principal cerca del extremo libre de la ménsula.

Los requisitos de detallado de las ménsulas surgen directamente de los siete mecanismos de falla recién enumerados. Es evidente que los estribos verticales, que se usan para la resistencia a cortante, serían innecesarios en todos estos casos. Los tres últimos modos secundarios de falla se presentan con cargas

muchos menores a las cuales se pudo haber presentado cualquiera de los cuatro modos principales (Kriz & Raths, 1965).

El diseño de las ménsulas se puede basar en cualquier mecanismo de resistencia (estáticamente admisible) que reconozca la rigidez relativa, cuando sea aplicable, y los desplazamientos principales dentro de la ménsula cercanos a la falla. Las pruebas comparativas indican que se puede utilizar cierto refuerzo diagonal satisfactoriamente, y que una combinación óptima de refuerzo horizontal y diagonal puede resultar en una demanda de acero mínimo. Sin embargo, esa ventaja económica puede ser contrarrestada por el aumento de trabajo necesario para doblar las varillas.

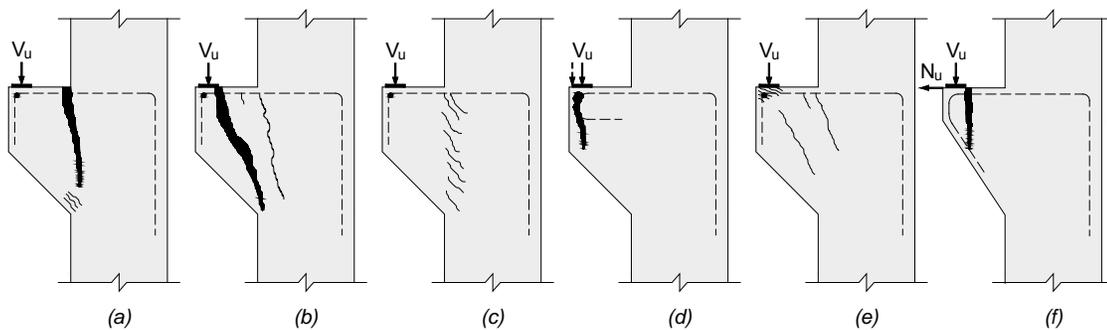


Figura 5.36 Mecanismos de falla en las ménsulas. a) Tensión por Flexión, b) Fisuración Diagonal, c) Cortante Deslizante, d) Fisuración de Anclaje, e) Aplastamiento debido a esfuerzos de apoyo y f) Tensión Horizontal. Adaptado de (Park & Pauley, 1988).

También se han estudiado experimentalmente el efecto de las cargas horizontales que actúan de manera simultánea con las cargas verticales aplicadas a la ménsula. Las cargas horizontales pueden ser de tensión o de compresión. Las primeras suelen ser producidas en la práctica por contracción y flujo plástico del concreto de las vigas que se apoyan sobre la ménsula, o por las acciones de viento o sismo. Es importante considerar su efecto, porque la resistencia de las ménsulas disminuye en relación al caso en que sólo actúan cargas verticales. Por el contrario, las fuerzas horizontales de compresión aumentan la resistencia de las ménsulas y propician un comportamiento menos frágil. Estas fuerzas de

compresión pueden lograrse colocando cierta cantidad de acero que atraviese la ménsula por un ducto, y al cual se le puede aplicar una fuerza de tensión, produciendo como reacción una fuerza de compresión en la ménsula.

Las ménsulas se diseñan para resistir fuerzas de cortante, tensión o compresión, de tal manera que no sobrepasen los estados límite. Los esfuerzos se concentran principalmente en la esquina reentrante de la ménsula. Es necesario que el diseño cumpla con el anclaje adecuado del acero principal a tensión y que se coloque refuerzo horizontal secundario distribuidos a 2/3 del peralte efectivo de la sección; esto con el fin de evitar fallas por tensión diagonal y fallas por cortante directo en la interface de la esquina reentrante. Existen dos maneras de diseñar las ménsulas de concreto estructural de acuerdo al código ACI 318-08; utilizando las disposiciones especiales para ménsula de la Sección 11.8, o con el Apéndice A usando modelos puntal-tensor, el cual se desarrolla en el ejemplo siguiente.

5.4.2 Planteo del Problema

Diseñar una ménsula que se proyecta a partir de una columna cuadrada de 350 mm de lado. La ménsula soporta una fuerza de reacción de una viga prefabricada de 225 kN (V_u), actuando a una distancia de 100 mm desde la cara de la columna. Se asume que en la parte superior de la ménsula se desarrolla una fuerza de tensión horizontal igual a 45 kN (N_{uc}), la cual toma en cuenta las deformaciones por contracción y flujo plástico. En la Figura 5.37 se describe la estructura y las cargas del elemento. Se considera concreto de peso normal con una resistencia a la compresión especificada, f'_c , igual a 34.5 MPa. La resistencia a fluencia del acero, f_y , se toma igual a 414 MPa.

5.4.3 Cálculos

5.4.3.1 Paso 1: Determinar las dimensiones de la placa de apoyo.

Se selecciona una placa de apoyo de 300 mm 150 mm 12.7 mm.

El área de la placa de apoyo es:

$$A_c = 300 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} = 45 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

El esfuerzo de soporte en el punto de carga es igual a:

$$\frac{V_u}{A_c} = \frac{225 \text{ kN} \times 1000}{45 \times 10^3 \text{ mm}^2} = 5 \text{ MPa}$$

Según la sección A.5.2.2 del código ACI 318-08, la zona nodal debajo de la placa de apoyo constituye un nodo CCT, esto implica un factor β_n igual a 0.80. La resistencia efectiva a la compresión de este nodo está limitada a:

$$f_{ce} = 0.85 \beta_n f'_c \quad \text{ACI 318 Ec. A-3}$$

$$f_{ce} = 0.85 (0.80)(34.5 \text{ MPa}) = 23.46 \text{ MPa}$$

Por tanto, el esfuerzo de soporte límite es:

$$\Phi f_{ce} = 0.75 (23.46 \text{ MPa}) = 17.59 \text{ MPa} > 5 \text{ MPa}$$

Las dimensiones seleccionadas de la placa de apoyo son adecuadas.

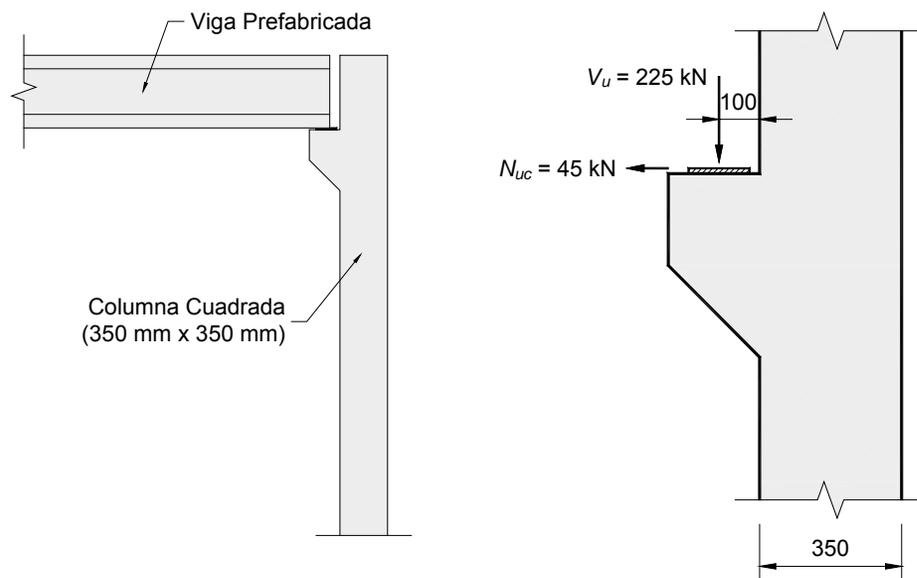


Figura 5.37 Descripción de la estructura y cargas en la ménsula simple.

5.4.3.2 Paso 2: Seleccionar las dimensiones y el método de diseño de la ménsula.

Seleccionar una altura total de la ménsula (en la cara de la columna) de 450 mm. La sección 11.8.2 del código ACI requiere que la altura en el borde exterior del área de apoyo no debe ser menor que la mitad de la profundidad en la cara de la columna. Por tanto, se selecciona una profundidad de 225 mm en el extremo libre de la ménsula. En la Figura 5.38 se resumen las dimensiones seleccionadas para la ménsula.

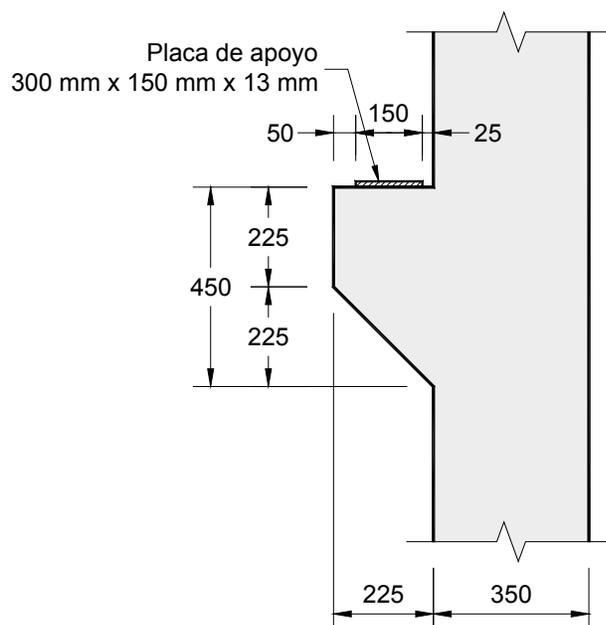


Figura 5.38 Dimensiones seleccionadas para la ménsula simple.

Para considerar las excentricidades de cargas y las tolerancias de fabricación, la posición de la fuerza V_u se trasladará 25 mm desde el centro de la placa de apoyo hacia el borde exterior de la ménsula. Por tanto, la nueva posición de la carga V_u , con respecto a la cara de la columna, es igual a 125 mm.

Se asume que el refuerzo principal de tensión está ubicado a 45 mm de la cara superior de la ménsula, considerando una capa de refuerzo y un recubrimiento de

concreto de aproximadamente 38 mm. Por tanto, $d = 450 \text{ mm} - 45 \text{ mm} = 405 \text{ mm}$. Para utilizar el Apéndice A del ACI, la sección 11.8.1 del código requiere una relación de luz de cortante a altura, a_v/d , menor que 2. Las ménsulas con una relación a_v/d no mayor que 1 pueden ser diseñadas con el método tradicional de la sección 11.8 del código ACI. Para la ménsula en estudio, la relación a_v/d tiene el valor de:

$$\frac{a_v}{d} = \frac{125}{405} = 0.31 < 1$$

Cualquiera de los dos métodos de diseño puede ser utilizado. En este caso, se usará el Apéndice A - Modelo Puntal-Tensor.

5.4.3.3 Paso 3: Establecer el modelo puntal-tensor y determinar las fuerzas requeridas en la armadura.

5.4.3.3.1 Selección del Modelo

En la Figura 5.39 se presenta un análisis elástico de elementos finitos de la ménsula realizado en el programa SAP2000. Con este análisis se puede determinar los patrones de trayectoria de los esfuerzos principales para la creación del modelo puntal-tensor. El análisis elástico (Figura 5.39) permite observar la transmisión de los esfuerzos de compresión, desde el punto de aplicación de la carga a la fibra inferior de la ménsula, mediante un campo de compresión que se expande y que posee esfuerzos de tensión transversal, formándose un puntal en forma de botella en esa región.

En la cara superior de la ménsula se forma un campo de tensión que se representa mediante un tensor horizontal principal. En la zona correspondiente al extremo inferior izquierdo de la columna se aprecia un campo de compresión vertical que se modela como un puntal prismático. El extremo derecho de la columna posee un campo de tensión vertical que corresponde a un tensor. Un tensor horizontal se ubica en la parte inferior del extremo inclinado de la ménsula.

El tensor principal y el tensor vertical se conectan mediante otro puntal en forma de botella. Todo lo anterior se resume en la Figura 5.40, en la cual se superponen la trayectoria de los esfuerzos elásticos y el modelo puntal-tensor seleccionado.

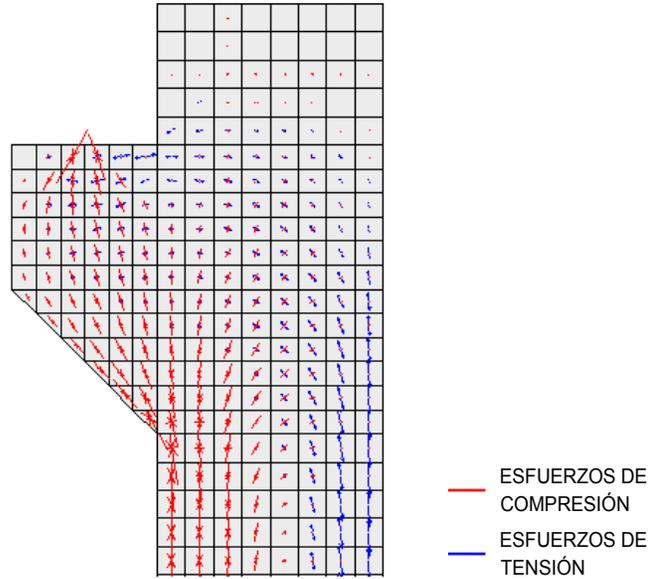


Figura 5.39 Trayectoria de esfuerzos elásticos en la ménsula.

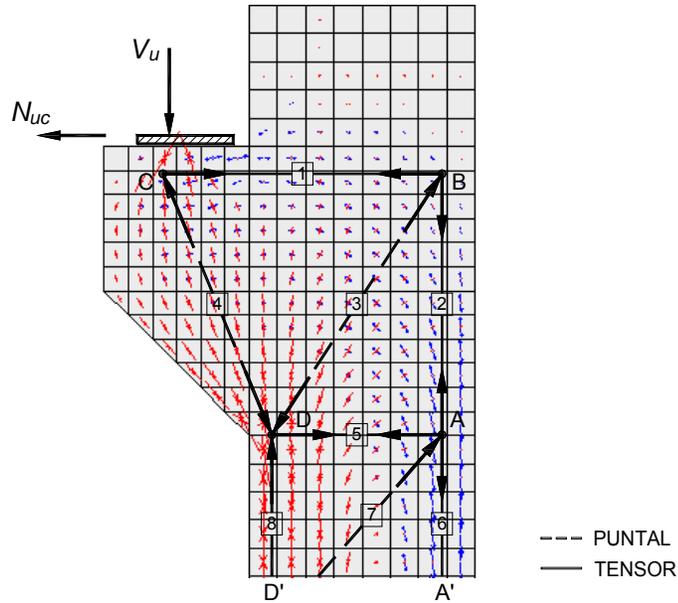


Figura 5.40 Modelo puntal-tensor seleccionado de la ménsula.

5.4.3.3.2 Determinación de las fuerzas en la armadura.

La posición del eje del puntal 8 se puede encontrar calculando su ancho w_s . La fuerza de compresión en este puntal, $F_{u,8}$, se puede obtener planteando la ecuación de momentos respecto al nodo A (ver Figura 5.41), tal como sigue:

$$225 \text{ kN} (9 + 125 + 350 - 45) \text{ mm} + 45 \text{ kN} (450 - 45) \text{ mm} = F_{u,8} \left(350 - 45 - \frac{w_s}{2} \right)$$

$$117,000 \text{ kN-mm} = F_{u,8} \left(305 - \frac{w_s}{2} \right) \quad (5-16)$$

Donde:

$F_{u,8} = \Phi f_{ce} b w_s$, es la fuerza de compresión en el puntal 8, y b es la dimensión fuera del plano de la ménsula.

Al igual que el nodo debajo de la placa de apoyo (nodo C), el nodo D también constituye un nodo CCT. Según la sección A.5.2 del ACI, el esfuerzo límite en la zona nodal D es:

$$\Phi f_{ce} = 0.75 (23.46 \text{ MPa}) = 17.595 \text{ MPa}$$

Por tanto,

$$F_{u,8} = 17.595 \text{ MPa} \times 350 \text{ mm} \times w_s$$

$$F_{u,8} = 6158.25 w_s \quad (5-17)$$

Sustituyendo la ecuación (5-17) en (5-16), se encuentra:

$$3079.13 w_s^2 - 1878.27 \times 10^3 w_s + 117 \times 10^6 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se consigue:

$$\begin{Bmatrix} w_s' \\ w_s'' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 539.58 \text{ mm} \\ 70.42 \text{ mm} \end{Bmatrix}$$

Escoger el valor de 539.58 mm sería ilógico, pues el ancho de la columna es de 350 mm, por lo que se toma el ancho de 70.42 mm. Este valor se redondeará a 71 mm, obteniendo una fuerza de compresión en el puntal 8 de 437.24 kN. Se debe considerar la nueva posición del eje del tensor vertical BA, calculando su ancho w_t :

$$225 \left(9 + 125 + 350 - \frac{w_t}{2} \right) + 45 (450 - 45) = 437.24 \left(350 - \frac{w_t}{2} - 35.5 \right)$$

Resolviendo, se obtiene que:

$$w_t = 97.88 \text{ mm} \sim 98 \text{ mm}$$

De esta manera queda corregida la geometría del reticulado. Las fuerzas requeridas en todos los miembros de la armadura se determinan en base al equilibrio estático de los nodos. La magnitud y dirección de las fuerzas se presentan en la Figura 5.41.

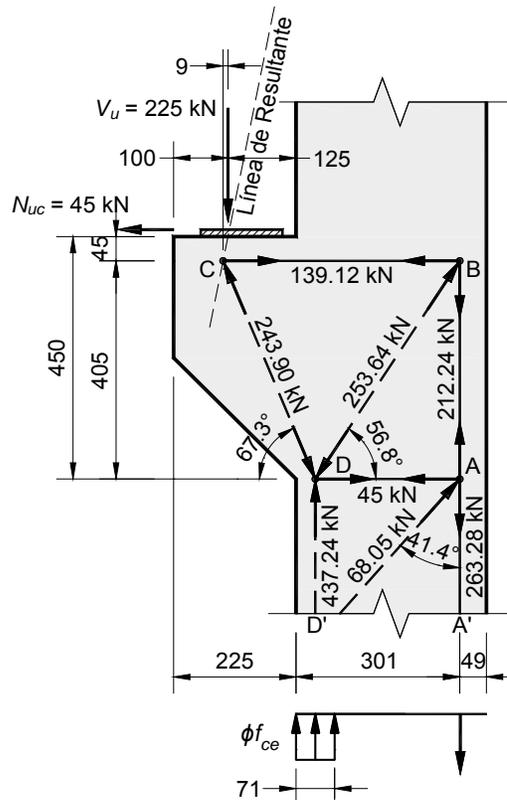


Figura 5.41 Fuerzas en los elementos de la Armadura.

5.4.3.4 Paso 4: Seleccionar la armadura de los tensores.

La cantidad de acero a utilizarse (en los tensores) debe cumplir con las secciones A.2.6 y A.4.1 del código ACI.

$$\Phi F_{nt} = \Phi A_{ts} f_y \leq F_u \quad \text{ACI 318 Ec. A-6}$$

Además, es necesario cumplir con los requerimientos de acero mínimo de la sección 11.8.5.

5.4.3.4.1 Tensor CB

El área de acero requerido para el tensor CB es:

$$A_{ts, CB} = \frac{F_{u, CB}}{\Phi f_y} = \frac{139.12 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 448.05 \text{ mm}^2$$

La sección 11.8.5 del código especifica una cantidad mínima de refuerzo para evitar la posibilidad de una falla súbita, en caso de que la ménsula se fisure bajo la acción del momento de flexión y la fuerza externa de tensión N_{uc} . El área de acero mínima es igual a:

$$A_{ts \text{ mín.}, CB} = 0.04 \left(\frac{f'_c}{f_y} \right) b d \quad (5-18)$$

$$A_{ts \text{ mín.}, CB} = 0.04 \left(\frac{34.5}{414} \right) \times 350 \text{ mm} \times 405 \text{ mm} = 472.5 \text{ mm}^2 > 448.05 \text{ mm}^2$$

Seleccionar 1 capa de 4 refuerzos No. 13, $A_{ts} = 4 (129 \text{ mm}^2) = 516 \text{ mm}^2$.

Como se muestra en la Figura 5.41, el tensor BA tiene una fuerza de tensión mayor que la del tensor CB. Sin embargo, esta fuerza debe ser resistida por el refuerzo longitudinal de la columna. Las 4 barras No. 13 (correspondiente al refuerzo del tensor CB) se extenderán una distancia de 300 mm en dirección hacia abajo en la columna.

5.4.3.4.2 Tensor DA

El área de acero requerido para el tensor DA es:

$$A_{ts, DA} = \frac{F_{u, DA}}{\Phi f_y} = \frac{45 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 144.93 \text{ mm}^2$$

Considerar 2 estribos cerrados No. 10 en la posición del tensor DA, $A_{ts} = 2 \times 2 \times 71 \text{ mm}^2 = 284 \text{ mm}^2$.

5.4.3.5 Paso 5: Dimensionar las zonas nodales y verificar los requisitos de anclaje.

Desde el punto de vista de las zonas nodales y puntales, resulta suficiente verificar solamente las zonas donde se aplican las cargas concentradas externas, las zonas altamente tensionadas (con uno o más tensores) y los puntales más solicitados, debiendo considerar cada una de las resistencias que se puedan presentar de acuerdo al tipo de puntal.

5.4.3.5.1 Zona Nodal C

Para satisfacer el esfuerzo límite de la zona nodal C, es necesario que la profundidad efectiva de concreto para el refuerzo del tensor CB, $w_{t, CB}$, sea al menos igual a:

$$w_{t, CB} = \frac{F_{u, CB}}{\Phi f_{ce} b}$$

$$w_{t, CB} = \frac{139.12 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times [0.85 \times 0.80 \times 34.5 \text{ MPa}] \times 350 \text{ mm}} = 22.59 \text{ mm}$$

Este límite se satisface fácilmente, ya que el ancho disponible del tensor es de $2 \times 45 = 90 \text{ mm}$. La sección 11.8.6 del ACI establece que el anclaje del refuerzo principal de tensión (en la cara frontal de la ménsula) debe realizarse por uno de los métodos siguientes:

- a. Mediante soldadura estructural a una barra transversal de por lo menos el mismo diámetro o un ángulo de tamaño adecuado a través de los extremos de las barras del refuerzo principal de tensión; la soldadura debe diseñarse para desarrollar el f_y del refuerzo principal de tensión.
- b. Mediante doblado hacia atrás del refuerzo principal de tensión para formar un lazo horizontal o,
- c. Mediante algún otro medio de anclaje positivo.

Para anclar el tensor CB, se soldarán las 4 barras No. 13 a un ángulo de acero de 89 mm × 89 mm × 9.5 mm. El diseño de la soldadura se realizará de acuerdo al código (AWS D1.4, 2005), los cálculos se muestran en el anexo C.

Al considerar el efecto de la fuerza N_{uc} en la geometría del nodo C (Figura 5.42), el ancho provisto en la cara de la zona nodal, colindante con el puntal 4, se obtiene de la siguiente ecuación:

$$w_{s,4} = x \sen \theta + y \cos \theta \quad (5-19)$$

Donde:

$$x = l_b + (w_t - e') \tan \gamma \quad (5-20)$$

$$e' = l_b \cos \gamma \sen \gamma \quad (5-21)$$

$$\tan \gamma = \frac{N_{uc}}{V_u} \quad (5-22)$$

$$y = w_t - e' \quad (5-23)$$

Los valores de los términos antes descritos son los siguientes:

$$\tan \gamma = \frac{45}{225} = 0.20 \quad \therefore \gamma = 11.31^\circ$$

$$e' = 150 \times \cos 11.31^\circ \times \sen 11.31^\circ = 28.85 \text{ mm}$$

$$x = 150 + (90 - 28.85) \times \tan 11.31^\circ = 162.23 \text{ mm}$$

$$y = 90 - 28.85 = 61.15 \text{ mm}$$

$$w_{s,4} = 162.23 \times \sen 67.3^\circ + 61.15 \times \cos 67.3^\circ = 173.26 \text{ mm}$$

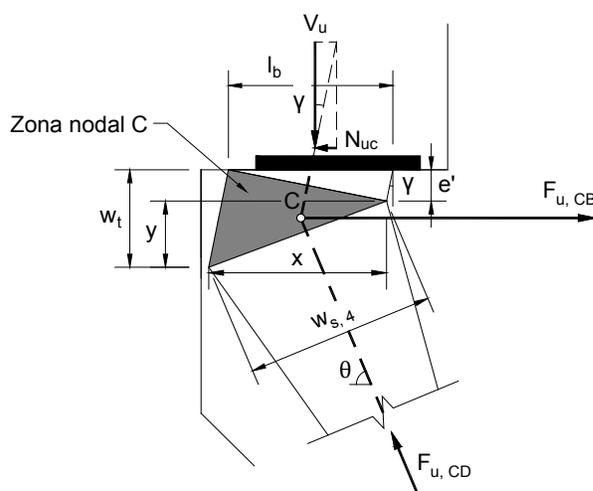


Figura 5.42 Detalle de la zona nodal C bajo cargas actuantes (considerando el efecto de la fuerza N_{uc}).

5.4.3.5.2 Zona Nodal B

El anclaje de la zona nodal B se realiza doblando las barras en 90 grados. La zona de doblado de las barras se representa por dos tensores que son equilibrados por un puntal diagonal a compresión, como se muestra en la Figura 5.43 (Klein, 2008). El diseño de esta zona nodal requiere el cumplimiento de dos criterios:

- (1) El radio de doblado, r_b , debe ser lo suficientemente grande para asegurar que el esfuerzo de compresión radial, impuesto por el puntal diagonal, sea limitado a un nivel permisible. La magnitud de este esfuerzo de compresión depende del radio de doblado.
- (2) La longitud del doblado debe ser suficiente para permitir que el esfuerzo de adherencia circunferencial sea desarrollado a lo largo de la zona de doblado de las barras. Cuando el ángulo θ_c de la Figura 5.43 no es igual a

45 grados, el esfuerzo de adherencia es creado por una diferencia en las fuerzas de los dos tensores.

Además de estos dos criterios, el recubrimiento lateral de las barras dobladas debe ser al menos $2d_b$ para evitar fisuración lateral, donde d_b es el diámetro de las barras. Si este recubrimiento no se provee, el radio requerido debe ser multiplicado por un factor de $2d_b$ dividido por el recubrimiento lateral especificado.

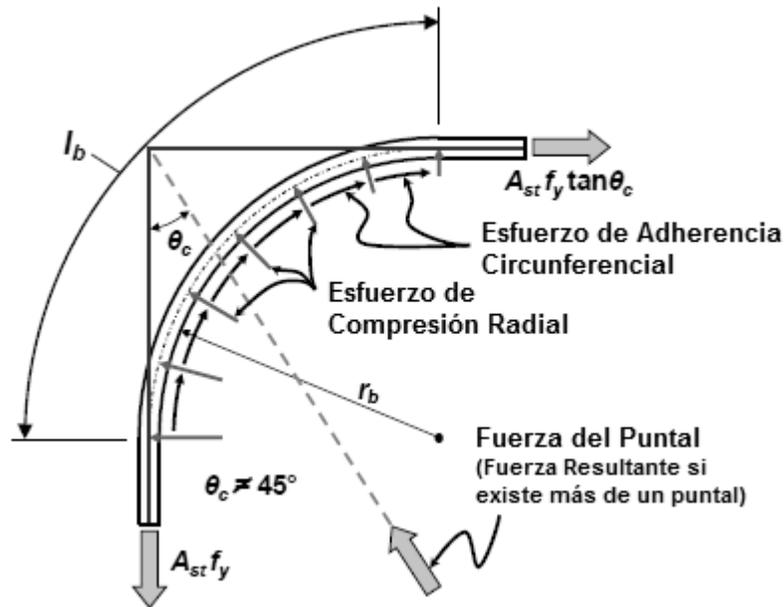


Figura 5.43 Esfuerzos actuantes en un nodo CTT anclado por una barra doblada en 90 grados. Adaptado de (Klein, 2008).

El radio de doblado afecta directamente la magnitud del esfuerzo de compresión que actúa en la zona doblada del refuerzo (Klein, 2008). Para asegurar que la capacidad de la zona nodal sea adecuada, la siguiente ecuación debe ser cumplida:

$$r_b \geq \frac{A_{ts} f_y}{v b f'_c} \quad (5-24)$$

Donde:

r_b = Radio de doblado medido al lado interno de la barra.

A_{ts} = Área total del refuerzo longitudinal de los tensores.

f_y = Esfuerzo de fluencia del refuerzo longitudinal.

v = Factor de eficiencia del concreto en la cara posterior de la zona nodal.

b = Ancho del puntal medido perpendicular al plano del modelo puntal-tensor.

f'_c = Resistencia a compresión del concreto.

Si el nodo consiste de dos o más capas de refuerzo, el término A_{ts} deberá ser tomado como el área total del refuerzo del tensor y el radio r_b deberá ser medido a la capa de refuerzo interior.

Para la zona nodal B, el valor de A_{ts} es de $4 \times 129 = 516 \text{ mm}^2$, y el valor de b es el ancho de la ménsula (350 mm). El valor de v es igual a $0.85 \times 0.60 = 0.51$, para la cara posterior de un nodo CTT.

Como el siguiente cálculo muestra, el radio de doblado debe ser mayor o igual a 34.69 mm para que el refuerzo desarrolle su capacidad completa.

$$r_b \geq \frac{516 \text{ mm}^2 \times 414 \text{ MPa}}{0.51 \times 350 \text{ mm} \times 34.5 \text{ MPa}} = 34.69 \text{ mm}$$

La sección 7.2 del ACI especifica los diámetros mínimos de doblado, para garantizar la capacidad del acero de doblarse sin romperse y para evitar la fisuración o aplastamiento del concreto dentro del doblado del anclaje. De acuerdo a la tabla 7.2 del ACI, el diámetro mínimo de doblado (medido en la cara interior) de una barra No. 13 es $6d_b$. Por tanto, el diámetro mínimo de doblado correspondiente es $6 \times 12.7 \text{ mm} = 76.2 \text{ mm}$. Para satisfacer el límite permisible del esfuerzo de compresión radial, el radio de doblado interno debe ser al menos $76.2/2 = 38.1 \text{ mm}$.

Debido a que la fuerza del tensor BA es diferente a la del tensor CB, el esfuerzo de adherencia circunferencial se desarrolla a lo largo de la zona de doblado para equilibrar la fuerza no balanceada. La longitud de doblado requerida para desarrollar la fuerza no equilibrada alrededor de la esquina de 90 grados, se

proporcionará cuando el radio de doblado de la siguiente expresión recomendada por (Klein, 2008) sea cumplido.

$$r_b \geq \frac{2 l_d (1 - \tan \theta_c)}{\pi} - \frac{d_b}{2} \quad (5-25)$$

Donde:

l_d = Longitud de desarrollo para barras rectas en tensión.

θ_c = Ángulo más pequeño entre el eje del puntal (o la resultante de dos o más puntales) y la extensión de los dos tensores del nodo.

d_b = Diámetro de la barra.

De la Figura 5.44, el valor de θ_c para el nodo B es de 33.21° . Para determinar el radio requerido, la longitud de desarrollo para barras en tensión (l_d) debe ser considerada, obteniéndose de la siguiente manera:

$$l_d = \left(\frac{f_y \psi_t \psi_e}{2.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$$

$$l_d = \frac{414 \times 1.3 \times 1}{2.1 \times 1 \times \sqrt{34.5}} \times 12.7 = 554.14 \text{ mm}$$

Se utiliza un factor de $\psi_t = 1.3$, porque debajo del refuerzo del tensor CB se colocarán más de 300 mm de concreto fresco [Sección 12.2.4 (a) del ACI].

El radio mínimo necesario para permitir que el esfuerzo de adherencia no equilibrado sea desarrollado a lo largo de la circunferencia del doblado debe ser igual a:

$$r_b \geq \frac{2 (554.14 \text{ mm})(1 - \tan 33.21^\circ)}{\pi} - \frac{12.7 \text{ mm}}{2} \geq 115.49 \text{ mm} (\sim 115)$$

Comparando este valor con el radio mínimo requerido para satisfacer el esfuerzo de compresión radial, se revela que r_b debe ser al menos 115 mm. El radio del mandril estándar para barras No. 29 es de aproximadamente 115 mm. Por tanto,

un radio de doblado interno de 115 mm será usado en las barras de refuerzo principal. Las dimensiones de la zona nodal B se representan en la Figura 5.44, con un ancho del puntal de 122 mm.

El recubrimiento lateral (normal al plano del gancho) medido a las barras dobladas debe ser al menos $2d_b$ para evitar fisuración lateral (Klein, 2008). El recubrimiento lateral de las barras en el nodo B debe ser al menos $2 \times 12.7 = 25.4$ mm. El recubrimiento lateral provisto a las barras es de 60 mm > 25.4 mm.

Por último, la longitud de desarrollo del refuerzo correspondiente al tensor CB (a partir de la cara de la columna) tiene que revisarse. Por tratarse de un gancho estándar de 90° , la longitud de desarrollo en tracción se determina según la sección 12.5.2 del ACI.

$$l_{dh} = \frac{0.24\psi_e f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b$$

Al sustituir valores, se obtiene una longitud de desarrollo de:

$$l_{dh} = \frac{0.24 \times 1 \times 414}{1 \times \sqrt{34.5}} \times 12.7$$

$$l_{dh} = 214.84 \text{ mm}$$

La longitud de desarrollo puede ser reducida por los factores de la sección 12.5.3 del ACI. En este caso, no corresponde la aplicación de ningún factor de reducción.

Por lo tanto, $l_{dh} = 214.84$ mm para las varillas No. 13.

La longitud de anclaje provista se determina en base a la geometría de la columna y al recubrimiento en la extensión de las barras en el nodo B, cuyo valor es igual a:

$$l_{prov} = 350 - 42.65 = 307.35 \text{ mm}$$

La longitud de anclaje provista de 307.35 mm es mayor que la requerida de 214.84 mm, logrando de esta manera un anclaje seguro para el refuerzo del tensor CB.

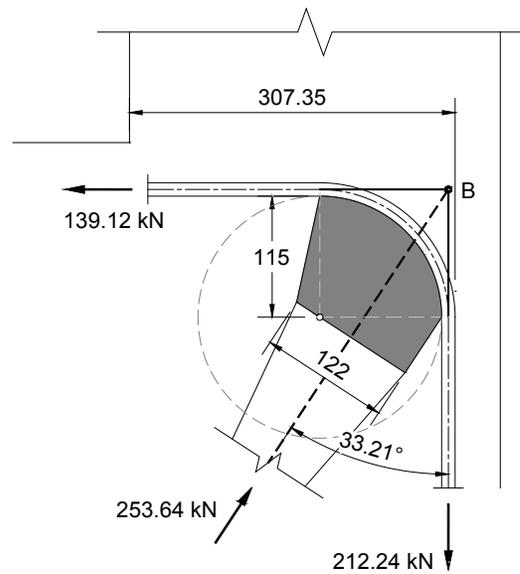
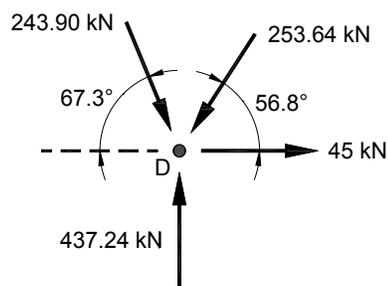


Figura 5.44 Radio de doblado, r_b , en nodo B.

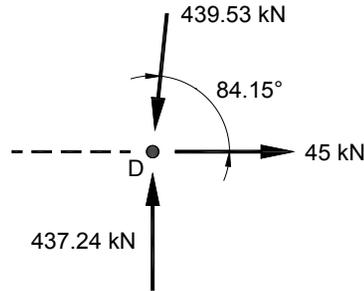
5.4.3.5.3 Zona Nodal D

El ancho en la cara de la zona nodal D, colindante con el puntal 8, fue determinado anteriormente ($w_{s,8} = 71 \text{ mm}$) para satisfacer el esfuerzo límite en dicha zona nodal. En esta región se presenta la concurrencia de cuatro fuerzas; una de tensión y tres de compresión. Debido a que las zonas nodales del método están basadas en la concurrencia de tres fuerzas, dos de las fuerzas presentes en el nodo deben unificarse. Para resolver este problema, primero es necesario realizar un diagrama de cuerpo libre del nodo con las fuerzas que concurren en él.

A continuación se presenta el diagrama de las fuerzas concurrentes en el nodo D.



Las fuerzas en los dos puntales de la parte superior del nodo D pueden ser resueltas en una sola fuerza. Resolviendo las fuerzas CD y BD, se obtiene la magnitud y dirección de la fuerza resultante:



El ancho del puntal resultante debe ser igual o mayor que:

$$w_s \geq \frac{439.53 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times [0.85 \times 0.75 \times 34.5 \text{ MPa}] \times 350 \text{ mm}} = 76.13 \text{ mm}$$

La revisión de la longitud de anclaje del tensor DA (en el nodo D) no es necesaria, por tratarse de estribos cerrados. En la Figura 5.45 se muestra las dimensiones de la zona nodal D.

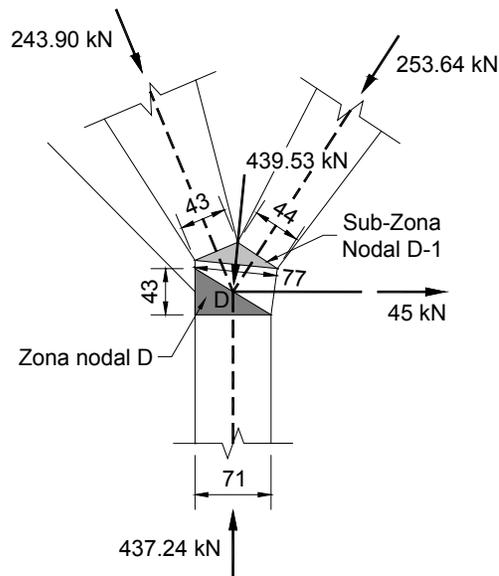


Figura 5.45 Dimensiones de la zona nodal D.

5.4.3.6 Paso 6: Verificar la resistencia de las zonas nodales y puntales.

La resistencia de los puntales se evalúa con las disposiciones de la sección A.3.1 del código ACI. El puntal 4 se revisará en base a las dimensiones determinadas por las zonas nodales C y D. El resto de puntales se verificarán calculando el ancho de los mismos y verificando si cumplen el espacio disponible.

La resistencia efectiva a compresión del concreto de los puntales diagonales 3 y 4 está limitado a:

$$f_{ce} = 0.85 \beta_s f'_c$$

Donde: $\beta_s = 0.75$, puntal en forma de botella [Sección A.3.2.2 (a) del ACI].

Por tanto,

$$f_{ce} = 0.85 (0.75)(34.5 \text{ MPa}) = 21.99 \text{ MPa}$$

El ancho requerido del puntal diagonal 3 es:

$$w_{s,3} = \frac{F_{u,3}}{\Phi f_{ce} b} = \frac{253.64 \text{ kN} \times 1000}{0.75 (21.99 \text{ MPa})(350 \text{ mm})} = 43.94 \text{ mm}$$

Seleccionar un ancho mínimo de 44 mm para el puntal 3. Como $\beta_s = 0.75$, se colocará refuerzo transversal mínimo para limitar la fisuración, los cálculos son descritos en el paso siguiente.

El ancho requerido del puntal 4 es igual a:

$$w_{s,4} = \frac{243.9 \text{ kN} \times 1000}{0.75 (21.99 \text{ MPa})(350 \text{ mm})} = 42.25 \text{ mm}$$

El menor ancho provisto al puntal 4 es de 43 mm, siendo ésta una dimensión que cumple satisfactoriamente con los requisitos de resistencia.

La revisión de la resistencia de los puntales y zonas nodales del modelo se presentan en la Tabla 5.5 y Tabla 5.6, respectivamente.

Tabla 5.5 Revisión de puntales en el MPT de la ménsula simple.

Elemento No.	Nodo i-j	β_s	F_u (kN)	$W_{\min, req.}$ (mm)	$W_{prov.}$ (mm)	Factor de Demanda	¿Verifica?
3	B-D1	0.75	253.64	43.94	44	1.00	SI
4	C-D1	0.75	243.90	42.25	43	0.98	SI
7 ¹⁰	A-D'	0.60	68.05	14.73	48	0.31	SI
8	D-D'	1.00	437.24	56.80	71	0.80	SI
3-4	D-D1	0.75	439.53	76.13	77	0.99	SI

Tabla 5.6 Revisión de zonas nodales en el MPT de la ménsula simple.

Nodo No.	Tipo	β_n	Tipo	#	F_u (kN)	$W_{req.}$ (mm)	$W_{prov.}$ (mm)	Factor de Demanda	¿Verifica?
A	CTT	0.60	T	6,2	51.04	11.05	98	0.11	SI
			T	5	45	9.74	76	0.13	SI
			C	7	68.05	14.73	48	0.31	SI
B	CTT	0.60	T	1	139.12	30.12	90	0.33	SI
			T	2	212.24	45.95	98	0.47	SI
			C	3	253.64	54.92	122	0.45	SI
C	CCT	0.80	C	R_u	229.46	43.47	147	0.30	SI
			T	1	139.12	22.59	90	0.25	SI
			C	4	243.90	46.21	173	0.27	SI
D	CCT	0.80	C	3-4	439.53	71.37	77	0.93	SI
			T	5	45	7.31	43	0.17	SI
			C	8	437.24	71	71	1.00	SI

¹⁰ Se consideró $\beta_s = 0.60$ por tratarse de un puntal en forma de botella sin refuerzo transversal.

Nodo No.	Tipo	β_n	Tipo	F_u #	(kN)	$w_{req.}$ (mm)	$w_{prov.}$ (mm)	Factor de Demanda	¿Verifica?
D1	CCC	1.00	C	3	253.64	32.95	44	0.75	SI
			C	4	243.90	31.68	43	0.74	SI
			C	3-4	439.53	57.10	77	0.74	SI

5.4.3.7 Paso 7: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración.

La sección 11.8.4 del ACI establece que se necesitan estribos cerrados paralelos al refuerzo requerido por el tensor CB, para evitar una falla prematura de tracción diagonal de la ménsula. Estos estribos deben distribuirse uniformemente dentro de los 2/3 de la profundidad efectiva adyacente al refuerzo principal del tensor CB, es decir, $2/3 (405) = 270$ mm.

El área requerida de los estribos cerrados debe ser mayor que:

$$A_h = 0.5 (A_{ts} - A_n)$$

Donde: A_n es el área de refuerzo que resiste la fuerza de tensión N_{uc} . Por tanto, el área mínima requerida es:

$$A_h = 0.5 \left(A_{ts} - \frac{N_{uc}}{\Phi f_y} \right)$$

$$A_h = 0.5 \left[516 \text{ mm}^2 - \frac{45 \text{ kN} \times 1000}{0.75 (414 \text{ MPa})} \right] = 185.54 \text{ mm}^2$$

Probar con 3 estribos cerrados No. 10, $A_v = 3 (2)(71) = 426 \text{ mm}^2$, con una separación media de $270/3 = 90$ mm. Debido a que se consideró $\beta_s = 0.75$ para los puntales diagonales 3 y 4, el refuerzo mínimo provisto debe satisfacer la siguiente expresión:

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \text{sen } \alpha_i \geq 0.003 \quad \text{ACI 318 Ec. A-4}$$

Donde: α_i es el ángulo formado por el eje del refuerzo mínimo y el eje del puntal. El espaciamiento del refuerzo mínimo no debe exceder el menor de $d/2$ o 300 mm. La sección A.3.3.2 del ACI recomienda que α_i debe ser mayor que 40° , porque solamente se proveerá refuerzo en la dirección horizontal, esto debido a que la relación luz de cortante-profundidad de la ménsula es menor que 1. Cuando la relación a_v/d excede la unidad, las fisuras diagonales de tracción son menos inclinadas y no es apropiado el empleo solamente de estribos horizontales como lo especifica la sección 11.8.4 del ACI. En este caso, también se debe utilizar estribos verticales.

En base a la cantidad de refuerzo provisto y al ángulo del puntal 3 (es decir, el menor ángulo entre un puntal y el refuerzo mínimo), se obtiene que:

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \text{sen } \alpha_i = \frac{2 \times 71 \text{ mm}^2}{350 \text{ mm} \times 90 \text{ mm}} \text{sen } 56.8^\circ = 0.00377$$

Este valor es mayor que el requerido de 0.003. Usar 3 estribos cerrados No. 10 con una separación de 90 mm, distribuidos en una profundidad de 270 mm a partir del centroide del tensor CB.

5.4.4 Detallamiento

En este paso se unifican las cantidades de refuerzo obtenidas bajo las cargas actuantes. El detallamiento se realiza cumpliendo con los requisitos estipulados por el ACI 318-08 y ACI 315-04. En la Figura 5.47 se ilustran los detalles del refuerzo de la ménsula simple.

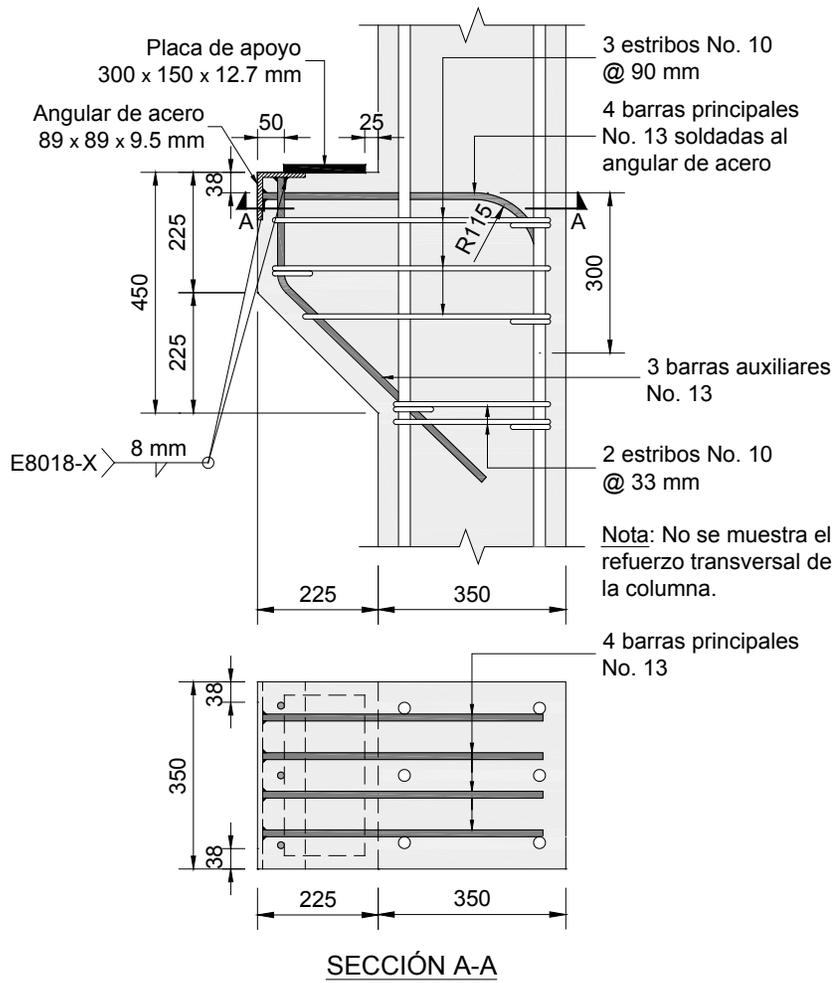


Figura 5.47 Detalles del refuerzo de la ménsula simple.

5.5 Ejemplo 3b: Ménsula Doble

5.5.1 Planteo del Problema

Diseñar una ménsula doble, que se proyecta a partir de una columna interior, usando el modelo puntal-tensor de acuerdo con el ACI 318-08. La ménsula soporta una fuerza de reacción de una viga prefabricada de 270 kN (V_u), actuando en ambos lados a una distancia de 150 mm a partir de la cara de la columna. Para tomar en cuenta las deformaciones por contracción y flujo plástico, se asume que a cada lado de la parte superior de la ménsula se desarrolla una fuerza de tensión horizontal factorada igual a 60 kN (N_{uc}). La columna es cuadrada de 350 mm de lado. La columna superior soporta una carga factorada de compresión axial igual a 1200 kN (P_u). En la Figura 5.48 se describe la estructura y las cargas de la ménsula doble. Se considera concreto de peso normal con una resistencia a la compresión, f'_c , igual a 34.5 MPa. La resistencia a fluencia del acero, f_y , se toma igual a 414 MPa.

5.5.2 Cálculos

5.5.2.1 Paso 1: Determinar las dimensiones de la placa de apoyo.

Seleccionar una placa de apoyo de 300 mm × 150 mm × 12.7 mm. El área de la placa de apoyo es:

$$A_c = 300 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} = 45 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

El esfuerzo de soporte en los puntos de carga es igual a:

$$\frac{V_u}{A_c} = \frac{270 \text{ kN} \times 1000}{45 \times 10^3 \text{ mm}^2} = 6 \text{ MPa}$$

La zona nodal debajo de la placa de apoyo constituye un nodo CCT, esto implica un factor β_n igual a 0.80. La resistencia efectiva a la compresión de este nodo está limitada a:

$$f_{ce} = 0.85 (0.80)(34.5 \text{ MPa}) = 23.46 \text{ MPa}$$

Por tanto, el esfuerzo de soporte límite es:

$$\Phi f_{ce} = 0.75 (23.46 \text{ MPa}) = 17.59 \text{ MPa}$$

Como este valor es mayor que el esfuerzo de soporte actuante en los puntos de carga, las dimensiones seleccionadas de la placa de apoyo son adecuadas.

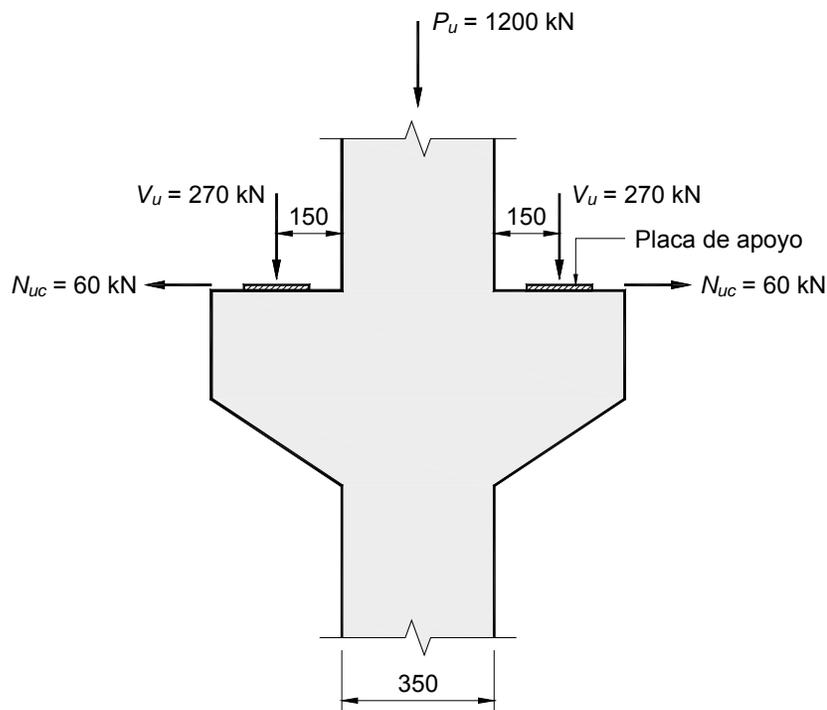


Figura 5.48 Descripción de la estructura y cargas en la ménsula doble.

5.5.2.2 Paso 2: Seleccionar las dimensiones de la ménsula doble.

Para utilizar el Apéndice A del ACI, la sección 11.8.1 del código requiere una relación de luz de cortante a altura, a_v/d , menor que 2. Además, la sección 11.8.2 establece que la altura en la parte exterior del área de apoyo no debe ser menor de $0.5d$. Por lo tanto, se selecciona una altura total de 450 mm en la cara de la columna y una distancia de 250 mm en el extremo libre de la ménsula. En la Figura 5.49 se resumen las dimensiones seleccionadas para la ménsula doble.

Similar al diseño de la ménsula simple, la posición de la fuerza V_u se trasladará 25 mm desde el centro de la placa de apoyo hacia el borde exterior de la ménsula, para considerar excentricidades de cargas y tolerancias de fabricación. Por tanto, la nueva posición de V_u , con respecto a la cara de la columna, es igual a 175 mm.

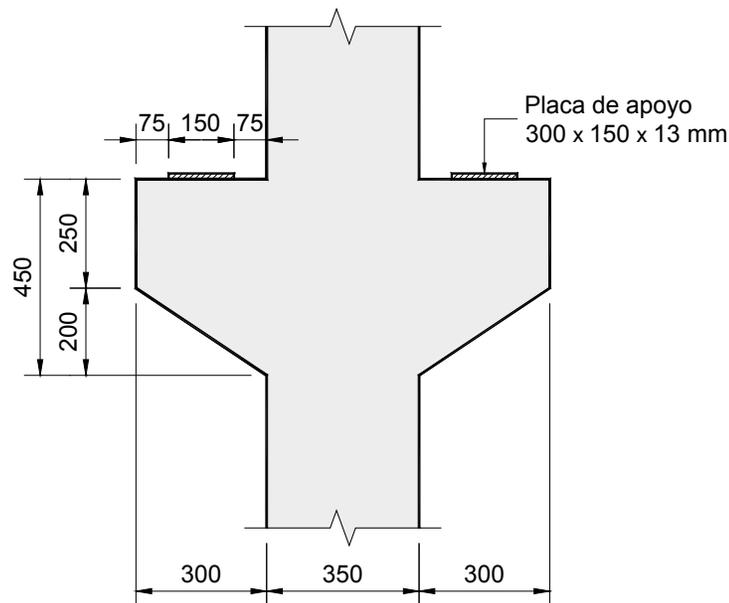


Figura 5.49 Dimensiones seleccionadas para la ménsula doble.

Se asumirá que el tensor del modelo está ubicado a 50 mm de la cara superior de la ménsula, considerando dos capas de refuerzo y un recubrimiento de concreto de aproximadamente 32 mm. Por tanto, $d = 450 \text{ mm} - 50 \text{ mm} = 400 \text{ mm}$. Para la ménsula doble, la relación a_v/d tiene el valor de 0.44. El Apéndice A del ACI puede ser utilizado.

5.5.2.3 Paso 3: Establecer el modelo puntal-tensor y determinar las fuerzas requeridas en la armadura.

5.5.2.3.1 Selección del Modelo

En la Figura 5.50 se presenta un análisis elástico de elementos finitos de la ménsula doble, realizado en el programa SAP2000, en el que se determina los

patrones de trayectoria de los esfuerzos principales dentro del elemento. Se muestra claramente la formación de un tensor horizontal que une los puntos de carga en el borde superior de la ménsula. Los esfuerzos de compresión se extienden desde los puntos de carga hasta la fibra inferior de la ménsula mediante campos inclinados en forma de botella. Se observan campos verticales a compresión que reciben tanto las cargas de la ménsula como de la columna (puntales prismáticos). También se observa un campo de compresión horizontal (puntal prismático) en la porción inferior de la ménsula, que une los puntales verticales de la columna.

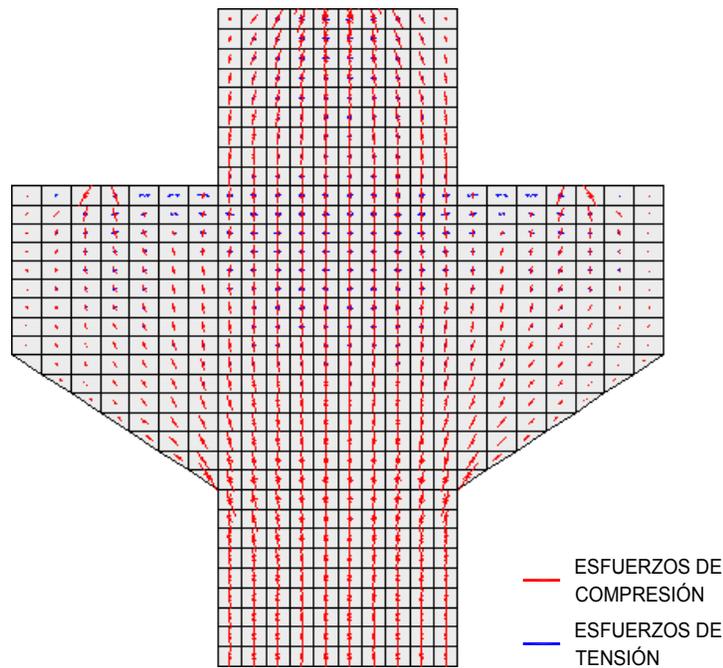


Figura 5.50 Trayectoria de esfuerzos elásticos en la ménsula doble.

A partir del análisis de trayectoria de los esfuerzos elásticos se puede elaborar un modelo puntal-tensor bastante simple. En la Figura 5.51 se observa la superposición de la trayectoria de esfuerzos con el MPT seleccionado para la ménsula doble.

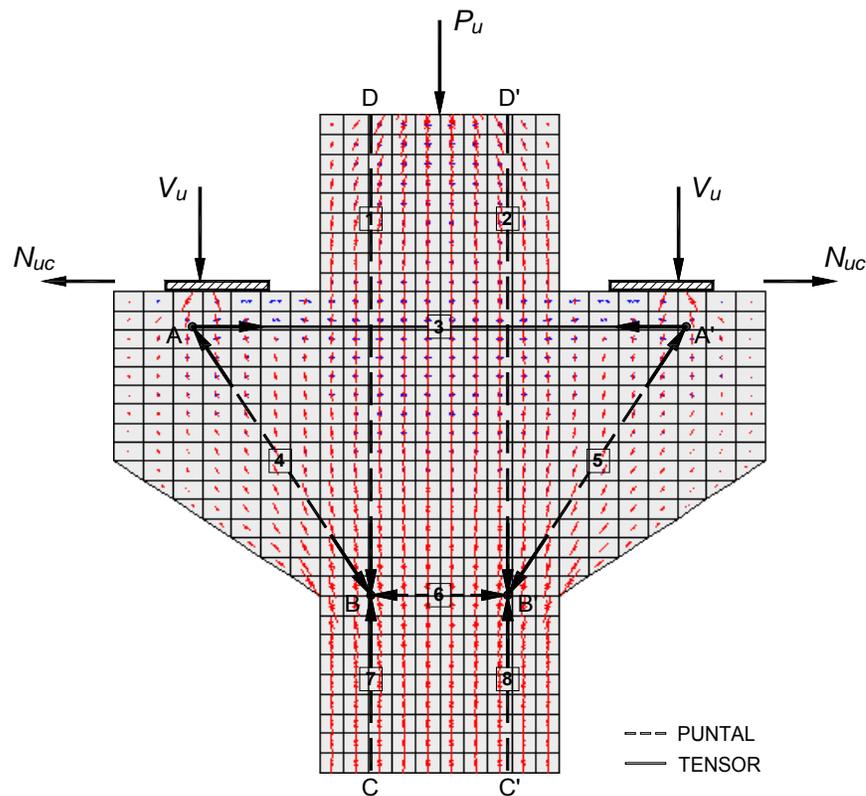


Figura 5.51 Superposición de la trayectoria de esfuerzos con el MPT seleccionado.

5.5.2.3.2 Determinación de las fuerzas en la armadura.

La carga axial de la columna, P_u , se resuelve en dos cargas iguales y paralelas, cuyas rectas de acción coinciden con los puntales 7 y 8. La ubicación del puntal 7 se puede encontrar calculando su ancho $w_{s,7}$. El valor de este ancho se obtiene de:

$$w_{s,7} = \frac{F_{u,7}}{\Phi f_{ce} b}$$

Donde: $F_{u,7}$ es la fuerza de compresión en el puntal 7, y b es la dimensión fuera del plano de la ménsula. La fuerza en el puntal 7 tiene el valor de $F_{u,7} = 270 + 1200/2 = 870$ kN. Debido a que la zona nodal B constituye un nodo totalmente comprimido (CCC) y que el puntal 7 es de tipo prismático, la resistencia efectiva a compresión, f_{ce} , es igual a:

$$f_{ce} = 0.85 \beta_s f'_c$$

$$f_{ce} = 0.85 (1)(34.5 \text{ MPa}) = 29.32 \text{ MPa}$$

Por tanto, el ancho requerido del puntal 7 es:

$$w_{s,7} = \frac{870 \text{ kN} \times 1000}{0.75 (29.32 \text{ MPa})(350 \text{ mm})} = 113.04 \text{ mm}$$

El ancho de los puntales prismáticos 7 y 8 se fijará en 150 mm. De esta manera, la geometría del MPT queda corregida. El puntal 4 tiene una proyección horizontal de $11.1 + 175 + 150/2 = 261.1 \text{ mm}$.

Las fuerzas en los miembros del MPT se determinan en base a las condiciones de equilibrio estático. La ubicación y orientación de los puntales y tensores se definen por la posición de los nodos. Estas fuerzas se presentan en la Figura 5.52.

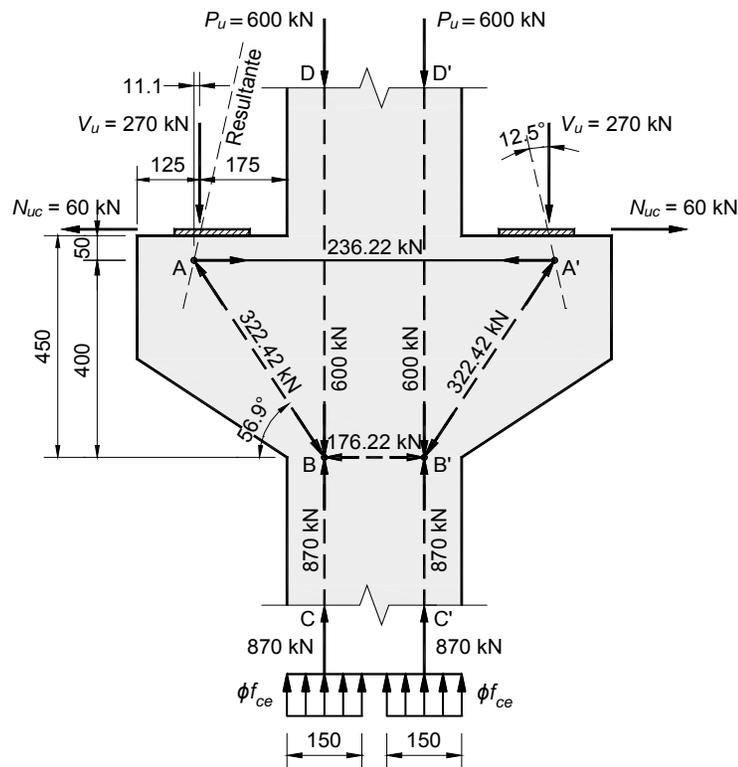


Figura 5.52 Fuerzas en los elementos del reticulado.

5.5.2.4 Paso 4: Seleccionar la armadura de los tensores.

El área de acero requerido para el tensor AA' es:

$$A_{ts, AA'} = \frac{F_{u, AA'}}{\Phi f_y} = \frac{236.22 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 760.77 \text{ mm}^2$$

La sección 11.8.5 del código especifica una cantidad mínima de refuerzo para las ménsulas. El área de acero mínima es igual a:

$$A_{ts \text{ mín.}, AA'} = 0.04 \left(\frac{f'_c}{f_y} \right) b d$$

$$A_{ts \text{ mín.}, AA'} = 0.04 \left(\frac{34.5}{414} \right) \times 350 \times 400 = 466.67 \text{ mm}^2$$

Considerar 6 barras No. 13, $A_{ts} = 6 (129) = 774 \text{ mm}^2 > 760.77 \text{ mm}^2$. Estas barras se dispondrán en 2 capas. Se colocarán 4 refuerzos en la primera capa y 2 en la segunda.

5.5.2.5 Paso 5: Dimensionar las zonas nodales y verificar los requisitos de anclaje.

Las dimensiones de las zonas nodales deben ser tal que los esfuerzos que actúan en sus caras deben estar dentro del límite permisible.

5.5.2.5.1 Zona Nodal A

Para satisfacer el esfuerzo límite de la zona nodal A, es necesario que la profundidad efectiva de concreto para el refuerzo del tensor AA', $w_{t, AA'}$, sea al menos igual a:

$$w_{t, AA'} = \frac{F_{u, AA'}}{\Phi f_{ce} b}$$

$$w_{t, AA'} = \frac{236.22 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times [0.85 \times 0.80 \times 34.5 \text{ MPa}] \times 350 \text{ mm}} = 38.36 \text{ mm}$$

Este límite se cumple satisfactoriamente, ya que el ancho disponible del tensor es de $2 \times 50 = 100$ mm.

Para anclar el tensor AA', se soldarán las 6 barras No. 13 a un ángulo de acero de $127 \text{ mm} \times 127 \text{ mm} \times 9.5 \text{ mm}$. El ancho provisto en la cara de la zona nodal, colindante con el puntal 4, es igual a 176 mm. Este valor se determinó de acuerdo a las ecuaciones (5-19) a (5-23). Las dimensiones de la zona nodal A se presentan en la Figura 5.53.

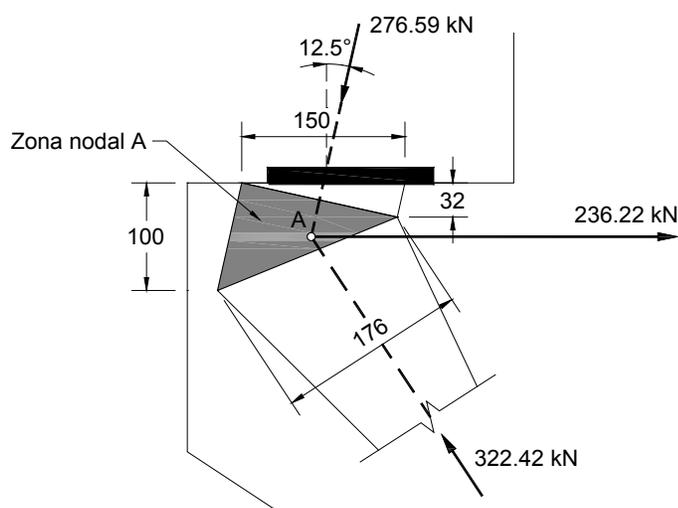
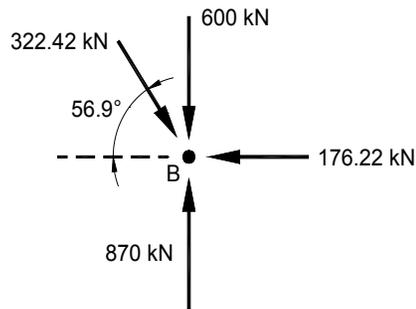


Figura 5.53 Dimensiones de la zona nodal A.

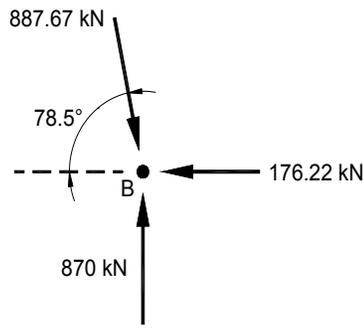
5.5.2.5.2 Zona Nodal B

El ancho en la cara de la zona nodal B, colindante con el puntal 7, fue provisto anteriormente ($w_{s,7} = 150$ mm), cuyo valor satisface el esfuerzo límite en dicha zona nodal. En esta región se presenta la concurrencia de cuatro fuerzas de compresión. Debido a que las zonas nodales del método están basadas en la concurrencia de tres fuerzas, dos de las fuerzas presentes en el nodo deben unificarse.

A continuación se presenta el diagrama de cuerpo libre de las fuerzas concurrentes en el nodo B.



Resolviendo las fuerzas AB y BD, se obtiene:



El ancho del puntal resultante debe ser igual o mayor que:

$$w_s \geq \frac{887.67 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times [0.85 \times 0.75 \times 34.5 \text{ MPa}] \times 350 \text{ mm}} = 153.75 \text{ mm}$$

Por tanto, el ancho mínimo del puntal resultante se fijará en 154 mm y la dimensión del puntal 6 s será de 65 mm. En la Figura 5.54 se muestra las dimensiones de la zona nodal B. De esta manera, todas las dimensiones provistas de las zonas nodales cumplen satisfactoriamente.

5.5.2.6 Paso 6: Verificar la resistencia de las zonas nodales y puntales.

La resistencia de los puntales se evalúa con las disposiciones de la sección A.3.1 del código ACI. El puntal 4 se revisará en base a las dimensiones determinadas por las zonas nodales A y B. El resto de puntales se verificarán calculando el ancho de los mismos y verificando si cumplen el espacio disponible.

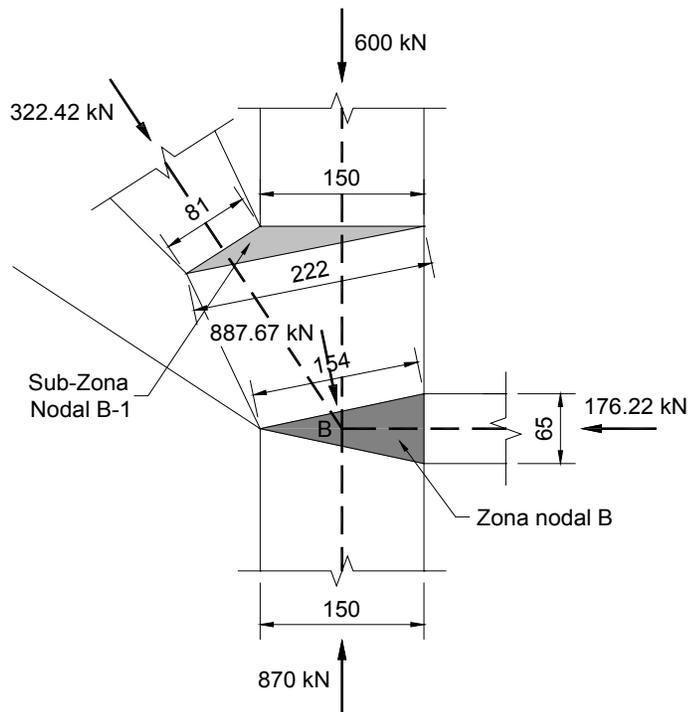


Figura 5.54 Dimensiones de la zona nodal B.

La resistencia efectiva a compresión del concreto en el puntal diagonal 4 está limitado a:

$$f_{ce} = 0.85 \beta_s f'_c$$

Donde: $\beta_s = 0.75$, puntal en forma de botella [Sección A.3.2.2 (a) del ACI].

Por tanto, $f_{ce} = 0.85 (0.75)(34.5 \text{ MPa}) = 21.99 \text{ MPa}$

El ancho requerido del puntal diagonal 4 es:

$$w_{s,4} = \frac{F_{u,4}}{\Phi f_{ce} b} = \frac{322.42 \text{ kN} \times 1000}{0.75 (21.99 \text{ MPa})(350 \text{ mm})} = 55.85 \text{ mm}$$

Seleccionar un ancho mínimo de 81 mm para el puntal 4. Se colocará refuerzo transversal mínimo, puesto que β_s es igual a 0.75, los cálculos son descritos en el paso siguiente.

El esfuerzo límite del puntal 1 y del puntal 6 es igual a:

$$\Phi f_{ce} = 0.75 (0.85 \beta_s f'_c) = 0.75 [0.85 \times 1 \times 34.5 \text{ MPa}] = 21.99 \text{ MPa}$$

Por tanto, el ancho requerido del puntal 1 es:

$$w_{s,1} = \frac{600 \text{ kN} \times 1000}{(21.99 \text{ MPa})(350 \text{ mm})} = 77.96 \text{ mm}$$

Y el ancho requerido del puntal 6 es:

$$w_{s,6} = \frac{176.22 \text{ kN} \times 1000}{(21.99 \text{ MPa})(350 \text{ mm})} = 22.90 \text{ mm}$$

Seleccionar un ancho de 65 mm para el puntal 6 y fijar el ancho del puntal 1 igual al del puntal 7, es decir, $w_{s,1} = w_{s,7} = 150 \text{ mm}$.

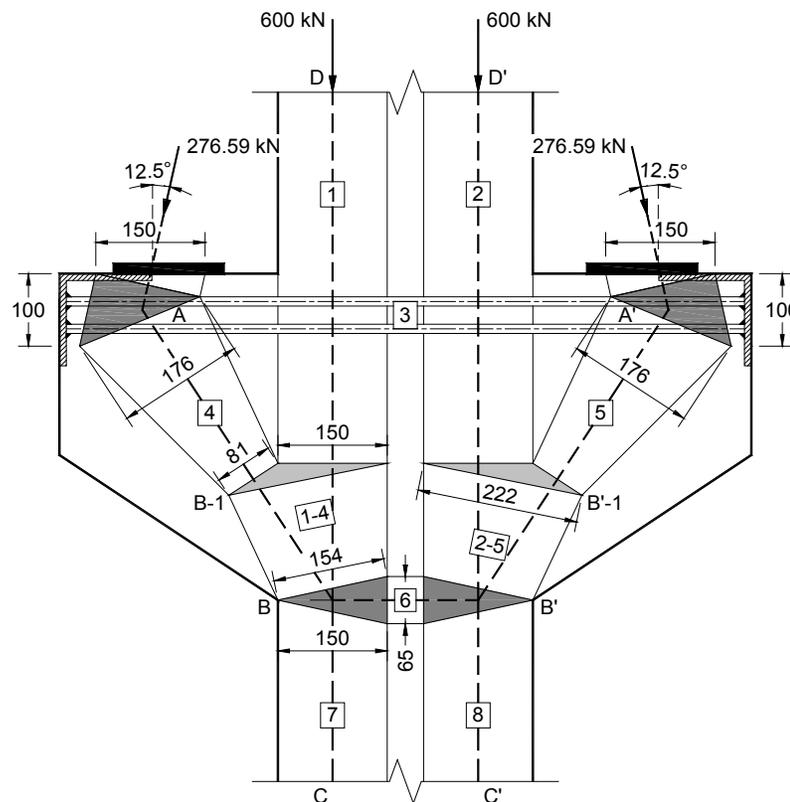


Figura 5.55 Dimensiones de los elementos del MPT de la ménsula doble.

Todas las dimensiones de los elementos del MPT se encuentran dentro de los límites de la ménsula doble, tal como se muestra en la Figura 5.55. El ancho provisto y resistencia de cada uno de los puntales se presentan en la Tabla 5.7.

Tabla 5.7 Revisión de puntales en el MPT de la ménsula doble.

Elemento No.	Nodo i-j	β_s	F_u (kN)	$w_{\text{mín, req.}}$ (mm)	$w_{\text{prov.}}$ (mm)	Factor de Demanda	¿Verifica?
1	B1-D	1.00	600	77.96	150	0.52	SI
4	A-B1	0.75	322.42	55.85	81	0.69	SI
6	B-B'	1.00	176.22	22.90	65	0.35	SI
7	B-C	1.00	870	113.04	150	0.75	SI
1-4	B-B1	0.75	887.67	153.75	154	1.00	SI

Para el puntal 1-4 se consideró un factor $\beta_s = 0.75$, por tratarse de un campo de compresión que resulta de la combinación de un puntal prismático y otro en forma de botella (condición crítica). La revisión de la resistencia de cada zona nodal del modelo se presenta en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8 Revisión de zonas nodales en el MPT de la ménsula doble.

Nodo No.	Nodo Tipo	β_n	Tipo	F_u #	F_u (kN)	$w_{\text{req.}}$ (mm)	$w_{\text{prov.}}$ (mm)	Factor de Demanda	¿Verifica?
A	CCT	0.80	T	3	236.22	38.36	100	0.38	SI
			C	4	322.42	61.08	176	0.35	SI
			C	R_u	276.59	52.40	146	0.36	SI
B	CCC	1.00	C	1-4	887.67	115.31	154	0.75	SI
			C	6	176.22	22.90	65	0.35	SI
			C	7	870	113.04	150	0.75	SI

Nodo No.	Tipo	β_n	Tipo	F_u		$w_{req.}$ (mm)	$w_{prov.}$ (mm)	Factor de Demanda	¿Verifica?
				#	(kN)				
B1	CCC	1.00	C	1	600	77.96	150	0.52	SI
			C	4	322.42	41.88	81	0.52	SI
			C	1-4	887.67	115.31	222	0.52	SI

5.5.2.7 Paso 7: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración.

La sección 11.8.4 del ACI establece que se necesitan estribos cerrados paralelos al refuerzo requerido por el tensor AA', para evitar una falla prematura de tracción diagonal de la ménsula. Estos estribos deben distribuirse uniformemente dentro de los 2/3 de la profundidad efectiva adyacente al refuerzo principal, es decir, $2/3 (400) = 266.67$ mm. Seleccionar una distancia de 267 mm.

El área requerida de los estribos cerrados debe ser mayor que:

$$A_h = 0.5 (A_{ts} - A_n)$$

Donde: A_n es el área de refuerzo que resiste la fuerza de tensión N_{uc} . Por tanto, el área mínima requerida es:

$$A_h = 0.5 \left(A_{ts} - \frac{N_{uc}}{\Phi f_y} \right)$$

$$A_h = 0.5 \left[774 \text{ mm}^2 - \frac{60 \text{ kN} \times 1000}{0.75 (414 \text{ MPa})} \right] = 290.38 \text{ mm}^2$$

Probar con 3 estribos cerrados No. 10, $A_v = 3 (2)(71) = 426 \text{ mm}^2$, con una separación media de $267/3 = 89$ mm. Debido a que se consideró $\beta_s = 0.75$ para los puntales diagonales 4 y 5, el refuerzo mínimo provisto debe satisfacer la siguiente expresión:

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \text{sen } \alpha_i \geq 0.003 \quad \text{ACI 318 Ec. A-4}$$

Donde: α_i es el ángulo formado por el eje del refuerzo mínimo y el eje del puntal. El espaciamiento del refuerzo mínimo no debe exceder el menor de $d/2$ o 300 mm. La sección A.3.3.2 del ACI recomienda que α_i debe ser mayor que 40° , porque solamente se proveerá refuerzo en la dirección horizontal, esto debido a que la relación luz de cortante-profundidad de la ménsula es menor que 1.

En base a la cantidad de refuerzo provisto y al ángulo del puntal 4 (con respecto al plano horizontal), se obtiene que:

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \text{sen } \alpha_i = \frac{2 \times 71 \text{ mm}^2}{350 \text{ mm} \times 89 \text{ mm}} \text{sen } 56.9^\circ = 0.00382 > 0.003$$

Como esta cantidad de refuerzo satisface ambos requisitos, se colocarán 3 estribos cerrados No. 10 con una separación de 89 mm, distribuidos en una profundidad de 267 mm a partir del centroide del tensor AA'.

5.5.3 Detallamiento

En este paso se unifican las cantidades de refuerzo obtenidas bajo las cargas actuantes. El detallamiento se realiza cumpliendo con los requisitos estipulados por el ACI 318-08 y ACI 315-04. En la Figura 5.56 se ilustran los detalles del refuerzo de la ménsula doble.

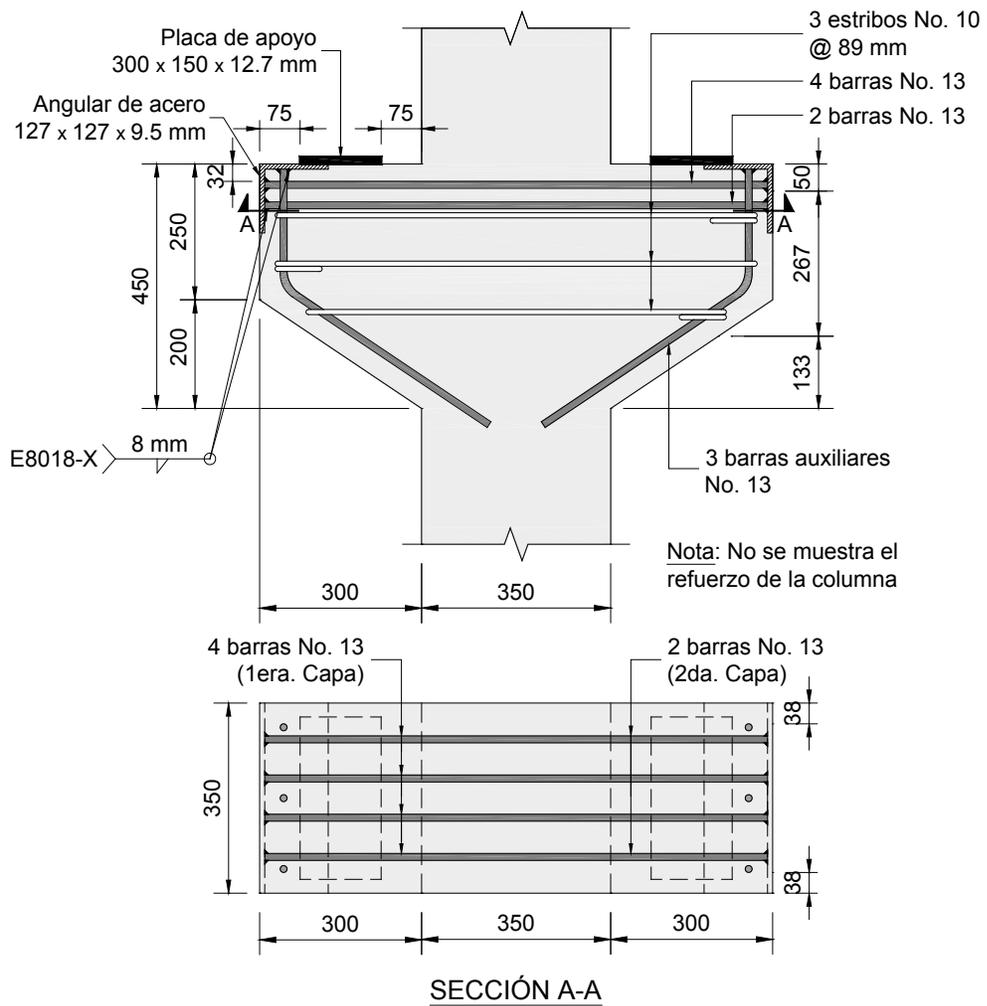


Figura 5.56 Detalles del refuerzo de la ménsula doble.

5.6 Ejemplo 4: Muros de Corte de Baja Altura

5.6.1 Introducción

La experiencia acumulada en eventos sísmicos ha demostrado que el correcto diseño de los muros estructurales, es un componente fundamental en el buen desempeño sísmico de un edificio.

Los muros de corte con relación altura-longitud menor que dos ($h_w/l_w < 2$), son ampliamente utilizados en edificios de baja altura. Este tipo de elementos se definen como muros de corte de baja altura. El diseño de los muros cortos resulta problemático debido a que los métodos convencionales (basados en análisis seccionales), no representan adecuadamente su comportamiento mecánico, debido a que en los cálculos separa a la flexión y del corte, omitiendo el hecho que ambas están íntimamente relacionadas (Park & Pauley, 1988).

Por lo general los muros de corte de baja altura sólo transmiten cargas de gravedad de baja magnitud, razón por la cual se puede ignorar su efecto benéfico en la resistencia al corte. La demanda de acero a flexión también será pequeña en la mayoría de los casos, debido al brazo de palanca interno disponible relativamente grande (Park & Pauley, 1988).

En años recientes se han realizado estudios con el objetivo de definir una metodología de diseño que estime la capacidad a corte de este tipo de muros. Investigadores como (Hwang, et al., 2001) y (Carrillo & Alcocer, 2010), proponen el uso de modelos puntal-tensor para este propósito.

En este ejemplo se adaptarán algunos de los conceptos expuestos en investigaciones anteriores con el objetivo de definir una metodología que cumpla con los criterios expuestos en el apéndice A del ACI-318. Además se pretende mostrar las ventajas del uso de la herramienta para el análisis y diseño de modelos puntal-tensor CAST (Tjhin, 2002) y del programa de optimización topológica ForcePad (Division of Structural Mechanics, 2008).

5.6.2 Planteamiento del Problema

Determinar el cortante último que resiste el muro, ensayado bajo carga lateral cíclica reversible, mostrado en la Figura 5.57. El concreto reforzado utilizado posee las siguientes propiedades mecánicas $f'_c = 24.8$ MPa y $f_y = 435$ MPa. Se asume una carga axial de 0.25 MPa sobre la sección del muro. Utilizar la herramienta CAST para determinar la capacidad del MPT. Comparar los resultados con la capacidad experimental mostrada en (Carrillo & Alcocer, 2010).

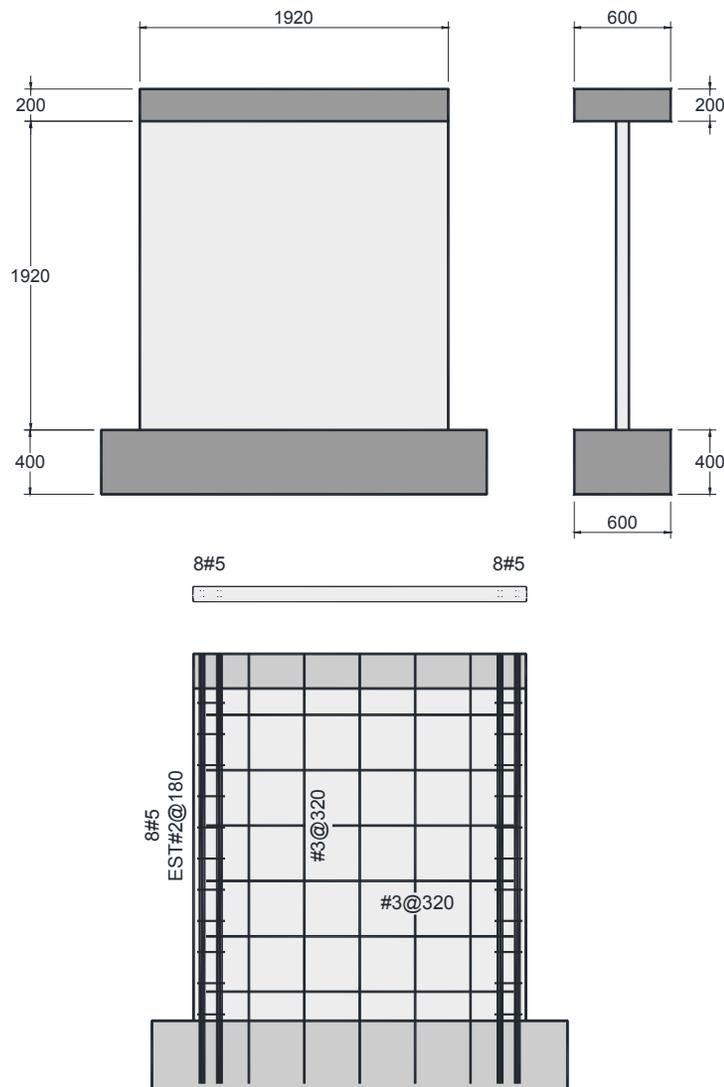


Figura 5.57 Geometría y refuerzo del muro de corte.

5.6.3 Cálculos

5.6.3.1 Paso 1: Establecer el modelo puntal-tensor

Para una correcta selección del modelo puntal tensor que represente el comportamiento del elemento, se deben de tomar en cuenta los caminos que sigue la fuerza de corte a través del muro hasta los cimientos (Figura 5.58).

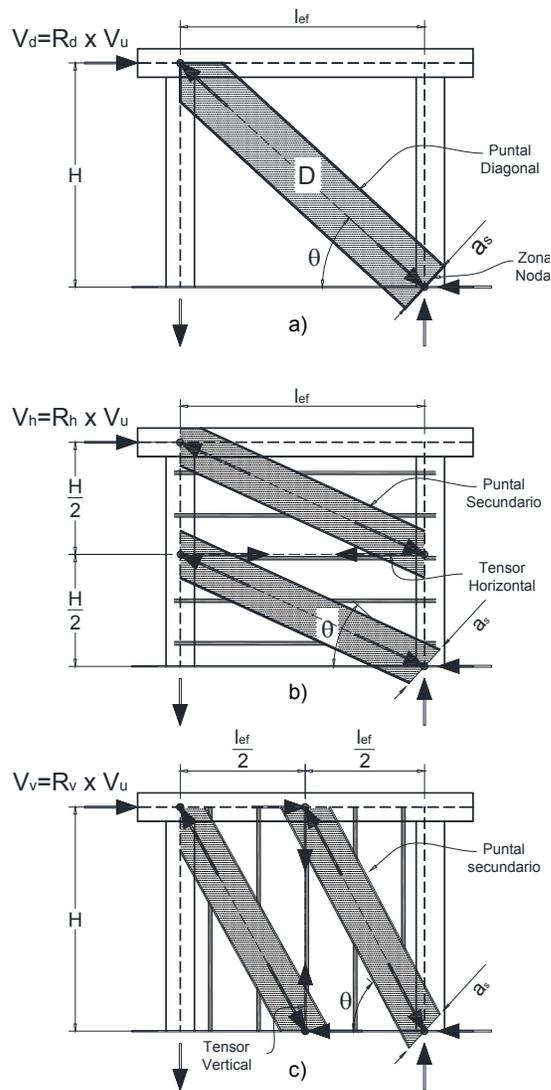


Figura 5.58 Mecanismos de resistencia a corte de un muro de baja altura: a) Puntal Diagonal, b) Tensor Horizontal, c) Tensor Vertical. Adaptado de (Hwang, et al., 2001).

En (Hwang, et al., 2001) se expone que el comportamiento del muro puede ser representado por la superposición de los tres mecanismos de corte mostrados en la Figura 5.58. El mecanismo de puntal diagonal “ V_d ” (Figura 5.58a), representa la porción del cortante que se transmite de manera directa, a través del concreto, a la zona nodal en c ompresión en la base del muro. Los mecanismos de corte horizontal “ V_h ” y vertical “ V_v ” (Figura 5.58a y Figura 5.58b) resultan de los mecanismos de armadura presentes en el alma del muro. El modelo resultado de la superposición de estos mecanismos se muestra en la Figura 5.59.

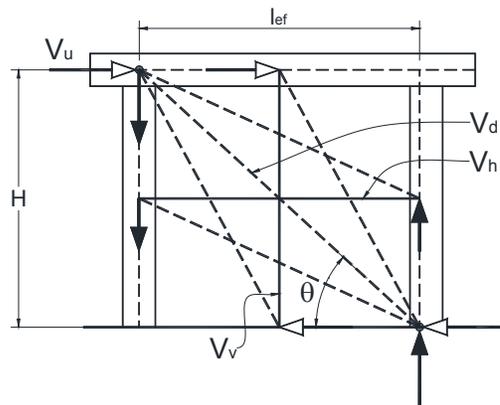


Figura 5.59 Modelo puntal-tensor en muro de baja altura (Modelo 1). Adaptado de (Hwang, et al., 2001).

El MPT presentado en la Figura 5.59 es estáticamente indeterminado, sin embargo si se conocen el porcentaje de fuerza que corresponde a cada mecanismo este puede ser resuelto por la estática. Para resolver esta dificultad, de una manera analítica, en (Hwang, et al., 2001) se utilizan las relaciones presentadas en (FIP, 1999) para la distribución del corte en vigas de concreto, adaptándolas para el caso del modelo estudiado y dejándolas en función del ángulo de inclinación del puntal diagonal θ .

$$\gamma_h = \frac{2 \tan \theta - 1}{3}, \text{ para } 0 \leq \gamma_h \leq 1 \quad (5-26)$$

$$\gamma_v = \frac{2 \cot \theta - 1}{3}, \text{ para } 0 \leq \gamma_v \leq 1 \quad (5-27)$$

Luego de un tratamiento matemático se encuentran las siguientes relaciones para la distribución del corte en muros (Hwang, et al., 2001).

$$R_d = \frac{(1-Y_h)(1-Y_v)}{1-Y_h Y_v} \quad (5-28)$$

$$R_h = \frac{Y_h(1-Y_v)}{1-Y_h Y_v} \quad (5-29)$$

$$R_v = \frac{Y_v(1-Y_h)}{1-Y_h Y_v} \quad (5-30)$$

Donde:

θ = Ángulo de inclinación del puntal principal (ver Figura 5.59).

Y_h = Porcentaje de fuerza total en mecanismo de armadura horizontal en vigas.

Y_v = Porcentaje de fuerza total en mecanismo de armadura vertical en vigas.

R_d = Porcentaje de fuerza total en mecanismo de puntal diagonal en muros.

R_h = Porcentaje de fuerza total en mecanismo de armadura horizontal en muros.

R_v = Porcentaje de fuerza total en mecanismo de armadura vertical en muros.

Si bien el modelo desarrollado en (Hwang, et al., 2001) representa de buena forma el comportamiento del muro, éste no está exento de mejoras. En (Carrillo & Alcocer, 2010) se presenta una modificación a este modelo.

El modelo propuesto por (Carrillo & Alcocer, 2010), (Figura 5.60), es muy similar a un modelo propuesto con anterioridad en (Schlaich, et al., 1988), (Figura 5.61). La principal diferencia entre los modelos de las Figuras 4.60 y 4.61 con el modelo de la Figura 5.59, consiste en no separar completamente los mecanismos de armadura vertical y horizontal, por lo que no se presenten ángulos de inclinación reducidos entre tensores y puntales. Además los modelos las figuras 4.60 y 4.61 toman en cuenta el efecto beneficioso de la fuerza de compresión, por lo que resultan mas realistas.

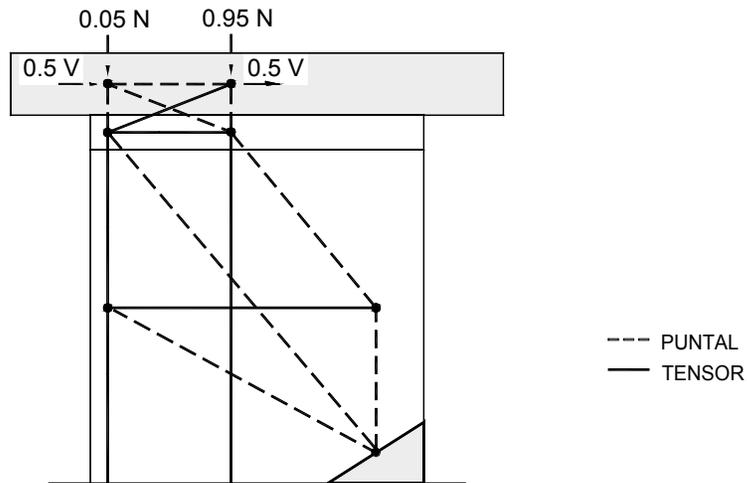


Figura 5.60 Modelo puntal-tensor en muro de corte de baja altura (Modelo 2). Adaptado de (Carrillo & Alcocer, 2010).

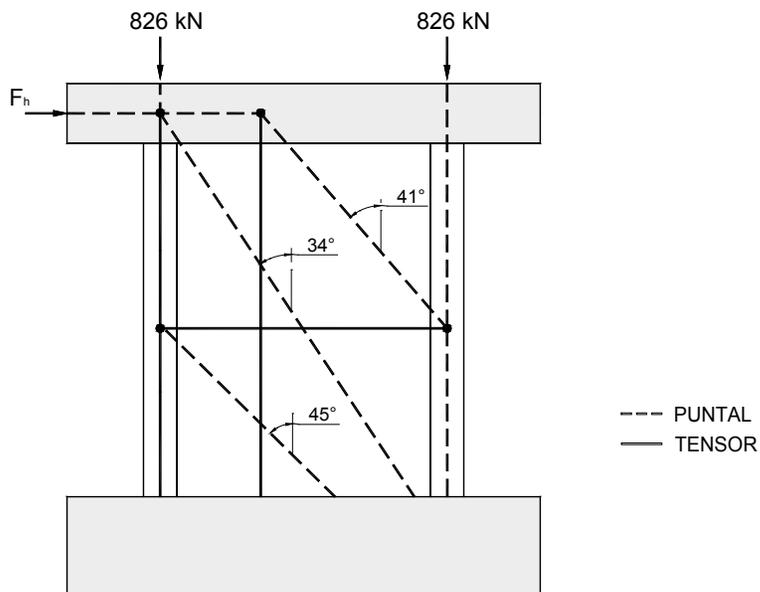


Figura 5.61 Modelo puntal-tensor en muro de corte (Modelo 3). Adaptado de (Schlaich, et al., 1988).

No obstante algunos de las recomendaciones realizadas en (Hwang, et al., 2001) resultan prácticas, para diseñadores con poca experiencia en MPT, un ejemplo de esto es la determinación de forma aproximada la fuerza de corte correspondiente a cada mecanismo.

El modelo seleccionado para determinar la capacidad del muro en este ejemplo es el propuesto por (Carrillo & Alcocer, 2010), pues se considera acertado, sin embargo se aplicarán algunos de los conceptos expuestos en (Hwang, et al., 2001).

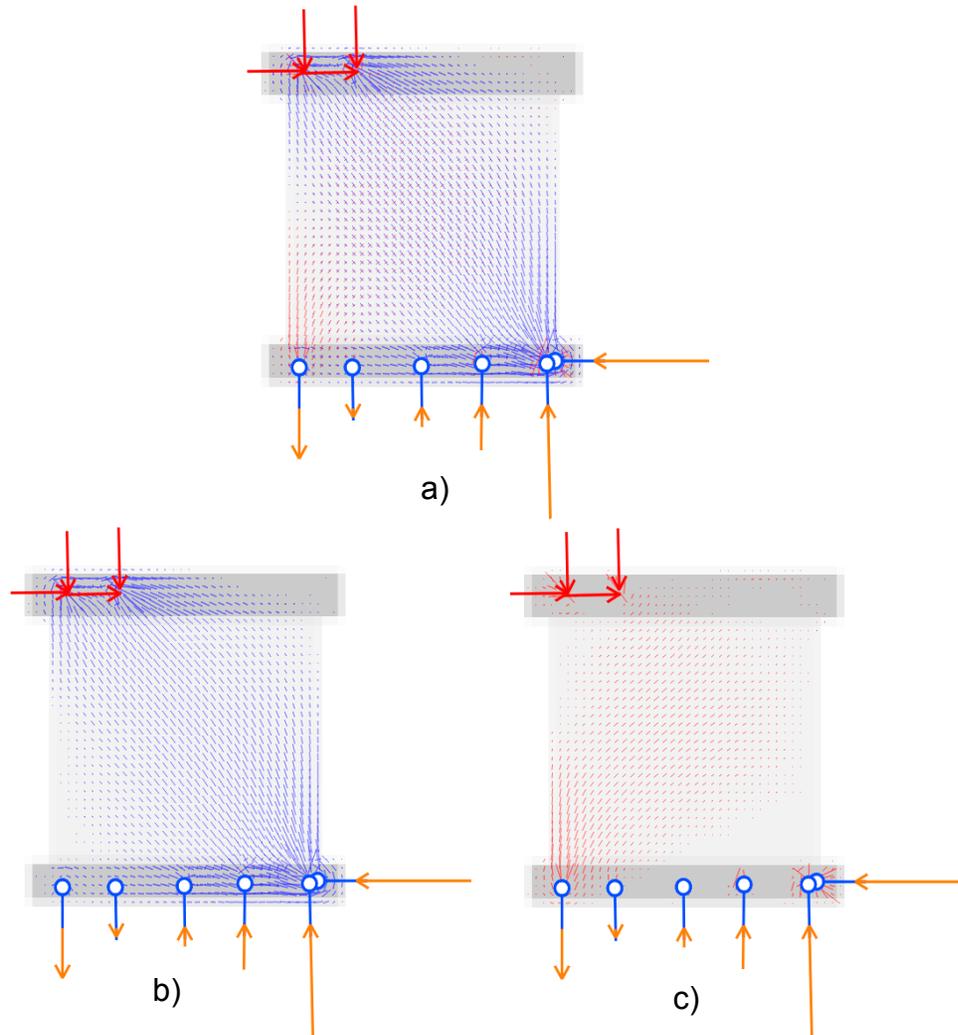


Figura 5.62 Esfuerzos principales bajo régimen elástico del muro en estudio. Diagramas desarrollados con ForcePad.

Con base en los diagramas de esfuerzo de la Figura 5.62 se puede comprobar que el modelo seleccionado describe el flujo de fuerzas en el muro (Figura 5.63).

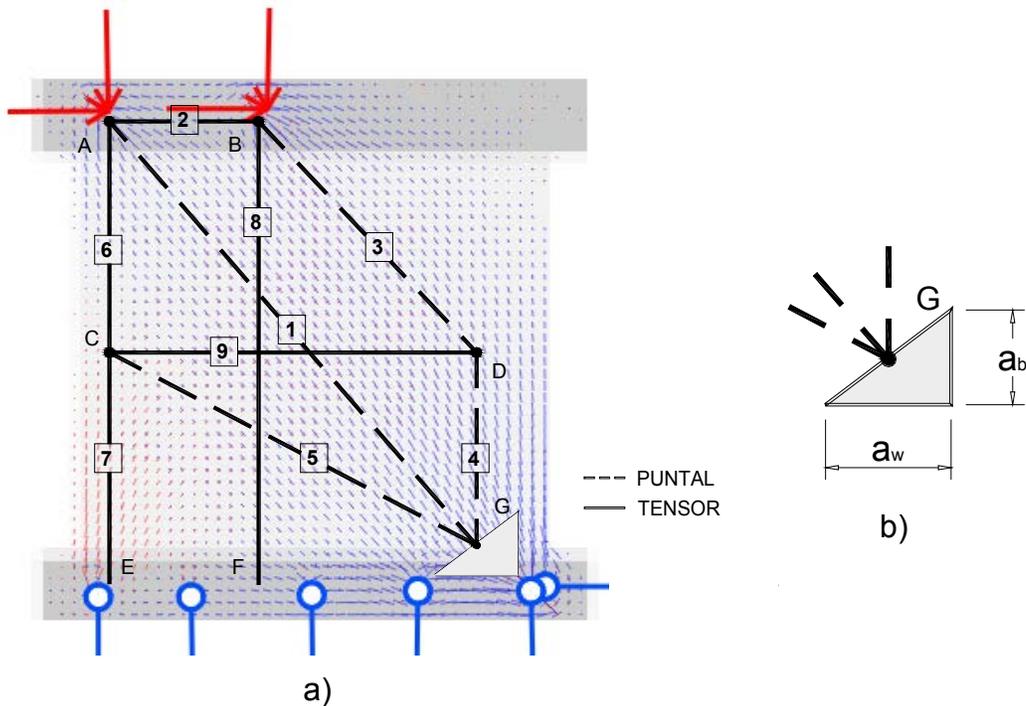


Figura 5.63 Idealización de la trayectoria de esfuerzos y modelo puntal-tensor del muro en estudio.

5.6.3.2 Paso 2: Determinar las dimensiones de la zona nodal G y definir geometría de MPT

Para determinar de forma correcta las fuerzas que actúan en el MPT, se necesitan ubicar los nodos. Para realizar esta tarea, es necesario detectar los nodos cuya ubicación esté forzada por la geometría o por la distribución del acero de refuerzo.

La geometría del modelo depende básicamente de la ubicación del nodo G, y éste a su vez depende de las dimensiones de la zona nodal G [Figura 5.63 (b)]. En (Hwang, et al., 2001) se proponen una fórmula para determinar la dimensión de a_w [Figura 5.63 (b)] de la zona nodal.

$$a_w = \left(0.25 + 0.85 \frac{N}{A_w f'_c} \right) l_w \quad (5-31)$$

Donde:

N = Fuerza axial a compresión. ($0.25 \text{ MPa} \times A_w$) (Carrillo & Alcocer, 2010).

A_w = Área neta de la sección de concreto definida por espesor t_w y la longitud l_w .

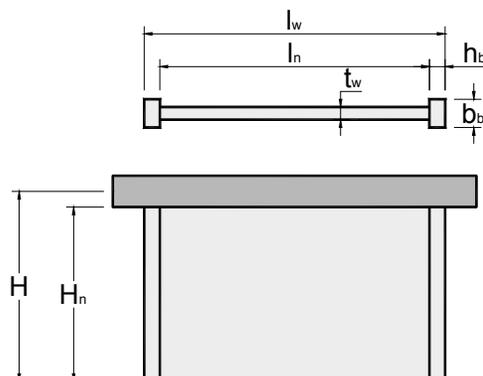


Figura 5.64 Esquema del muro de corte. Adaptado de (Hwang & Lee, 2002).

Al aplicar la ecuación (5-31) se puede definir preliminarmente el ancho de la zonal G .

$$a_w = \left(0.25 + 0.85 \frac{38.4 \times 10^3 \text{ N}}{(80 \times 1920) \times 24.8 \text{ MPa}} \right) 1920 \text{ mm}$$

$$a_w = 499.73 \text{ mm}$$

La dimensión a_b se puede calcular en función del ángulo de inclinación de los esfuerzos de compresión en el apoyo, (aproximadamente 55° , ver Figura 5.63) y la dimensión a_w , esto es:

$$a_b \approx \frac{a_w}{\tan \theta} \quad (5-32)$$

$$a_b = \frac{499.73 \text{ mm}}{\tan(55^\circ)} = 350 \text{ mm}$$

Es importante notar que las ecuaciones (5-31) y (5-32) brindan los valores de partida y que la determinación de las dimensiones de la zona nodal G conlleva un proceso iterativo que depende de varios aspectos, como la inclinación y los anchos requeridos por los puntales de concreto.

En la Figura 5.65 se presenta las dimensiones finales de la zona nodal G. En el paso 4 de este ejemplo se muestra los cálculos correspondientes.

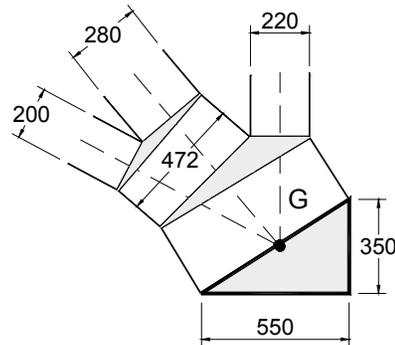


Figura 5.65 Dimensiones de la zona nodal G en el muro de corte.

El nodo D tendrá la misma abscisa del nodo G y su ordenada estará determinada por el ángulo de inclinación del puntal 5, de manera que éste cumpla los requisitos del apartado 4.6.1, es decir que su inclinación sea mayor de 25° .

Las abscisas de los nodos B y F se sitúan en el punto de aplicación de la carga axial. La ubicación horizontal de los nodos A, C y E estará definida por el centroide del elemento de borde del muro. Verticalmente el nodo A y B se situarán al centroide de la viga de carga.

Aplicando los criterios antes expuestos se desarrolla el modelo puntal tensor mostrado en la Figura 5.66.

5.6.3.3 Paso 3: Determinar la capacidad máxima de corte que resiste el MPT

Una vez definida la geometría es necesario determinar la distribución de fuerzas internas en el MPT. Las ecuaciones asignan un porcentaje de fuerza a cada mecanismo en función del ángulo de inclinación del puntal principal. Los factores de distribución para el ángulo de $\theta = 50.7^\circ$, se muestran a continuación:

$$R_d = 0.46 \text{ (Mecanismo de puntal diagonal)}$$

$$R_h = 0.42 \text{ (Mecanismo de armadura horizontal)}$$

$R_v = 0.12$ (Mecanismo de armadura horizontal)

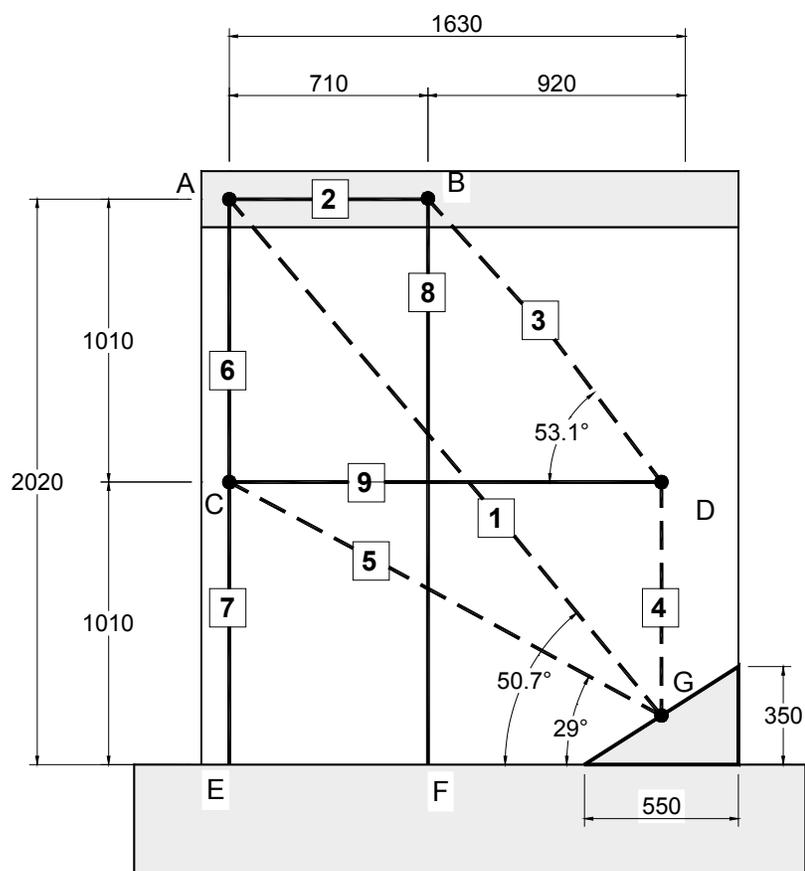


Figura 5.66 Geometría final del modelo puntal-tensor del muro de corte.

Un aspecto importante en la solución del reticulado propuesto, es observar que el mecanismo de armadura horizontal posee un porcentaje de corte mayor que el mecanismo vertical, por lo que el tensor 9 es un elemento crítico del modelo. Basándose en esta afirmación se puede plantear que la fluencia del tensor 9 provoca la falla del muro, por lo que resulta necesario determinar el área efectiva de acero de este tensor.

En (Hwang, et al., 2001) se brinda recomendaciones para determinar el área de acero de los tensores en los mecanismos de corte horizontal y vertical. Para el mecanismo de corte horizontal se considera que el área del tensor será igual al

acero ubicado en el medio central, más el 50 por ciento del área de acero restante del alma del muro. En el caso del tensor vertical, si existen elementos de borde se considera que el 100 por ciento del área de acero en el alma de muro será efectiva y en caso de no contar con elementos de borde, se supone que el acero que trabaja es el ubicado en una longitud igual a $0.8l_w$ en el centro del muro (Figura 5.64).

Las recomendaciones realizadas por (Hwang, et al., 2001) para la estimación del área de acero horizontal se consideran acertadas, sin embargo en el caso del tensor vertical suponer que el 100 por ciento del área de acero del alma del muro fluiría, conlleva a resultados poco conservadores, por lo que el área de acero del tensor vertical se calculará de igual forma al tensor horizontal.

Las áreas de acero para los tensores del modelo se presentan a continuación:

- Tensor 2, 6 y 7; 8 refuerzos No 16, $A_{st} = 8 \times 199 = 1592 \text{ mm}^2$.
- Tensor 9; 4 refuerzos No 10, $A_{st} = 4 \times 71 = 284 \text{ mm}^2$.
- Tensor 8; 4 refuerzos No 10, $A_{st} = 4 \times 71 = 284 \text{ mm}^2$.

La fuerza que cause la fluencia del tensor 9 será:

$$T_9 = A_{s,T_9} \times f_y$$

$$T_9 = 284 \text{ mm}^2 \times 435 \text{ MPa}$$

$$T_9 = 123.54 \text{ kN}$$

Debido a que la fuerza de corte “ V_u ” es la incógnita a determinar, es necesario iniciar un proceso iterativo para encontrar el valor máximo de corte que podrá resistir el muro. Como valor de partida se puede suponer que el cortante resistente será:

$$V_u = \frac{T_9}{R_h} \tag{5-33}$$

$$V_u = \frac{123.45 \text{ kN}}{0.42} = 293 \text{ kN}$$

En la Figura 5.67 se presenta el esquema de fuerzas externas considerado.

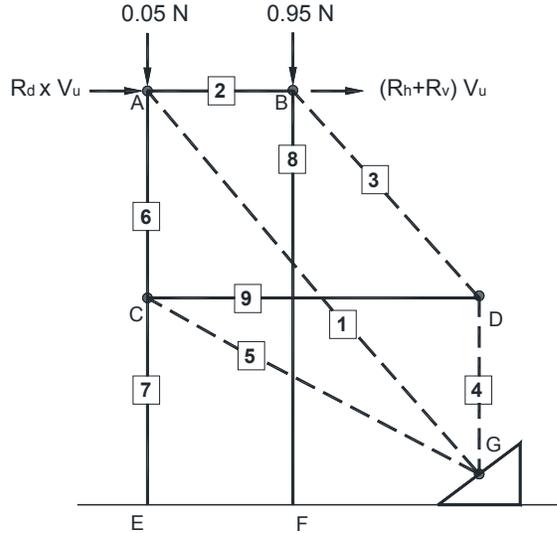


Figura 5.67 Diagrama de fuerzas externas en el MPT del muro de corte.

La Figura 5.68 muestra el modelo puntal-tensor desarrollado en la herramienta CAST en base al esquema presentado en la Figura 5.66.

Debido a que la aplicación CAST puede resolver fácilmente armaduras estáticamente indeterminadas, el cálculo de las fuerzas internas se realizará en esta herramienta. CAST calcula las fuerzas internas mediante el método de las rigideces, aplicando coeficientes de rigidez igual a 1, lo que simplifica considerablemente el problema, esto se puede respaldar en (Matamoros & Wong, 2003). Como se determinó con anterioridad, la carga para la primera iteración será de 293 kN. El MPT desarrollado en CAST, así como los resultados del análisis se muestran a continuación:

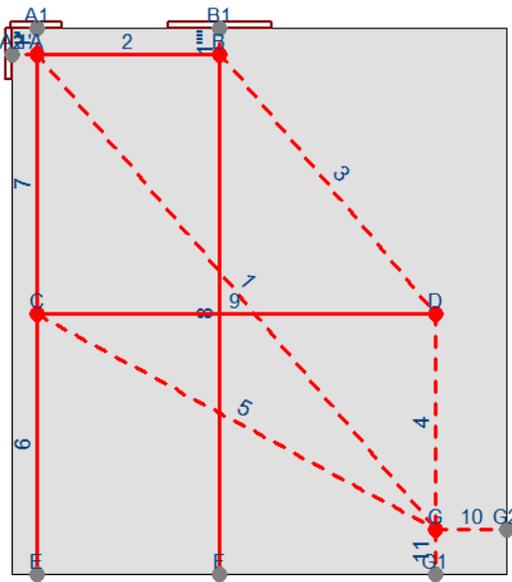


Figura 5.68 Modelo puntal-tensor desarrollado en CAST.

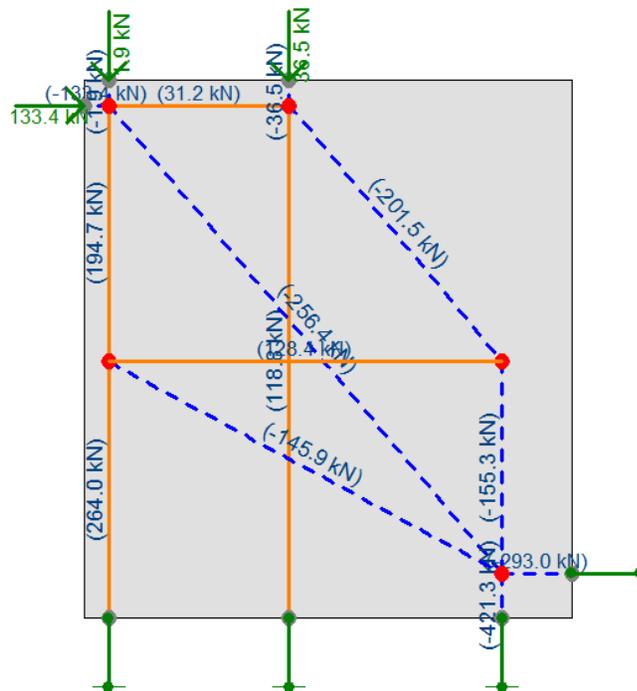


Figura 5.69 Fuerzas internas en el MPT bajo primer iteración ($V = 293$ kN).

General Info		Connectivity	
ID	9	Start STM Node	C
Function	Strut-and-Tie	End STM Node	D
Properties and Results of Design Calculations			
Length	1545.0	mm	Property Type: Undefined
Orientation	0.00	deg.	Property Type Name: Show Detail...
Relative Stiffness	1		
Tie Force	128.4	kN	
Thickness Scale Factor	1		
Provided Effective Width		0	mm

Figura 5.70 Fuerza axial en el tensor 9 ($V = 293$ kN).

La fuerza actuante en el tensor 9 de 128.4 kN (Figura 5.70), sobrepasa la tensión correspondiente a la fluencia 123.54 kN, por lo que se debe reducir la carga de corte hasta en cumplir con esta condición.

En la Figura 5.71 se muestra las fuerzas internas en el MPT bajo la carga crítica de 278 kN.

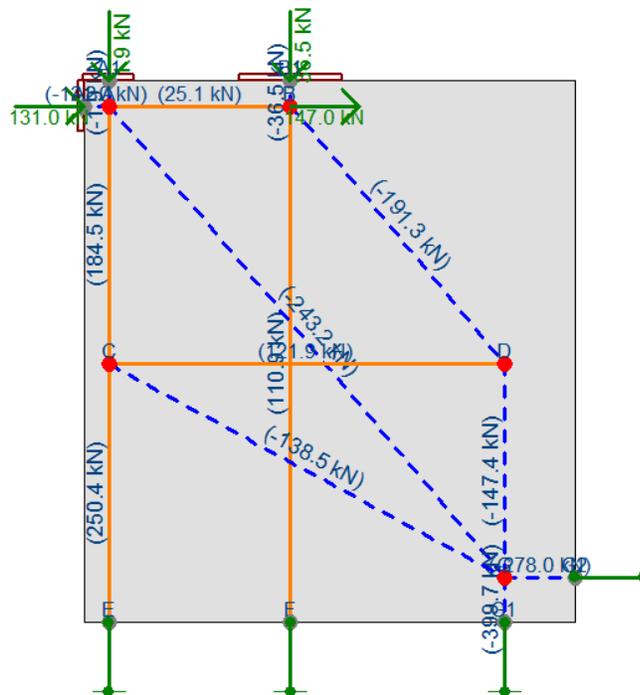


Figura 5.71 Fuerzas internas en el MPT bajo carga de corte crítica ($V = 278$ kN).

General Info		Connectivity	
ID	9	Start STM Node	C
Function	Strut-and-Tie	End STM Node	D

Properties and Results of Design Calculations			
Length	1545.0	mm	Property Type: Undefined
Orientation	0.00	deg.	Property Type Name:
Relative Stiffness	1		
Tie Force	121.9	kN	Show Detail...
Thickness Scale Factor	1		
Provided Effective Width	0	mm	

Figura 5.72 Fuerza axial en el tensor 9 ($V = 278$ kN).

5.6.3.4 Paso 4: Verificar la resistencia de las zonas nodales, puntales y tensores bajo carga crítica

Es importante conocer que se desea determinar la capacidad del última del muro, con el objetivo de compararla con la carga medida en el ensaye de laboratorio, por lo que no se debe aplicar el factor de reducción de resistencia ($\Phi_{STM} = 1$).

Otra parámetro importante a tener en cuenta es el factor β_s del puntal 1, pues este puntal estará sometido a una degradación importante en su resistencia, debido a la carga reversible a la que fue sometido. En el apartado 3.5 se presentaron algunas recomendaciones acerca de esta problemática. Así mismo, en el ejemplo 2 se expuso que en el caso de las vigas de acoplamiento esta degradación prodría llegar a niveles tan bajos como $0.35 f'_c$ (Englekirk, 2003).

La Figura 5.73 muestra el patron de carga del elemento fallado, se observa que elemento sufrió una agrietamiento importante debido al cambio de dirección de la carga sísmica, pero no tan excesiva, por lo que se considera que en este elemento un factor $\beta_s = 0.6$ tomaría en cuenta esta pérdida de resistencia.

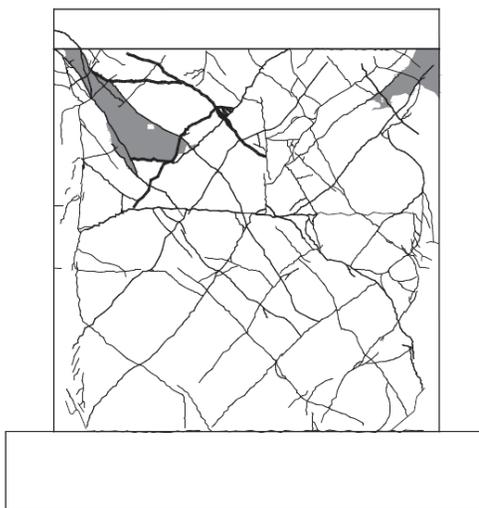


Figura 5.73 Patrón final de grietas en muro fallado (Carrillo & Alcocer, 2012).

También se debe tomar en cuenta que las zonas nodales del modelo, excepto la zona nodal G, son zonas nodales dispersas, por lo que no se necesita chequear su capacidad (ver apartado 3.4.3.2).

5.6.3.4.1 Zona Nodal G

Para revisar la capacidad de la zona nodal G se aplicarán dos teorías, los campos de transición (ver apartado 3.4.3) y el criterio de fluencia Mohr-Coulomb (Tjhin & Kuchma, 2007), aplicando la herramienta CAST. En la Figura 5.74 se presenta la solución a la zona nodal estudiada. Las dimensiones de la zona G fueron presentadas en la Figura 5.65. En la

Tabla 5.9 se presenta la revisión de la capacidad de la zona nodal. A manera de ejemplo ilustrativo se presenta el cálculo del ancho requerido para el puntal 1.

$$w_{s,1} = \frac{F_{u,1}}{\phi f_{ce} b_w} = \frac{F_{u,1}}{\phi 0.85 \beta_s f'_c b_w}$$

$$w_{s,1} = \frac{243.2 \times 10^3}{1 \times 0.85 \times 1 \times 24.8 \times 80} = 144.2 \text{ mm}$$

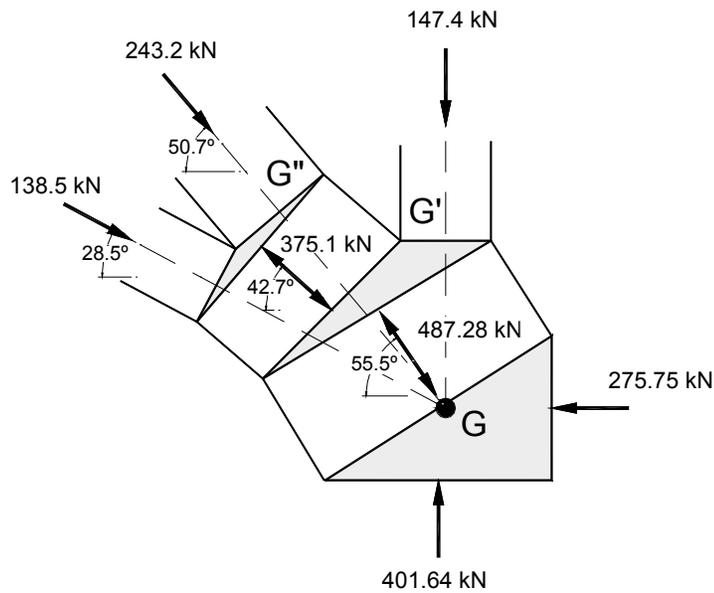


Figura 5.74 Solución de zona nodal G mediante campos de transición.

Tabla 5.9 Revisión de zonas nodales en el MPT de muro corte.

Nodo No	Tipo	β_s	Tipo	F_u #	kN	w_{req} mm	w_{prov} mm	Factor de demanda	¿Verifica?
G''	CCC	1	C	1	243.2	145	280	0.52	SI
			C	5	138.5	83	200	0.42	SI
			C	1,5 ¹¹	375.1	223	472	0.48	SI
G'	CCC	1	C	4	147.4	88	220	0.4	SI
			C	1,5	375.1	223	472	0.48	SI
			C	1,4,5	487.28	289	651	0.45	SI
G	CCC	1	C	1,4,5	478.28	284	651	0.44	SI
			C	R_x	401.64	239	550	0.44	SI
			C	R_y	275.75	164	350	0.47	SI

¹¹ Se refiere a la fuerza resultante 1 y 5, de manera similar se presentan las fuerzas restantes.

La herramienta CAST consta de un módulo para la revisión detallada de zonas nodales complejas, como es el caso de la zona G. Este módulo examina la resistencia de la zona nodal en base al criterio modificado de fluencia Mohr-Coulomb (Tjhin & Kuchma, 2007), sin embargo su fundamento teórico está fuera de los alcances de esta monografía, por lo que se presentan los resultados de forma ilustrativa.

En la Figura 5.75 se presenta los factores demanda-capacidad de la zona nodal crítica.

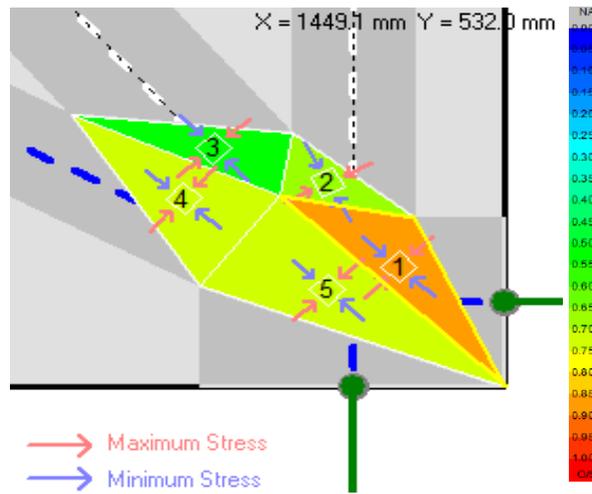


Figura 5.75 Triangulación realizada por CAST en zona nodal crítica.

Se define la capacidad de las zonas nodales en base al esfuerzo máximo que estas puedan resistir. El cálculo del esfuerzo máximo en la zona nodal G se muestra a continuación.

Esfuerzo Resistente de Nodo CCC

$$\Phi f_{ce} = \Phi_{STM} 0.85 \beta_n f_c \quad (\beta_n = 1)$$

$$\Phi f_{ce} = 1 \times 0.85 \times 1 \times 24.8 \text{ MPa}$$

$$\Phi f_{ce} = 21.08 \text{ MPa}$$

En la Tabla 5.10 se muestran los esfuerzos principales para cada triángulo definido por CAST, así como la revisión de la relación de esfuerzo.

Tabla 5.10 Esfuerzos máximos en zona nodal G y revisión de esfuerzos.

Triangulo	X-Dir (MPa)	Y-Dir (MPa)	corte (MPa)	Max. (MPa)	Min. (MPa)	Dir. Principal (deg.)	Relación de esfuerzo
1	-12.63	-12.14	5.72	-6.66	-18.11	46.21	0.859
2	-5.63	-11.92	4.46	-3.31	-14.23	27.43	0.675
3	-5.46	-6.39	5.44	-0.47	-11.38	42.55	0.54
4	-8.93	-7.1	7.01	-0.95	-15.08	48.72	0.716
5	-11.08	-10.7	4.23	-6.66	-15.12	46.28	0.717

5.6.3.4.2 Puntales y tensores

Los propiedades de los puntales y tensores del modelo se presentan en la Tabla 5.11 y Tabla 5.12, respectivamente.

Tabla 5.11 Propiedades de puntales en muro de corte.

Elemento No	Rigidez relativa	β_s	w_{prov} (mm)	Nombre del tipo de propiedad
1	1	0.6	280	Forma de botella_0.6
3	1	0.75	188.5	Forma de botella_0.75
4	1	0.75	220	Forma de botella_0.75
5	1	0.75	200	Forma de botella_0.75
10	1	1	350	Prismático_1
11	1	1	550	Prismático_1

Tabla 5.12 Propiedades de tensores en muro de corte.

Elemento No	Rigidez relativa	A_s (mm ²)	w_{prov}^{12} (mm)	Nombre del tipo de propiedad
2	1	1592	N/A	T1_8#5
6	1	1592	N/A	T1_8#5
7	1	1592	N/A	T1_8#5
8	1	284	N/A	T2_#3@320
9	1	284	N/A	T3_#3@320

En la Figura 5.76 se observa los factores demanda-capacidad del MPT propuesto. Se aprecia que bajo la carga propuesta de 278 kN la capacidad del tensor 9 alcanza su límite, por lo que se presenta la falla del muro.

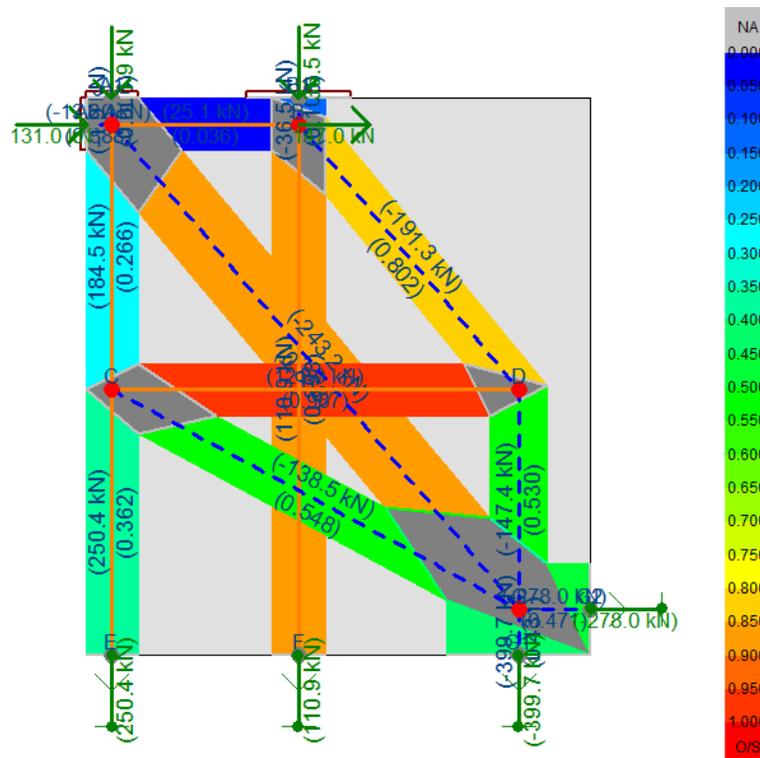


Figura 5.76 Factores Demanda-Capacidad del MPT bajo cortante crítico de 278 kN.

¹² N/A (no aplica), es importante notar que los tensores del modelo anclan en zonas nodales dispersas, por lo que el ancho del tensor no tiene relevancia.

En la Tabla 5.13 y Tabla 5.14 se muestran los factores demanda-capacidad en puntales y tensores obtenidos en CAST. A manera de ejemplo ilustrativo se revisa la capacidad del puntal 1 en base la metodología de comparación de esfuerzos utilizada por CAST.

Esfuerzo Resistente

$$\Phi f_{ce} = \Phi_{STM} 0.85 \beta_s f'_c \quad (5-34)$$

$$\Phi f_{ce} = 1 \times 0.85 \times 0.6 \times 24.8 \text{ MPa}$$

$$\Phi f_{ce} = 12.648 \text{ MPa}$$

Esfuerzo actuante

$$f_{u,1} = \frac{F_{u,1}}{w_{prov,1} \times b} \quad (5-35)$$

$$f_{u,1} = \frac{243.2 \text{ kN}}{280 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}}$$

$$f_{u,1} = 10.86 \text{ MPa}$$

Relación de esfuerzos de puntal 1

$$\frac{f_{u,1}}{\Phi f_{ce}} = \frac{10.86 \text{ MPa}}{12.648 \text{ MPa}}$$

$$\frac{f_{u,1}}{\Phi f_{ce}} = 0.858$$

El puntal 1 cumple los requisitos de resistencia impuestos. De igual forma se calculan el resto de elementos.

Tabla 5.13 Relación demanda-capacidad en puntales bajo carga de corte crítica.

Elemento No	F _u kN	Esfuerzo MPa	Esfuerzo Máximo MPa	Relación de Esfuerzo
1	-243.2	10.86	12.65	0.858
3	-191.3	12.69	15.81	0.802
4	-147.4	8.38	15.81	0.53
5	-138.5	8.66	15.81	0.548
10	-278	9.93	21.08	0.471
11	-399.7	9.08	21.08	0.431

Tabla 5.14 Relación demanda-capacidad en tensores bajo carga de corte crítica.

Elemento No	F _u kN	Esfuerzo MPa	Esfuerzo Máximo MPa	Relación de Esfuerzo
2	25.1	15.78	435	0.036
6	250.4	157.28	435	0.362
7	184.5	115.9	435	0.266
8	110.9	390.65	435	0.898
9	121.9	429.16	435	0.987

Si se compara el cortante calculado de 278 kN, con la resistencia experimental de 274 kN (Carrillo & Alcocer, 2010), se obtiene un error relativo de 1.46 por ciento, por lo que se concluye que el modelo utilizado representa correctamente el comportamiento del muro. Un valor de referencia para determinar la capacidad del muro de corte es la ecuación 21-7 del código ACI 318-08.

$$V_n = A_{CV}(\alpha_c \sqrt{f'_c} + \rho_t f_y) \quad (\text{ACI 318 21-7})$$

Donde:

A_{CV} = Área bruta de concreto a corte (1920mm × 80 mm).

α_c = Factor que depende la relación h_w/l_w (0.25).

$\rho_t = 0.0028$

La resistencia nominal del muro de corte será:

$$V_n = (1920\text{mm} \times 80 \text{ mm}) \left(0.25\sqrt{24.8} + 0.0028 \times 435 \right) \text{ MPa}$$

$$V_n = 376.4 \text{ kN}$$

Debido a que se desea determinar la capacidad nominal, con el fin compararlo con la resistencia experimental, no se debe aplicar el factor de reducción de resistencia. Sin embargo aún aplicando el factor reducción resistencia de $\Phi = 0.75$, la resistencia del muro es sobreestimada un 3.03%.

$$\Phi V_n = 0.75 \times 376.4 \text{ kN}$$

$$\Phi V_n = 282.3 \text{ kN}$$

La Tabla 5.15 muestra que la solución por MPT subestima la carga última de corte, lo que concuerda con las filosofías modernas de diseño, es decir se cuenta con factor de seguridad que elimina las incertidumbres que se presentan en el oficio. En cambio ecuación 21-7 del código ACI 318-08 sobreestima la capacidad del muro, obteniendo relaciones V_n/V_{ensaye} de 1.37 y $\Phi V_n/V_{\text{ensaye}}$ de 1.03.

Tabla 5.15 Comparación de resistencias calculadas y medidas.

	Resistencia experimental V_{ensaye} (kN)	Resistencia a Nominal V_n (kN)	Resistencia Factorada V_u (kN)	Relación $\frac{V_n}{V_{\text{ensaye}}}$	Relación $\frac{\Phi V_n}{V_{\text{ensaye}}}$
MPT (ACI 318-08)	274	278	208.5	1.01	0.75
Ec. 21-7 (ACI 318-08)	274	376	282.3	1.37	1.03

5.7 Ejemplo 5: Viga con extremos entallados

5.7.1 Introducción

En edificios de estacionamiento o en estructuras para puentes, a menudo las vigas principales de soporte son recortadas en sus extremos, con el fin de darles estabilidad durante su montaje, así como para mantener un perfil continuo de la estructura por razones de estética y lograr estructuras con menos altura (Figura 5.77). Estos extremos son zonas donde se concentran fuerzas de gran magnitud, tales como: la reacción de la estructura y las fuerzas causadas por deformaciones. Estas últimas pueden ser impuestas directamente en los apoyos, o pueden ser resultado del flujo plástico o de cambios volumétricos del concreto por temperatura. Estas fuerzas tienen que ser resistidas en un espacio muy pequeño de la estructura, por lo que las cantidades de refuerzo resultan considerables.

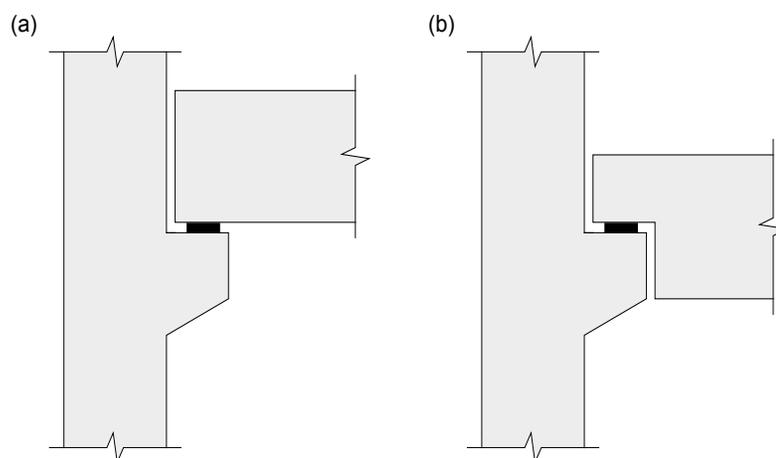


Figura 5.77 Ejemplos de conexiones con aspectos estéticos diferentes. Con la conexión (b) se logra una estructura de menor altura que con la conexión (a).

Las zonas de apoyo de las vigas con extremos entallados requieren un diseño cuidadoso, debido a que la falla de esta zona significa el colapso de la estructura o un agrietamiento generalizado en condiciones de servicio ante una deficiencia de refuerzo. Este agrietamiento, a su vez, puede ocasionar problemas importantes de

corrosión en la estructura. Por lo tanto, un diseño racional, junto con un detallado adecuado de la colocación del refuerzo, redundará en un mejor comportamiento de estas zonas, tanto en condiciones de servicio como en condiciones de resistencia última. El MPT resulta una herramienta excelente para diseñar estas regiones.

Se han realizado pocos estudios experimentales de vigas con extremos entallados. Algunos de los más importantes son los de (Mattock & Chan, 1979) y (Mattock & Theryo, 1986), siendo el primer estudio la base de las recomendaciones de diseño de dichas zonas.

El comportamiento de las vigas con extremos entallados se puede estudiar basándose en varios posibles mecanismos o modos de falla, descritos de la siguiente manera:

- a. Flexión (curvatura en voladizo) y tensión axial en el extremo extendido. Se puede evitar al proporcionar refuerzo a flexión (A_f) más refuerzo a tensión axial (A_n). La suma ($A_f + A_n$) es igual a A_s (Figura 5.78a).
- b. Cortante directo en la unión del entalle y el cuerpo principal del elemento. Se debe colocar refuerzo de corte-fricción compuesto de A_h y A_{vf} , más refuerzo a tensión axial A_n , para evitar este modo de falla. La suma ($2A_{vf}/3 + A_n$) es equivalente a A_s (Figura 5.78b).
- c. Tensión diagonal que se origina en la esquina reentrante. Este mecanismo de falla se puede controlar al suministrar refuerzo de corte A_{sh} (Figura 5.78c).
- d. Tensión diagonal en el extremo extendido. Se debe proveer refuerzo de corte compuesto por A_h y A_v (Figura 5.78d).
- e. Tensión diagonal en el cuerpo principal de la viga. Principalmente, esta falla es controlada al disponer una longitud de desarrollo para A_s más allá de la posible fisura (Figura 5.78e).

Cada uno de estos mecanismos de falla potenciales debe ser estudiado por separado. Los requisitos de refuerzo no son acumulativos, es decir, el refuerzo A_s es el mayor del requerido por a) o b), no la suma de ambos. De manera similar, el refuerzo A_h es el mayor de b) o d). Algunos estribos adicionales pueden ser requeridos en otras áreas de la sección. Los requisitos de anclaje de cada refuerzo deben ser revisados cuidadosamente, debido a que resultan ser críticos en este tipo de regiones.

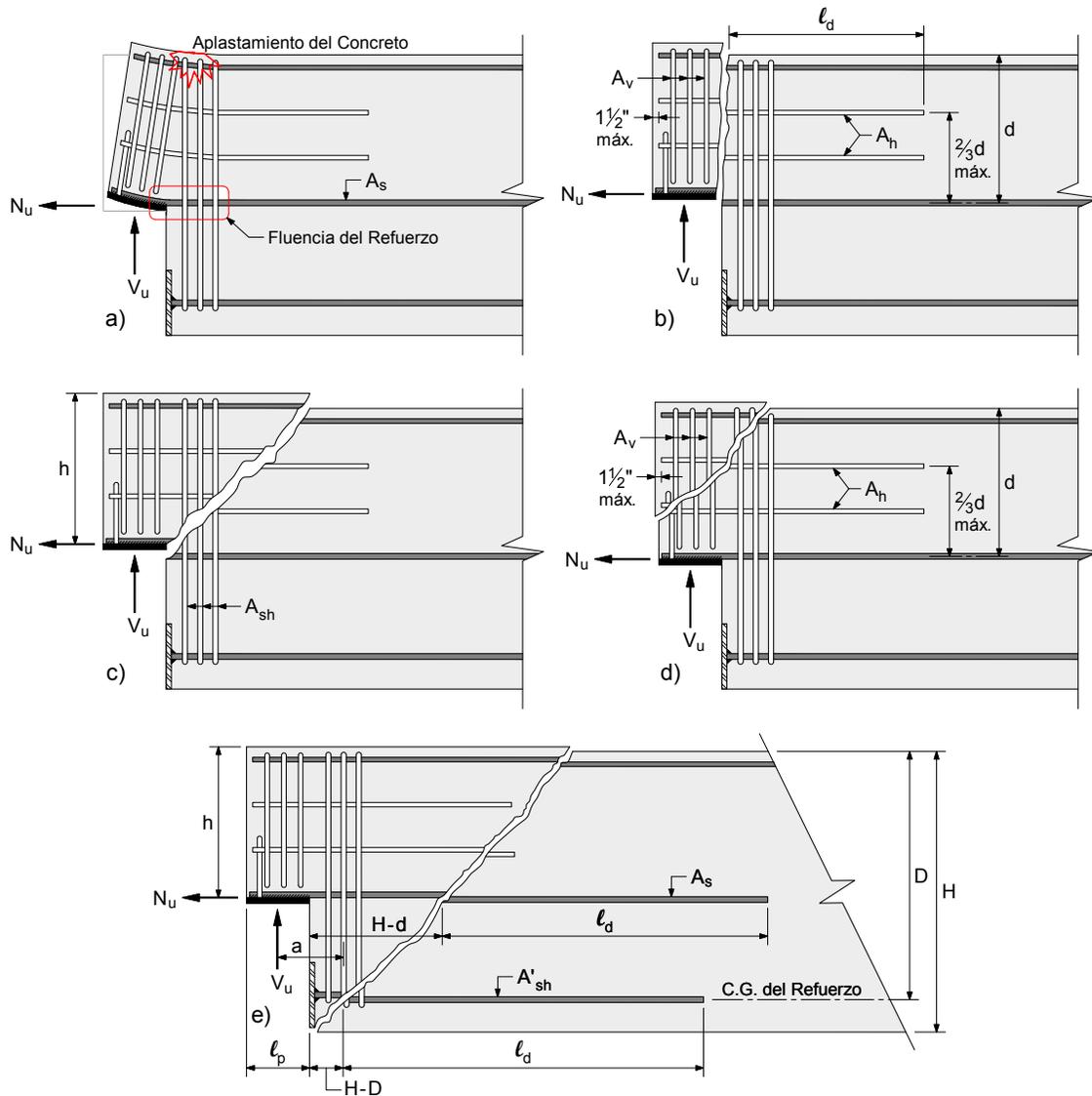


Figura 5.78 Potenciales mecanismos de falla y refuerzo requerido en vigas con extremos entallados. a) Flexión y tensión axial en extremo extendido, b) Cortante directo, c) Tensión diagonal en esquina reentrante, d) Tensión diagonal en extremo extendido, e) Tensión diagonal en área no entallada.

Otras consideraciones de diseño para extremos entallados son las siguientes:

1. La profundidad del extremo extendido (h) no debe ser menor que la mitad de la altura de la viga (H), a menos que la viga tenga mayor peralte de lo necesario por alguna razón estructural.
2. El refuerzo de corte, A_{sh} , debe colocarse lo más cerca posible a la interfaz del entalle y la sección completa de la viga, con el fin de evitar que la fisura por tensión diagonal se extienda rápidamente y que la falla ocurra repentinamente. Este refuerzo vertical debe ser colocado en un grupo estrechamente espaciado. Además, el refuerzo A_{sh} no es acumulativo para otros refuerzos de corte requeridos en la sección completa.
3. Si la magnitud del esfuerzo a flexión en la sección completa de la viga (inmediatamente después del entalle) excede $0.62\sqrt{f'_c}$ (MPa), usando cargas factoradas y propiedades de sección bruta, el refuerzo longitudinal debe ser colocado para desarrollar la resistencia a flexión requerida.

La esquina reentrante del extremo entallado debe ser redondeada para disminuir la concentración de esfuerzos que se desarrollan en ella. Otros estudios realizados por (Cook & Mitchell, 1988) indican que el uso de un extremo entallado inclinado ayuda a prevenir las fisuras en la esquina reentrante. El ángulo de inclinación puede ser entre 45 y 60 grados.

5.7.2 Planteamiento del Problema

Diseñar la viga con extremos entallados que se muestra en la Figura 5.79. La viga soporta una carga muerta de 27.8 kN/m y una carga viva de 36.4 kN/m. Ambas son cargas no factoradas. La viga tiene 375 mm de ancho, 750 mm de altura y una longitud entre apoyos de 6500 mm. Las cargas se transfieren al apoyo a través de una placa de 375 × 150 mm. Se considera concreto de peso normal con una resistencia a la compresión especificada, f'_c , igual a 34.5 MPa. La resistencia a fluencia del acero, f_y , se toma igual a 414 MPa.

5.7.3 Cálculos

5.7.3.1 Paso 1: Definir la región D, calcular las reacciones y las fuerzas que actúan sobre el límite de la región.

a) Ecuación de Diseño:

$$\Phi F_n \geq F_u$$

Donde: $\Phi = 0.75$, F_n es la resistencia nominal, y F_u es el efecto de la carga factorada.

b) Determinar cargas factoradas.

$w_u = 1.2 (27.8) + 1.6 (36.4) = 91.6 \text{ kN/m}$. Esto da como resultado una reacción vertical de 297.7 kN (V_u). Además, se considera el desarrollo de una reacción horizontal (N_{uc}), aproximadamente igual al 20% de la reacción vertical. Por tanto, $N_{uc} = 0.2 \times 297.7 = 59.54 \sim 60 \text{ kN}$.

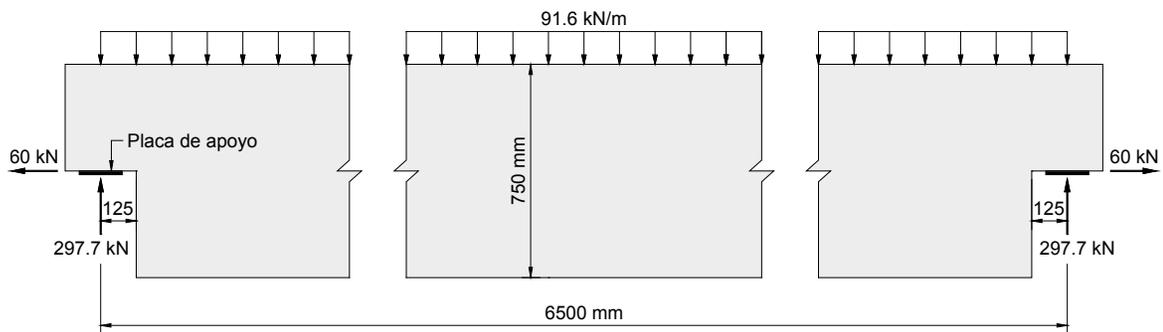


Figura 5.79 Descripción de la estructura y cargas en la viga con extremos entallados.

c) Definir la región D.

La región D se compone por la porción extendida más una longitud aproximadamente igual a la altura total de la viga. Para mejorar el detallamiento, se tomará la región D como la parte extendida más una distancia de 1229 mm. Más adelante, se muestra gráficamente por qué se

toma este valor. El centro del apoyo se ubicará a una distancia de 125 mm desde la esquina reentrante (Figura 5.79). Se considera que las cargas aplicadas no se extienden más allá del centro de los apoyos.

d) Fuerzas internas en la frontera de la región D.

Las fuerzas que actúan en el límite de la región D son las siguientes (ver Figura 5.80):

Momento de Flexión

$$M = \frac{297.7 \times 1354}{1000} - \frac{91.6 \times 1354^2/2}{1000^2} = 319.12 \text{ kN-m}$$

Fuerza de Corte

$$V = 297.7 - \frac{91.6 \times 1354}{1000} = 173.67 \text{ kN}$$

Fuerza de Tensión Axial

$$N = 60 \text{ kN}$$

5.7.3.2 Paso 2: Revisar las dimensiones de la placa de apoyo.

Se utilizará una placa de apoyo de 375 mm × 150 mm × 12.7 mm. El área de la placa de apoyo es:

$$A_c = 375 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} = 56.25 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

El esfuerzo de soporte en el punto de carga es igual a:

$$\frac{V_u}{A_c} = \frac{297.7 \text{ kN} \times 1000}{56.25 \times 10^3 \text{ mm}^2} = 5.29 \text{ MPa}$$

La zona nodal debajo de la placa de apoyo constituye un nodo CCT, esto implica un factor $\beta_n = 0.80$. El esfuerzo de soporte límite de este nodo es:

$$\Phi f_{ce} = 0.75 (0.85)(0.80)(34.5 \text{ MPa}) = 17.59 \text{ MPa}$$

Como este valor es mayor que el esfuerzo de soporte en el punto de carga, las dimensiones seleccionadas de la placa de apoyo son adecuadas.

5.7.3.3 Paso 3: Seleccionar las dimensiones del extremo entallado.

La profundidad del extremo extendido no debe ser menor que la mitad de la altura de la viga. Para cumplir esta recomendación, se seleccionará una profundidad de 375 mm en el extremo extendido de la viga. El ancho será de 250 mm. En la Figura 5.80 se resumen las dimensiones seleccionadas del extremo entallado.

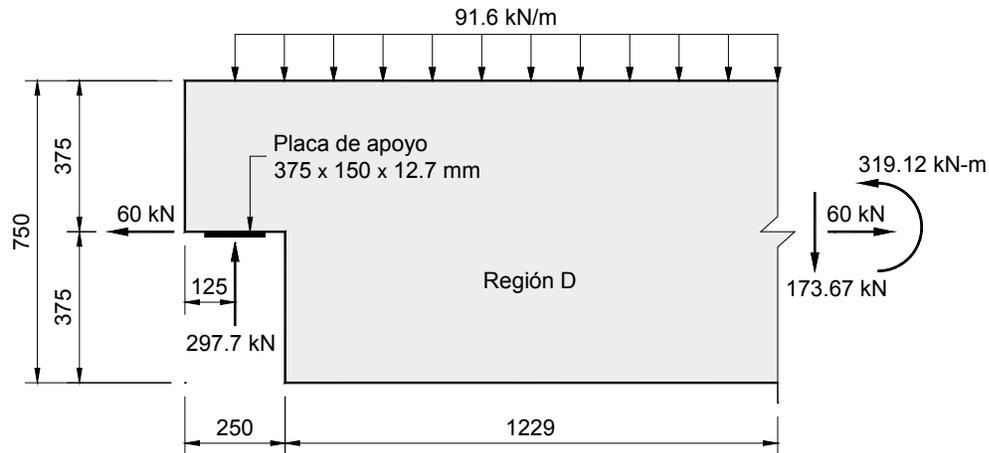


Figura 5.80 Geometría y condiciones de frontera de la región D.

5.7.3.4 Paso 4: Diseñar a flexión la región B.

5.7.3.4.1 Determinación de la ubicación de la cuerda superior del MPT global.

Para lograr un uso eficiente de la profundidad de la viga, la distancia entre las cuerdas superior e inferior del MPT (brazo de palanca, jd) y el ancho del puntal de la cuerda superior (bloque rectangular de esfuerzos de compresión) deben ser optimizados (Tjhin & Kuchma, 2002). En otras palabras, la fuerza factorada que actúa sobre la cara posterior del nodo más crítico, situado a lo largo de la cuerda superior, debe ser igual a su resistencia de diseño.

La sección crítica por flexión (sección con la mayor fuerza en la cuerda superior) se produce en el centro del claro de la viga. El máximo momento positivo es:

$$M_{\text{máx.}} = \frac{297.7 \times 3250}{1000} - \frac{91.6 \times 3250^2 / 2}{1000^2} = 483.76 \text{ kN-m}$$

En la sección de momento máximo, el efecto de las fuerzas en las cuerdas superior e inferior debe ser equivalente a la fuerza de tensión axial y momento flexionante.

El equilibrio con respecto a la fuerza axial se satisface con la siguiente ecuación:

$$- F_{\text{Puntal}} + F_{\text{Tensor}} = 60 \text{ kN} \quad (5-36)$$

El momento alrededor del eje central de la viga, debido a las fuerzas del puntal y tensor, debe ser igual al momento flexionante en la mitad del claro de la viga.

$$F_{\text{Tensor}} \left(\frac{H}{2} - \frac{w_t}{2} \right) + F_{\text{Puntal}} \left(\frac{H}{2} - \frac{w_s}{2} \right) = 483.76 \times 10^6 \text{ N-mm} \quad (5-37)$$

Se asumirá que el centroide del refuerzo principal de la viga está ubicado a 75 mm de la cara inferior, considerando el recubrimiento mínimo y suponiendo dos capas de refuerzo. Despejando el término F_{Tensor} de la ecuación (5-36) y sustituyéndolo en (5-37), se obtiene que:

$$F_{\text{Puntal}} \left(675 - \frac{w_s}{2} \right) = 465.76 \times 10^6 \quad (5-38)$$

Aunque la geometría del MPT aún no se ha definido, se puede intuir que el nodo más próximo al centro del claro de la viga será un nodo CCC (Figura 5.81).

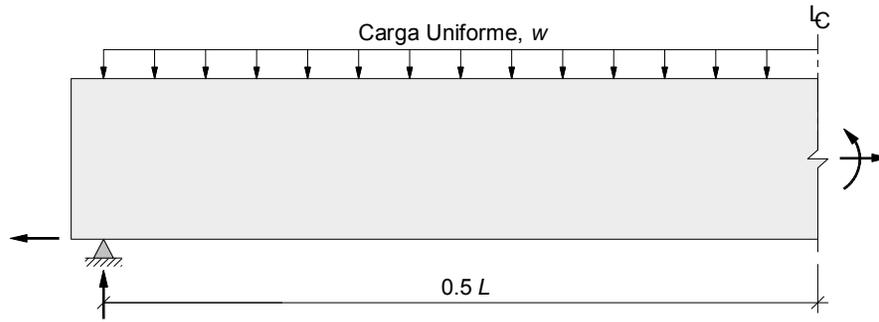
Para reducir al mínimo el ancho de la cuerda superior, la cara posterior del nodo CCC debe desarrollar su máxima capacidad, la cual es definida por:

$$F_{\text{Puntal}} = \Phi 0.85 \beta_n f'_c b w_s$$

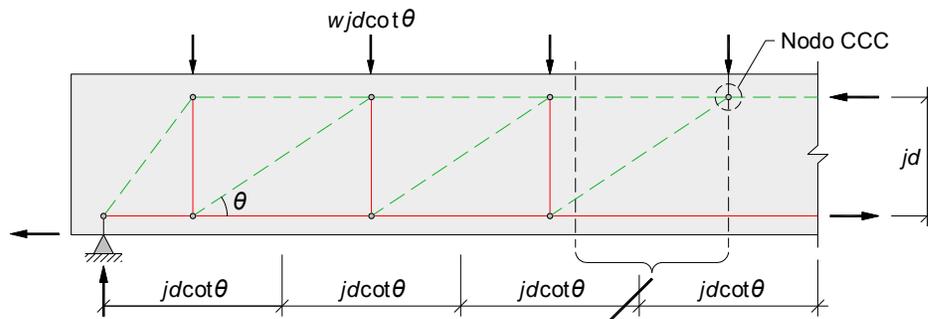
Donde: $\beta_n = 1.00$ (Nodo CCC)

$$F_{\text{Puntal}} = 0.75 (0.85)(1.00)(34.5)(375) w_s$$

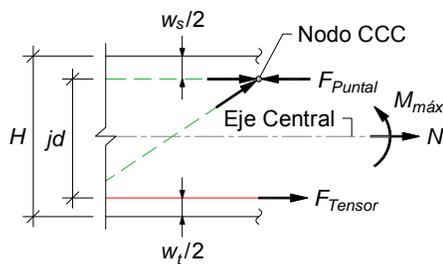
$$F_{\text{Puntal}} = 8247.66 w_s \tag{5-39}$$



(a) Viga sometida a carga uniforme y tensión axial.



(b) Modelo de armadura para diseño.



(c) Optimización del brazo de palanca, jd .

Figura 5.81 Determinación de la ubicación de la cuerda superior del MPT global.

Sustituyendo la ecuación (5-39) en (5-38), se encuentra:

$$4123.83 w_s^2 - 5567.17 \times 10^3 w_s + 465.76 \times 10^6 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se consigue:

$$\begin{Bmatrix} W_s' \\ W_s'' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1260.39 \text{ mm} \\ 89.61 \text{ mm} \end{Bmatrix}$$

Se toma el ancho de 89.61 mm. Este valor se redondeará a 90 mm, logrando obtener; una fuerza en el puntal de 742.29 kN, y una fuerza de 802.29 kN en el tensor. Se debe considerar la nueva posición vertical del tensor, calculando su ancho, w_t , tal como sigue:

$$802.29 \times 10^3 \left(375 - \frac{w_t}{2} \right) + 742.29 \times 10^3 \left(375 - \frac{90}{2} \right) = 483.76 \times 10^6$$

Resolviendo, se obtiene que:

$$w_t = 154.68 \text{ mm} \sim 155 \text{ mm}$$

5.7.3.4.2 Selección del refuerzo principal requerido en la región B de la viga.

El área de acero mínimo se calcula de acuerdo a la sección 10.5.1 del código.

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad \text{ACI 318 Ec. 10-3}$$

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{0.25 \sqrt{34.5}}{414} \times 375 \times 672.5 = 894.48 \text{ mm}^2$$

Así mismo, el área de acero no deberá ser menor que:

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{1.4}{f_y} b_w d$$

$$A_{s, \text{mín.}} = \frac{1.4}{414} \times 375 \times 672.5 = 852.81 \text{ mm}^2$$

El área de acero requerido en la región B de la viga es:

$$A_{ts} = \frac{F_{\text{Tensor}}}{\Phi f_y} = \frac{802.29 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 2583.86 \text{ mm}^2 > 894.48 \text{ mm}^2$$

Se considera la siguiente disposición de refuerzo:

- 2 capas; 1era. capa con 6 refuerzos No. 19, y 2da. capa con 4 No. 19,
 $A_{ts} = (6 \times 284) + (4 \times 284) = 2840 \text{ mm}^2$.

5.7.3.4.3 Revisión del centroide de las barras de acero propuestas.

El centroide del refuerzo longitudinal propuesto debe coincidir con la ubicación asumida para el tensor principal del MPT global. Un cálculo simple es utilizado para encontrar la distancia desde la parte inferior de la viga al centroide del refuerzo longitudinal (g). Antes de calcular el valor de g , debe seleccionarse el recubrimiento inferior y la separación entre las capas de refuerzo.

La sección 7.7.1 del ACI establece los recubrimientos mínimos de concreto. El recubrimiento libre a los estribos no debe ser menor de 40 mm. De la sección 7.6.2 y 3.3.2 del ACI, la distancia libre entre capas de refuerzo no deberá ser menor de 25 mm o 4/3 veces el tamaño del agregado. En este caso, la distancia entre capas será de 25 mm. En la Figura 5.82 se presenta el esquema de colocación del refuerzo principal en la región B de la viga.

El centroide de las barras de acero propuestas es igual a:

$$g = \frac{(6 \times 284 \text{ mm}^2 \times 59.1 \text{ mm}) + (4 \times 284 \text{ mm}^2 \times 103.2 \text{ mm})}{2840 \text{ mm}^2}$$

$$g = 76.74 \text{ mm} \sim \frac{W_t}{2} (77.5 \text{ mm})$$

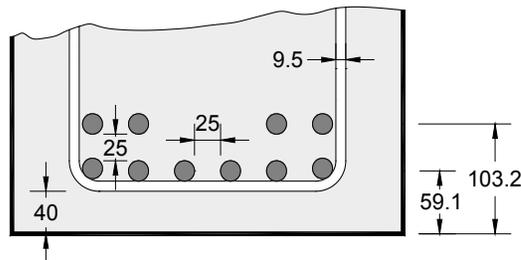


Figura 5.82 Colocación del refuerzo principal en la región B de la viga.

5.7.3.5 Paso 5: Establecer el modelo puntal-tensor y determinar las fuerzas requeridas en la armadura.

5.7.3.5.1 Selección del Modelo

En la Figura 5.83 se muestran cinco MPT que son utilizados frecuentemente en el diseño de extremos entallados.

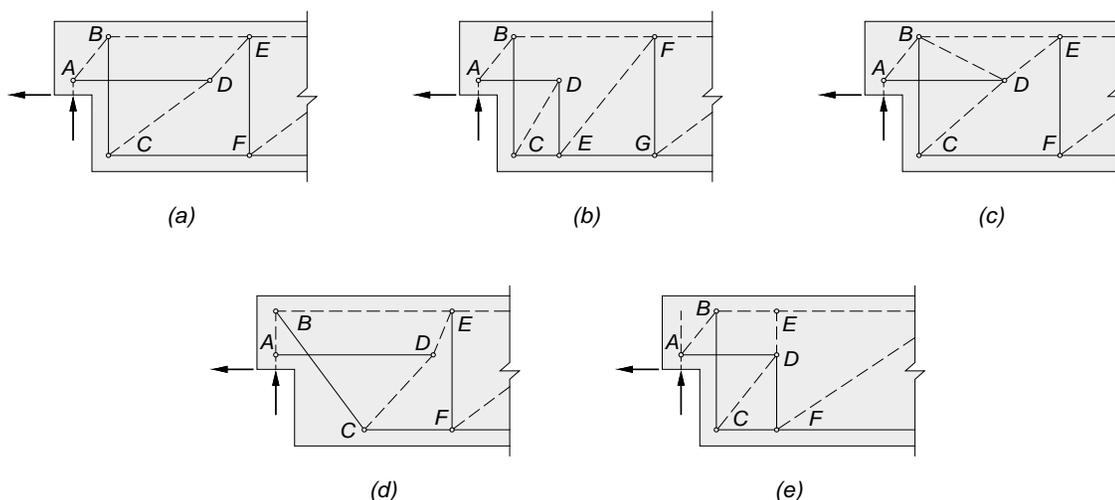


Figura 5.83 Comparación de modelos puntal-tensor para extremos entallados.

Los MPT de la Figura 5.83 (excepto el modelo d) presentan un tensor vertical BC, ubicado en el extremo de la parte completa de la viga, así como un puntal inclinado AB sobre el área de apoyo. En pruebas realizadas por (Cook & Mitchell, 1988), los especímenes con el tensor BC compuesto de estribos verticales cerrados (con doblez de 135°) presentaron mejores resultados que los especímenes con estribos abiertos. La componente horizontal de la fuerza de compresión del puntal AB es equilibrada por la tensión en AD. El modelo de la Figura 5.83b tiene la ventaja de que la fuerza en el tensor CE es menor, y por lo tanto más fácil de anclar, que la fuerza del tensor CF de la Figura 5.83a.

El MPT de la Figura 5.83c fue originalmente propuesto por (Cook & Mitchell, 1988), desde entonces ha sido retomado por (Sanders, 2002) y por (Mitchell, et

al., 2010). Este modelo predice fuerzas en el refuerzo del tensor BC que son inconsistentes con los resultados de las pruebas realizadas en vigas con extremos entallados (Mattock, 2012). El uso de este modelo conduciría a una situación poco realista, donde la fuerza prevista en el tensor BC excede en gran medida a la reacción vertical del apoyo. Además, la presencia del puntal de compresión BD es inconsistente con el comportamiento de la grieta por tensión diagonal en la esquina reentrante (Figura 5.83c). Generalmente, los puntales de compresión deben ser orientados en paralelo a las grietas observadas. El puntal BD viola este principio al cruzar en una dirección casi perpendicular al agrietamiento que sale de la esquina reentrante. Esta observación confirma el argumento de (Mattock, 2012), que el modelo de la Figura 5.83c no debe ser usado en el diseño de vigas con extremos entallados.

El MPT de la Figura 5.83d tiene un tensor inclinado BC y un puntal vertical sobre la reacción. Se debe tener cuidado en el anclaje del tensor BC en su extremo superior. Es habitual proporcionar un tensor horizontal en el nodo A, esto con el fin de resistir cualquier fuerza de tensión debido a los efectos de contracción de la viga. Los extremos entallados que fueron diseñados con los modelos de la Figura 5.83a o b, y que fueron probados en los ensayos de (Cook & Mitchell, 1988), se desempeñaron tan bien como los diseñados con el modelo de la Figura 5.83d.

La Figura 5.83e muestra un MPT alternativo. Este modelo supone que la tensión total en el tensor AD debe ser resistido en el nodo D por la componente horizontal del puntal CD, actuando conjuntamente con el tensor DF como una armadura. Para que esto sea cierto, el tensor AD debe terminar en el nodo D con algún tipo de anclaje positivo. En la realidad, el tensor AD continúa después del nodo D en una longitud suficiente para desarrollar la resistencia a la fluencia. Esta longitud debe tener en cuenta la profundidad de concreto por debajo del tensor AD.

La fuerza del tensor AD se transfiere gradualmente sobre la longitud de desarrollo, en lugar de transferirse repentinamente en el nodo D, tal como indica el modelo de

la Figura 5.83e. Por lo tanto, no es necesario colocar el tensor DF, actuando junto con el puntal CD, para resistir el tensor AD (Mattock, 2012). El tensor AD es equilibrado por la fuerza provista por la longitud de desarrollo en el nodo D.

Los esfuerzos de tensión en el concreto, debido a la transferencia de fuerza a partir de la extensión del tensor AD, son resistidos por el concreto circundante y el refuerzo de corte en el alma. La Figura 5.84 muestra cómo el anclaje del tensor AD ocurre por la acción de apuntalamiento a partir de la extensión del refuerzo más allá del nodo D. La extensión de la barra es anclada por los puntales que se desarrollan entre el refuerzo a flexión (en la parte inferior de la viga) y la zona a compresión en la parte superior.

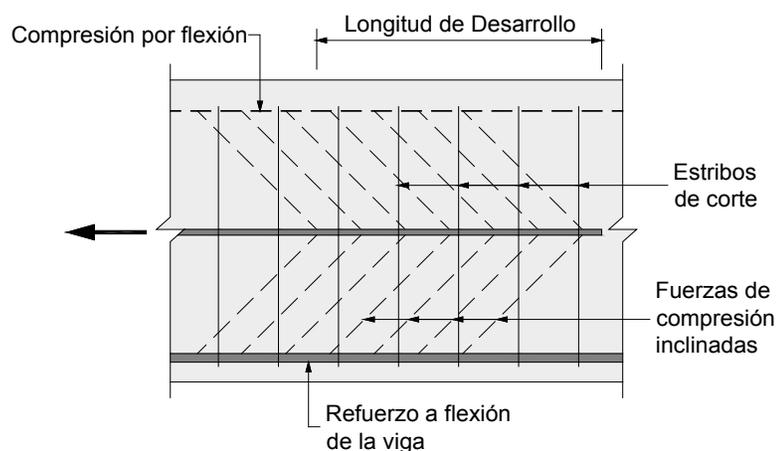


Figura 5.84 Transferencia de fuerza sobre la longitud de desarrollo del tensor AD. Adaptado de (Mattock, 2012).

Las componentes verticales de las fuerzas de compresión diagonal son resistidas por los estribos de corte. El hendimiento de la viga, a lo largo del eje de la longitud de desarrollo, también es soportado por la resistencia a tensión del concreto.

Para el caso del diseño de extremos entallados, la (FIP, 1999) recomienda la combinación de dos MPT, mostrados en la Figura 5.85a y b. El modelo de la Figura 5.85a requiere refuerzo transversal para la fuerza $(T_1 + T_2) = 2F_1$, distribuido como se muestra. En las pruebas realizadas por (Barton, 1988), el

refuerzo correspondiente al tensor T_2 desarrolló fuerza significativa solamente para niveles de carga mayores que la carga de diseño. Esto fue debido a la tensión resistida por el concreto y a los efectos de otras contribuciones, tales como: la trabazón del agregado y la acción de dovela.

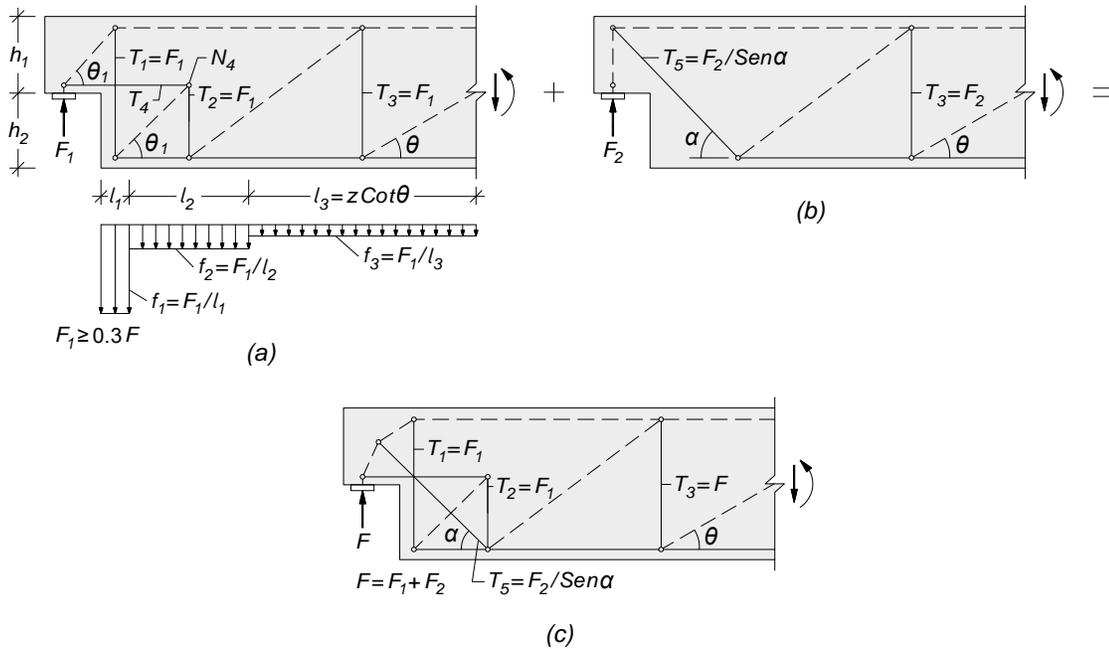


Figura 5.85 Combinación de modelos puntal-tensor para vigas con extremos entallados. a) Modelo (1) con tensor horizontal en el apoyo, b) Modelo (2) con tensor inclinado en el apoyo, c) Combinación de modelos (1) y (2). Adaptado de (FIP, 1999).

Similar al análisis del MPT de la Figura 5.83e, la colocación del tensor T_2 conduciría a un refuerzo de corte totalmente innecesario. Por otro lado, el modelo (a) de la Figura 5.85 obliga al *camino de carga* a desviarse sustancialmente de las direcciones de los esfuerzos elásticos. Esta es la razón por la que (Schlaich & Schäfer, 1991) proponen colocar refuerzo diagonal, tal como se muestra en la Figura 5.85b (este modelo debe transmitir menos del 70% de la capacidad total). El refuerzo diagonal es más difícil de ubicar y anclar adecuadamente, aunque sigue de cerca las direcciones principales de los esfuerzos elásticos. El refuerzo horizontal para el tensor T_4 debe extenderse más allá del nodo N_4 , por lo menos la mitad de su longitud de anclaje. Se deben proporcionar barras en horquillas o

lazos horizontales adicionales en la mitad inferior del extremo entallado, si $h_2 > h_1$ o si $h_2 > 300$ mm (FIP, 1999).

La selección de un modelo particular es un compromiso entre la facilidad de fabricación y la fidelidad a las direcciones principales de los esfuerzos elásticos. El modelo de la Figura 5.83a resulta en un patrón de refuerzo que es fácil de colocar y se adapta bien al esquema general del refuerzo de la viga. Además, este modelo conduce a la cantidad mínima requerida de refuerzo de corte. Este MPT será el utilizado en este ejemplo.

5.7.3.5.2 Determinación de las fuerzas en la armadura.

Para determinar las fuerzas en el reticulado, primero se deben ubicar los nodos del MPT. En la Figura 5.86, el nodo A está ubicado en la intersección de la línea de reacción resultante (R_u) y el tensor 4. Dicho tensor se asumirá que está colocado a 48 mm por encima de la parte inferior del extremo extendido de la viga. El nodo B se encuentra en la intersección de los extremos superiores del puntal 1 y del tensor 3. El refuerzo del tensor 3 debe colocarse lo más cerca posible de la cara extremo de la sección completa de la viga. Esto reduce la distancia desde la reacción vertical a la línea central del tensor 3. A su vez, esto minimiza la fuerza en el refuerzo a flexión del tensor 4. En este ejemplo, se asumirá que el tensor 3 está situado a 77.5 mm de la esquina reentrante.

Para determinar el resto de la geometría del MPT, es necesario conocer la ubicación del puntal 9 y la del tensor 11, así como los ángulos de inclinación de los campos de esfuerzos diagonales. El puntal 9 se ubicará en el centroide del puntal de compresión determinado en el diseño a flexión de la región B, es decir, $w_{s,9} = w_s = 90$ mm. También, el tensor 11 se colocará en el centroide del acero longitudinal determinado en el diseño de la región B ($w_{t,11} = w_t = 155$ mm). La distancia del brazo de palanca, jd , es igual a 627.5 mm. En la Figura 5.86, la cantidad de refuerzo horizontal del tensor 4 se determina en base a la inclinación del puntal 1. Obviamente, un ángulo pronunciado reduce la cantidad requerida de

refuerzo horizontal. En las mediciones de fuerzas realizadas por (Barton, 1988), el ángulo del puntal 1 osciló entre 45 y 55 grados, y tendió a incrementar a medida que la carga aumentó cerca de la carga última.

En el MPT propuesto, el ángulo del puntal 1 está definido por la ubicación de los nodos A y B. La inclinación del puntal 10 se asumirá que es igual a 33.50° . Este ángulo determina la posición del tensor vertical 8. El ángulo del puntal 5 se determina matemáticamente para lograr el equilibrio estático del nodo C. De esta manera, la geometría del MPT queda completamente definida.

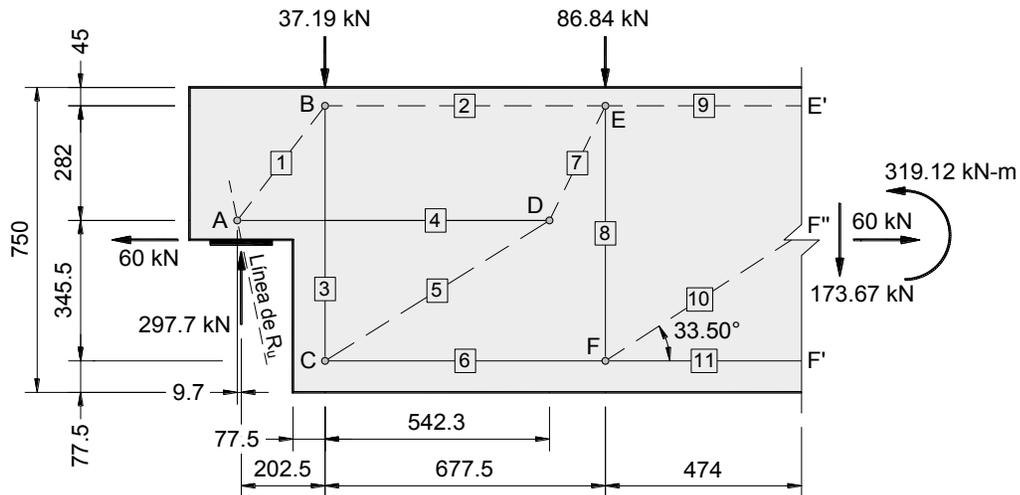


Figura 5.86 Geometría del modelo puntal-tensor del extremo entallado.

La carga distribuida que actúa en la región D debe ser reemplazada por una fuerza equivalente en los nodos correspondientes. Esta fuerza es igual a la carga distribuida por el ancho de la zona de influencia a cada lado del nodo. Por ejemplo, la fuerza equivalente en el nodo E es igual a:

$$F_{Eq. (E)} = 91.6 \text{ k/m} \left(\frac{2 \cdot 474}{1000} \right) \text{ m} = 86.84 \text{ k}$$

La magnitud de las fuerzas en las cuerdas superior e inferior del MPT, adyacentes al límite de la región D, pueden ser derivadas del modelo de armadura, tal como sigue:

Cuerda a tensión

$$F_t = \frac{|M|}{z} + N \frac{(z - z_s)}{z} + \frac{V}{2} \cot \theta \quad (5-40)$$

Cuerda a compresión

$$F_c = \frac{|M|}{z} - N \frac{z_s}{z} - \frac{V}{2} \cot \theta \quad (5-41)$$

Donde:

$z = jd$ = Brazo de palanca de la sección.

N = Carga axial, tomado positivo para tensión y negativo para compresión.

z_s = Distancia desde la línea de acción de N al centroide del refuerzo de tensión.

Las fuerzas de contorno, que actúan en el límite de la región D, son las siguientes:

$$F_t = \frac{319.12 \times 1000}{627.5} + 60 \frac{[627.5 - (375 - 77.5)]}{627.5} + \frac{173.67}{2} \cot 33.50^\circ$$

$$F_t = 671.30 \text{ kN}$$

$$F_c = \frac{319.12 \times 1000}{627.5} - 60 \frac{(375 - 77.5)}{627.5} - \frac{173.67}{2} \cot 33.50^\circ$$

$$F_c = 348.92 \text{ kN}$$

La magnitud de la fuerza en el puntal 10 es igual a:

$$F_{u,10} = \frac{V}{\text{sen } \theta} \quad (5-42)$$

$$F_{u,10} = \frac{173.67}{\text{sen } 33.50^\circ} = 314.65 \text{ kN}$$

Las fuerzas requeridas, en los demás miembros de la armadura, se determinarán con la herramienta CAST. La Figura 5.87 muestra el MPT desarrollado en dicho programa, basado en el esquema presentado en la Figura 5.86.

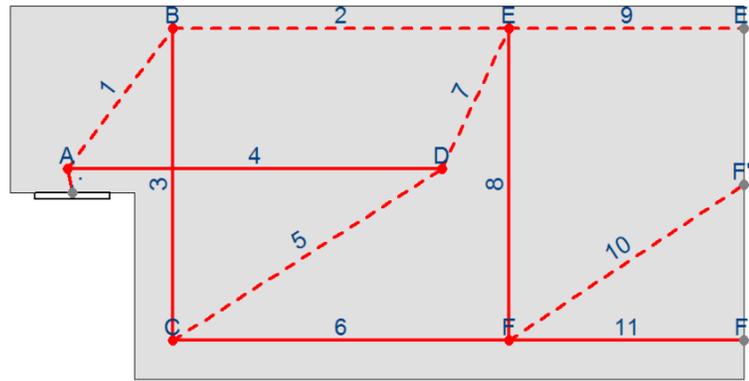


Figura 5.87 Modelo puntal-tensor del extremo entallado desarrollado en CAST.

La reacción resultante (en el nodo A) debe estar orientada en un ángulo de 11.40° (γ_R), con respecto al eje vertical. En el nodo D se colocará una reacción hipotética para *estabilizar* el MPT. La magnitud de esta reacción debe ser cero. En los nodos E' y F' se ubicarán los apoyos de contorno.

Las fuerzas en los elementos del MPT se presentan en la Figura 5.88.

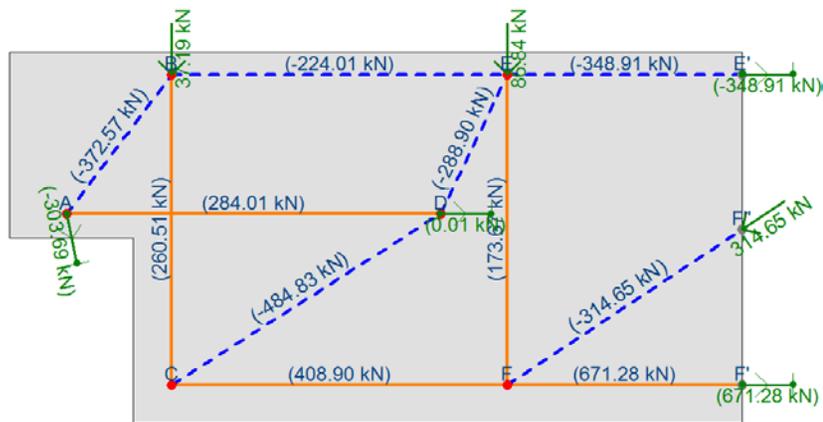


Figura 5.88 Fuerzas en los elementos del MPT del extremo entallado.

5.7.3.6 Paso 6: Determinar la cantidad de refuerzo en los tensores.

El acero requerido en los tensores debe cumplir con las secciones A.2.6 y A.4.1 del código ACI.

$$\Phi F_{nt} = \Phi A_{ts} f_y \leq F_u$$

ACI 318 Ec. A-6

5.7.3.6.1 Tensor 4

El área de acero requerido en el tensor 4 es igual a:

$$A_{ts,4} = \frac{F_{u,4}}{\Phi f_y} = \frac{284.01 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 914.69 \text{ mm}^2$$

Se utilizará la siguiente disposición de refuerzo:

- 1 capa de 4 refuerzos No. 19, $A_{ts} = 4 \times 284 = 1136 \text{ mm}^2$.

5.7.3.6.2 Tensor 11

$$A_{ts,11} = \frac{671.28 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 2161.93 \text{ mm}^2$$

Por simplicidad en diseño y construcción, el tensor 11 tendrá la misma cantidad de acero que en la región B. El refuerzo en esa región está constituido por 2 capas, en la primera capa se colocarán 6 refuerzos No. 19, y en la segunda 4 No.19.

5.7.3.6.3 Tensor 6

$$A_{ts,6} = \frac{408.90 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 1316.91 \text{ mm}^2$$

El refuerzo del tensor 6 debe ser una continuación de las barras propuestas en el tensor 11. Para mantener la simetría, en el refuerzo del tensor 6, se dispondrá el siguiente acero:

- 1 capa de 6 refuerzos No. 19, $A_{ts} = 6 \times 284 = 1704 \text{ mm}^2$.

5.7.3.6.4 Tensor 3

$$A_{ts,3} = \frac{260.51 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 839 \text{ mm}^2$$

El refuerzo del tensor 3 debe distribuirse sobre un ancho bien reducido, esto obliga a que el número de estribos a utilizar sea el menor posible. Por esta razón, se utilizarán estribos cerrados en forma de W (este tipo de estribo tiene 4 ramas). El refuerzo de este tensor es igual a:

- 3 estribos cerrados W No. 10, $A_{ts} = 3 \times 4 \times 71 \text{ mm}^2 = 852 \text{ mm}^2$.

5.7.3.6.5 Tensor 8

$$A_{ts,8} = \frac{173.67 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 559.32 \text{ mm}^2$$

Se considera el siguiente refuerzo:

- 4 estribos cerrados No. 10, $A_{ts} = 4 \times 2 \times 71 \text{ mm}^2 = 568 \text{ mm}^2$.

Los estribos del tensor 8 pueden ser distribuidos sobre una distancia igual a $627.5 \times \cot 33.50^\circ = 948.05 \sim 948 \text{ mm}$. La separación requerida de los estribos es de $948/4 = 237 \text{ mm}$. Se usará un espaciamiento de 230 mm.

5.7.3.7 Paso 7: Dimensionar las zonas nodales y verificar los requisitos de anclaje.

Se debe considerar que los únicos nodos del MPT que parecen ser críticos son los nodos A y C. Los demás nodos tienen considerablemente más área (de concreto) para resistir los esfuerzos, por lo que no es necesario revisar sus capacidades. Sin embargo, debe asegurarse un anclaje seguro para las barras de refuerzo que llegan a estos nodos.

5.7.3.7.1 Zona Nodal A

Al considerar el efecto de la fuerza N_{uc} en la geometría del nodo A, el ancho provisto en la cara de la zona nodal, colindante con el puntal 1, es igual a 171 mm. Este valor se determinó de acuerdo a las ecuaciones (5-19) a (5-23). Las dimensiones de la zona nodal A se presentan en la Figura 5.89.

La longitud de desarrollo potencial para el refuerzo del tensor 4 se extiende hasta el punto donde el centroide del tensor intersecta la línea de contorno del puntal 1. Debido a que esta longitud es muy pequeña, para lograr la fluencia del refuerzo, es necesario soldar las barras a un perfil de acero en el extremo del entalle. Si se proporcionara una mayor distancia (más allá del apoyo) o refuerzo adicional en el tensor, podría no ser necesario utilizar el perfil de acero. El código actual del ACI aún no permite reducir la longitud de desarrollo cuando existe una carga de compresión elevada sobre las barras de refuerzo.

Para anclar el refuerzo del tensor 4, se soldarán las 4 barras No. 19 a un ángulo de acero de $102 \text{ mm} \times 102 \text{ mm} \times 12.7 \text{ mm}$. La soldadura debe diseñarse para desarrollar la resistencia a la fluencia del refuerzo. Un procedimiento de cálculo para el diseño de la soldadura se muestra en el Anexo C de este documento.

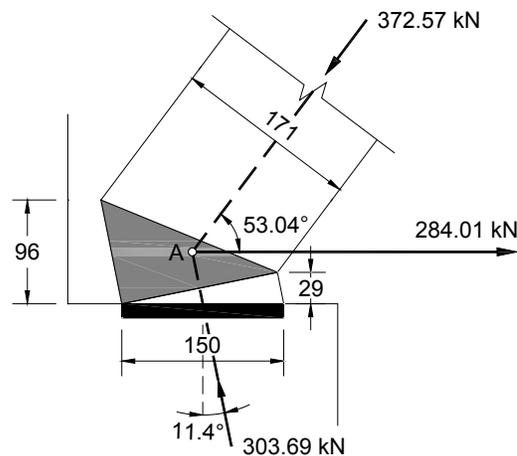


Figura 5.89 Dimensiones de la zona nodal A en el MPT del extremo entallado.

5.7.3.7.2 Zona Nodal C

Las 6 barras No. 19, provistas por la fuerza del tensor 6, necesitan ser desarrolladas dentro del nodo C. Para anclar este refuerzo, de manera apropiada, se utilizarán ganchos estándar de 180° . La longitud de desarrollo, l_{dh} , se determina según la sección 12.5.2 del código ACI.

$$l_{dh} = \frac{0.24 \psi_e f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b$$

De lo cual, se obtiene una longitud de desarrollo de:

$$l_{dh} = \frac{0.24 \times 1 \times 414}{1 \times \sqrt{34.5}} \times 19.1 = 323.10 \text{ mm}$$

La longitud de desarrollo puede ser reducida por los factores de la sección 12.5.3 del ACI. Esta sección establece que cuando se proporcione un recubrimiento lateral (normal al plano del gancho) mayor de 64 mm (2½ in), la longitud l_{dh} puede ser multiplicada por un factor de 0.7. Para aplicar este factor, se proveerá un recubrimiento lateral a los estribos igual a 55 mm.

Para ganchos de 180°, de barra No. 36 y menores, que se encuentran confinados con estribos perpendiculares a la barra que se está desarrollando, espaciados a no más de $3d_b$ a lo largo de la longitud l_{dh} , podrá aplicarse un factor de 0.8. Para cumplir con esta condición, los 3 estribos cerrados W No. 10, requeridos por la fuerza del tensor 3, tendrán una separación (entre los centros) de 28 mm. Adicionalmente, se colocarán 2 estribos cerrados W No. 10, separados a una distancia de 65 mm, para lograr un mejor confinamiento a lo largo de la longitud de desarrollo. Ambas separaciones son menores que $3d_b = 66.6$ mm, por lo que el factor de 0.8 también puede ser utilizado.

Aplicando ambos factores de reducción, se obtiene que:

$$l_{dh} = 0.7 \times 0.8 \times 323.10 = 180.94 \text{ mm, para las barras No. 19.}$$

Para conocer la longitud de anclaje que será proporcionada, primero se debe establecer el ancho efectivo del tensor 3. En (Cook & Mitchell, 1988) se recomienda que el ancho efectivo de un tensor, cuyo refuerzo sea estrechamente espaciado, puede ser tomado como la distancia entre las últimas capas de refuerzo del tensor. Siguiendo esta recomendación, el ancho efectivo del tensor 3 es igual a dos veces la separación de los estribos más dos veces su diámetro.

$$w_{t,3} = (2 \times 28) + (2 \times 9.5) = 75 \text{ mm}$$

Para controlar la hendidura en el recubrimiento de la cara extremo de la sección completa de la viga, es necesario que las barras longitudinales del tensor 6 se extiendan una pequeña distancia más allá de los estribos. Esta distancia será de 15 mm. La longitud de anclaje provista se determinará en base al inciso A.4.3.3 del apéndice A del ACI.

$$l_{\text{prov}} = 15 + 75 + 59 \times \cot 32.50^\circ = 182.61 \text{ mm}$$

La longitud de anclaje provista, de 182.61 mm, es mayor que la requerida de 180.94 mm. Por lo tanto, el refuerzo del tensor 3 tiene un anclaje seguro.

El ancho provisto en la interfaz nodo-puntal es igual a:

$$w_{\text{prov},5} = w_{t,3} \sin \theta_5 + w_{t,6} \cos \theta_5$$

$$w_{\text{prov},5} = 75 \times \sin 32.50^\circ + 155 \times \cos 32.50^\circ = 171.02 \text{ mm}$$

Las dimensiones de la zona nodal C se presentan en la Figura 5.90.

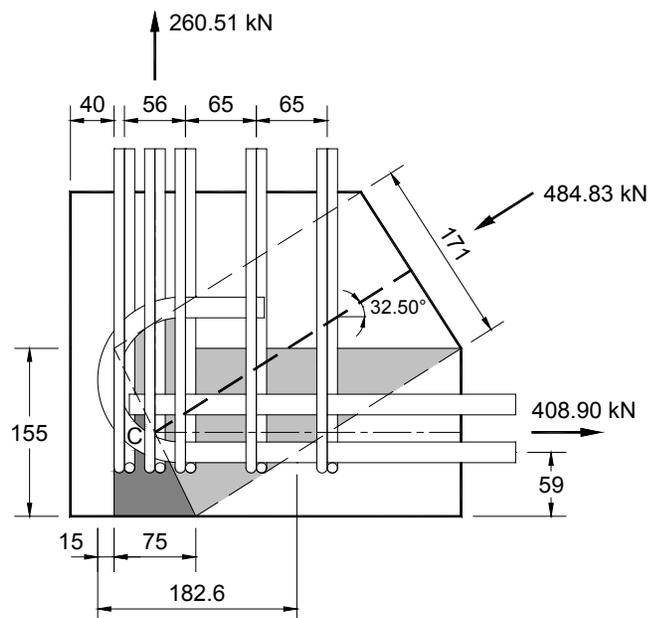


Figura 5.90 Geometría de la zona nodal C en el MPT del extremo entallado.

5.7.3.7.3 Zona Nodal D

En este nodo se revisará únicamente el anclaje del refuerzo correspondiente al tensor 4. La longitud de desarrollo para barras en tracción, l_d , se determina de la sección 12.2.2 del ACI.

$$l_d = \left(\frac{f_y \psi_t \psi_e}{2.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$$

$$l_d = \frac{414 \times 1.3 \times 1}{2.1 \times 1 \times \sqrt{34.5}} \times 19.1 = 833.39 \text{ mm}$$

Se utiliza un factor de $\psi_t = 1.3$, porque debajo del refuerzo del tensor 4 se colocarán más de 300 mm de concreto fresco [Sección 12.2.4 (a) del ACI]. Las barras deben ser ancladas en dirección hacia el centro del claro. Se proveerá una longitud de desarrollo de 850 mm (más allá del nodo D).

5.7.3.8 Paso 8: Verificar la resistencia de las zonas nodales y puntales.

Los puntales del MPT tienen un espesor igual al ancho de la viga, excepto para los puntales 1 y 2. En algunas pruebas realizadas por (Cook & Mitchell, 1988), el recubrimiento lateral a los estribos se desprendió por completo en el nodo B. Ellos asumen que el recubrimiento de concreto se desprende hasta la línea central de los estribos. Considerando estos resultados, se asume que los puntales 1 y 2, así como el ancho bajo la placa de apoyo, tienen un espesor efectivo igual a $375 - 2(55) - 9.5 = 255.5 \text{ mm}$.

La resistencia de los puntales se evaluará con los criterios expuestos en el apartado 4.7.2. En la Tabla 5.16 se presenta la revisión de la resistencia de las zonas nodales. A manera de ejemplo ilustrativo se muestra el cálculo del ancho requerido para el puntal 1.

$$w_{s,1} = \frac{F_{u,1}}{\Phi f_{ce} b_s} = \frac{F_{u,1}}{\Phi 0.85 \beta_s f'_c b_s}$$

$$w_{s,1} = \frac{372.57 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 0.85 \times 0.75 \times 34.5 \text{ MPa} \times 255.5 \text{ mm}} = 88.40 \text{ mm}$$

Tabla 5.16 Revisión de zonas nodales en el MPT de la viga con extremos entallados.

Nodo No.	Tipo	β_n	Tipo	F_u		$w_{req.}$ (mm)	$w_{prov.}$ (mm)	Factor de Demanda	¿Verifica?
				#	(kN)				
A	CCT	0.80	C	1	372.57	82.88	171	0.48	SI
			T	4	284.01	43.04	96	0.45	SI
			C	R_u	303.69	67.55	147	0.46	SI
B	CCT	0.80	C	1	372.57	82.88	171	0.48	SI
			C	2	224.01	49.83	90	0.55	SI
			T	3	260.51	39.48	75	0.53	SI
C	CTT	0.60	T	3	260.51	52.64	75	0.70	SI
			C	5	484.83	97.97	171	0.57	SI
			T	6	408.90	82.63	155	0.53	SI
D	CCT	0.80	T	4	284.01	43.04	96	0.45	SI
			C	5	484.83	73.48	171	0.43	SI
			C	7	288.90	43.79	192.6	0.23	SI
E	CCT	0.80	C	2	224.01	49.83	90	0.55	SI
			C	7	288.90	43.79	192.6	0.23	SI
			T	8	173.67	26.32	90.5	0.29	SI
			C	9	348.91	52.88	90	0.59	SI
F	CTT	0.60	T	11-6	262.38	53.02	155	0.34	SI
			T	8	173.67	35.09	90.5	0.39	SI
			C	10	314.65	63.58	179.2	0.35	SI

Las propiedades de los puntales y tensores del modelo se presentan en la Tabla 5.17 y Tabla 5.18, respectivamente.

Tabla 5.17 Propiedades de puntales en la viga con extremos entallados.

Elemento No.	Rigidez relativa	β_s	$w_{prov.}$ (mm)	Nombre del tipo de propiedad
1	1	0.75	171	Forma de botella_0.75
2	1	1.00	90	Prismático_1
5	1	0.75	171	Forma de botella_0.75
7	1	0.75	192.6	Forma de botella_0.75
9	1	1.00	90	Prismático_1
10	1	0.60	179.2	Forma de botella_0.60

Como se observa en la Tabla 5.17, los puntales 1, 5 y 7 son considerados en forma de botella, con un factor β_s igual a 0.75. En estos puntales se dispondrá refuerzo mínimo que satisfaga con los requisitos del apartado 4.7.5. Los puntales 2 y 9 son de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud (puntales prismáticos), con $\beta_s = 1.00$. Para el puntal 10 se asume un $\beta_s = 0.60$, ya que se trata de un puntal en el alma de una viga.

Tabla 5.18 Propiedades de tensores en la viga con extremos entallados.

Elemento No.	Rigidez relativa	A_s (mm ²)	$w_{prov.}$ (mm)	Nombre del tipo de propiedad
3	1	852	75	T3_W No.10@28
4	1	1136	96	T4_4 No.19
6	1	1704	155	T6_6 No.19
8	1	568	90.5	T8_No.10@230
11	1	2840	155	T11_10 No.19

Relación de esfuerzos

$$\frac{f_{u,1}}{\Phi f_{ce}} = \frac{8.53 \text{ MPa}}{16.50 \text{ MPa}} = 0.517 < 1$$

Tensor 3

Esfuerzo actuante

$$f_{u,3} = \frac{F_{u,3}}{A_{s,3}}$$

$$f_{u,3} = \frac{260.51 \text{ kN} \times 1000}{852 \text{ mm}^2} = 305.76 \text{ MPa}$$

Relación de esfuerzos

$$\frac{f_{u,3}}{\Phi f_y} = \frac{305.76 \text{ MPa}}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} = 0.985 < 1$$

Un diseño es aceptable si todas las relaciones de esfuerzos (en puntales, tensores y nodos) son menores que 1. El puntal 1 y el tensor 3 satisfacen los requisitos de resistencia. El resto de elementos se calculan de forma similar.

Tabla 5.19 Relación demanda-capacidad en puntales bajo cargas actuantes.

Elemento No.	F_u (kN)	Esfuerzo Actuante (MPa)	Esfuerzo Máximo (MPa)	Relación de Esfuerzos
1	-372.57	8.53	16.50	0.517
2	-224.01	9.74	21.99	0.443
5	-484.83	7.56	16.50	0.458
7	-288.90	4.00	16.50	0.242
9	-348.91	10.34	21.99	0.470
10	-314.65	4.68	13.20	0.355

Tabla 5.20 Relación demanda-capacidad en tensores bajo cargas actuantes.

Elemento No.	F _u (kN)	Esfuerzo Actuante (MPa)	Esfuerzo Máximo (MPa)	Relación de Esfuerzos
3	260.51	305.76	310.5	0.985
4	284.01	250.01	310.5	0.805
6	408.90	239.96	310.5	0.773
8	173.67	305.76	310.5	0.985
11	671.28	236.37	310.5	0.761

5.7.3.9 Paso 9: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración.

Además del refuerzo primario, correspondiente a los tensores del modelo, se debe cumplir con el acero mínimo en los puntales forma de botella (puntales 1, 5 y 7). Este refuerzo debe satisfacer la sección 3.3.1 del apéndice A del ACI.

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \sin \alpha_i \geq 0.003 \qquad \text{ACI 318 Ec. A-4}$$

Puntal 1

Si el extremo extendido es considerado como una ménsula invertida, el área de acero horizontal en el puntal 1 no debe ser menor que:

$$A_h = 0.5 \left(A_{s,4} - \frac{N_{uc}}{\Phi f_y} \right)$$

$$A_h = 0.5 \left[1136 \text{ mm}^2 - \frac{60 \text{ kN} \times 1000}{0.75 \times 414 \text{ MPa}} \right] = 471.38 \text{ mm}^2$$

Probar con 2 barras No. 13 en forma de U, $A_h = 2 \times 2 \times 129 = 516 \text{ mm}^2$. Este refuerzo debe distribuirse uniformemente dentro de los 2/3 de la profundidad

efectiva adyacente al refuerzo principal del tensor 4, es decir, $2/3(375 - 48) = 218$ mm. La separación media de las barras es igual a $218/2 = 109 \sim 110$ mm. En base al refuerzo provisto y al ángulo del puntal 1, se obtiene que:

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s s_i} \text{sen } \alpha_i = \frac{2 \times 129 \text{ mm}^2}{375 \text{ mm} \times 110 \text{ mm}} \text{sen } 53.04^\circ = 0.0050$$

Este valor es mayor que el requerido de 0.003. Usar 2 barras No. 13 en forma de U, con una separación de 110 mm, en el área del extremo extendido.

Puntal 5

Se considera que el eje del puntal 5 es atravesado, de manera conservadora, por las siguientes barras verticales: 2 estribos W No. 10 (estribos adicionales) y un estribo cerrado No. 10 (perteneciente al refuerzo del tensor 8). Horizontalmente, se colocarán 2 barras No. 13 en forma de U en la mitad inferior de la viga. Las áreas totales de acero, tanto verticales como horizontales, serán introducidas en el numerador de la Ec. A-4 del ACI 318. El término s_i será reemplazado por las longitudes proyectadas (vertical y horizontal) del puntal 5, resultando:

$$\begin{aligned} \sum \rho_5 \text{sen } \alpha_i &= \frac{(4 \times 2 \times 71 \text{ mm}^2) + (2 \times 71 \text{ mm}^2)}{375 \text{ mm} \times 542.3 \text{ mm}} \text{sen } 57.50^\circ \\ &+ \frac{(2 \times 2 \times 129 \text{ mm}^2)}{375 \text{ mm} \times 345.5 \text{ mm}} \text{sen } 32.50^\circ = 0.0051 > 0.003 \end{aligned}$$

El puntal 7 es atravesado por las 2 barras No. 13 en la mitad superior de la viga. Es evidente que este refuerzo es suficiente, por lo que no es necesario realizar cálculos adicionales.

5.7.4 Detallamiento

En este paso se unifican las cantidades de refuerzo obtenidas bajo las cargas actuantes. El detallamiento se realiza cumpliendo con los requisitos estipulados

por el ACI 318-08 y ACI 315-04. En la Figura 5.92 se ilustran los detalles del refuerzo en el extremo entallado de la viga.

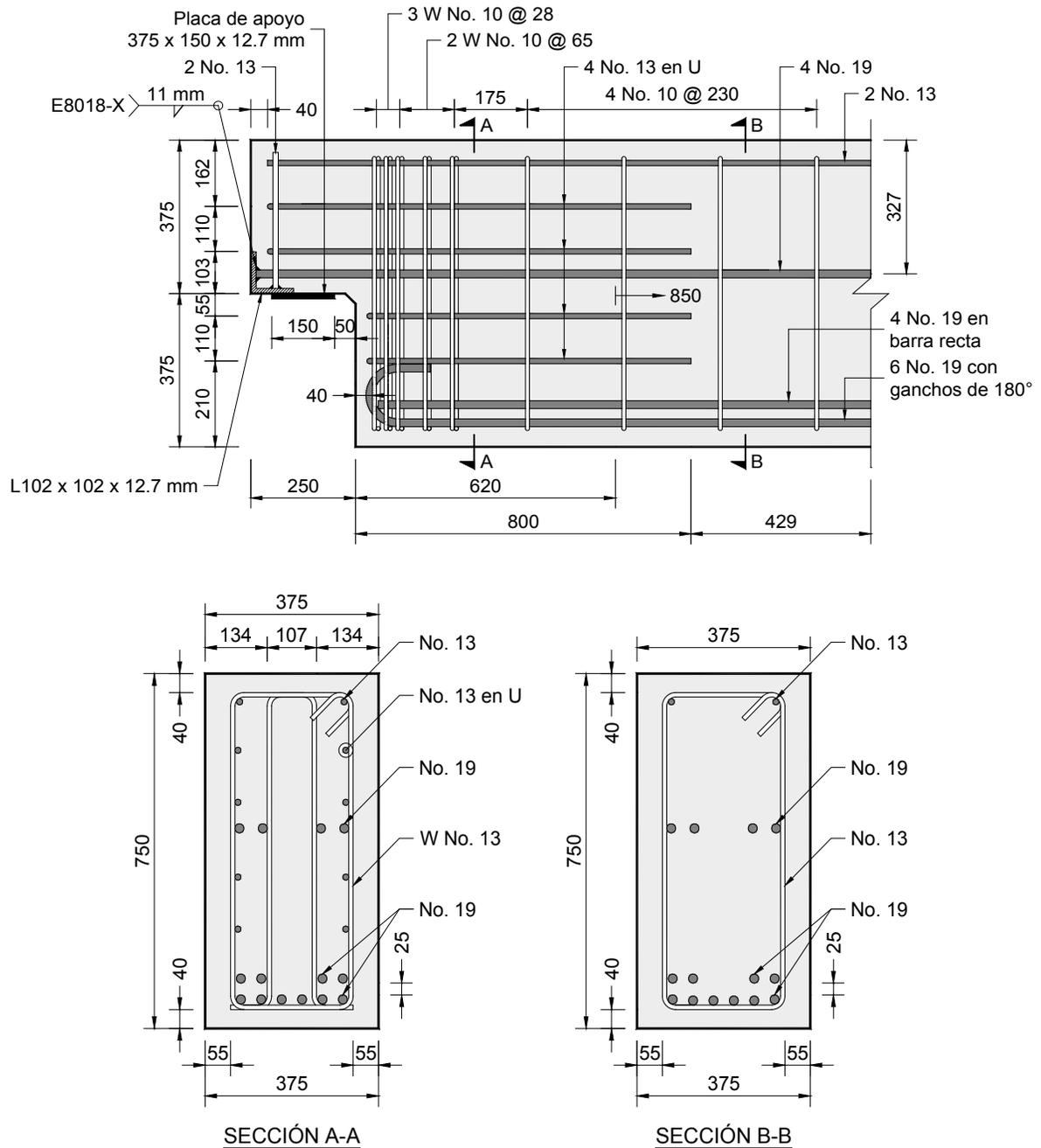


Figura 5.92 Disposición final de la armadura en la viga con extremos entallados.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

6.1.1 Generales

El modelo puntal-tensor es una técnica madura y consolidada en el diseño de elementos de concreto. Con este método es posible abrir una enorme perspectiva sobre el comportamiento del concreto, aplicando una idea simple, que puede ser capaz de llevarnos a una solución práctica y elegante de cualquier problema en el concreto estructural.

La aplicación del MPT —en el diseño de estructuras de concreto— ha sido ampliamente demostrada a través de una serie de ejemplos prácticos presentados en el Capítulo V. En estos ejemplos se utilizaron las disposiciones del Apéndice A del ACI 318-08 para la revisión de las capacidades de los elementos del MPT. Algunas recomendaciones del (FIP, 1999) también fueron incorporadas en el diseño del MPT de ciertos ejemplos. Éstas proporcionaron aspectos útiles para la creación y solución de varios modelos, y para el desarrollo de la geometría de puntales y tensores, tal como en los ejemplos 1 y 4.

Se observó en diferentes ejemplos que los esfuerzos en los puntales y zonas nodales no controlan el diseño de un MPT. Normalmente, los modelos conducen a una falla gobernada por la fluencia del refuerzo y no por aplastamiento de los puntales. Esto se debe al hecho de que los anchos de los puntales son a menudo determinados por las dimensiones de las placas de apoyo o por condiciones estáticas, por lo que en su mayoría los esfuerzos límites no son alcanzados. Sin embargo, se pueden presentar casos donde los esfuerzos en el concreto deben

ser limitados a su resistencia efectiva, tal como en el nodo B (nodo CTT) del modelo propuesto en el ejemplo 3a.

El Apéndice A del ACI 318-08 constituye un paso importante hacia un diseño más consistente y eficiente del concreto estructural. No obstante, la no distinción entre las zonas nodales dispersas y singulares, en la metodología de diseño propuesta en dicho apéndice, presenta una gran desventaja para el uso del MPT, pues se realizan cálculos innecesarios. Es importante señalar que muchos autores como (Marti, 1985), (Schlaich, et al., 1987) y códigos de diseño con mucha experiencia en MPT, como el Eurocódigo y las recomendaciones (FIP, 1999), recomiendan no revisar las zonas nodales dispersas. Un diseño con MPT debe enfocarse únicamente en la revisión de las zonas nodales más críticas (zonas singulares).

Usualmente, los temas de serviciabilidad y ductilidad son revisados indirectamente por medio de reglas semi-empíricas. El comportamiento de servicio se garantiza al orientar los elementos del MPT a las direcciones principales de los esfuerzos elásticos, obtenidos de un análisis elástico con el método de elementos finitos (Schlaich, et al., 1987). La colocación de una cantidad mínima de refuerzo transversal puede evitar fallas prematuras en la carga de agrietamiento, permitiendo un mejor desempeño en la condición de servicio. Una estructura de concreto diseñada con MPT, que posea suficiente ductilidad, es capaz de adaptarse al modelo seleccionado. La capacidad de deformación, después de la fluencia, permite una considerable redistribución de los esfuerzos y una formación sucesiva de nuevos sistemas estáticos.

En la etapa de desarrollo de un MPT se pueden concebir varias suposiciones con respecto a la ubicación de los nodos, puntales y tensores. Esto significa que distintos ingenieros podrían proponer modelos diferentes para la misma región D. En algunos casos, las diferencias en los resultados pueden ser significativas, llegando a obtener cantidades de refuerzo totalmente distintas. A pesar de esto, las diversas soluciones para un mismo problema de diseño son posibles en el

MPT, dando lugar a diferentes cargas últimas. En general, el ingeniero estructural tiene plena libertad para seleccionar el modelo de diseño de las regiones discontinuas. Aun así, se deben respetar las reglas presentadas para el desarrollo de un MPT adecuado, con el fin de prevenir redistribuciones de esos fuerzas extremas que puedan causar una falla prematura del elemento.

Aunque el MPT presenta un sin número de ventajas indiscutibles, todavía hay varios aspectos que podrían limitar su uso práctico. Uno de los temas señalados es el uso del MPT para diseño sísmico. Existe poca evidencia sobre el comportamiento de miembros estructurales, diseñados con el MPT, que sean solicitados ante cargas cíclicas. En consecuencia, no se sabe hasta qué punto las disposiciones actuales del método, derivadas para cargas estáticas, son aplicables para elementos sometidos a cargas cíclicas. Otro tema en discusión es sobre la realización de modelos tridimensionales, para lo cual hay poca o nula información en las consideraciones de diseño.

El programa CAST es una herramienta de diseño que hace el proceso de diseño más eficiente y transparente. CAST utiliza una interfaz sencilla para la creación o modificación de modelos, análisis de armadura, selección del acero de refuerzo y revisión de las capacidades de puntales y zonas nodales. La herramienta contiene provisiones de diseño predeterminadas basadas en ACI 318 y en resultados reportados por diversas investigaciones. El uso de este programa permitió una reducción significativa del tiempo empleado en el diseño de los ejemplos 4 y 5.

6.1.2 Ejemplos

6.1.2.1 Viga de Gran Peralte

El MPT seleccionado presenta de una manera simple la interacción entre los mecanismos de resistencia a corte de la viga (arco y armadura) y a la vez origina en el diseñador un mejor entendimiento de los flujos de fuerzas a través del elemento. Vigas con estados de cargas similares se muestran en (Reineck, 2002),

sin embargo en esta referencia no se presenta un MPT que tome de forma conjunta los dos mecanismos resistentes del elemento.

Para relaciones a/jd menores a 1.78, la zona nodal crítica del MPT utilizado se ubica en el apoyo de la viga (zona nodal A). Para relaciones a/jd mayores a 1.78, la zona nodal crítica se ubica en el nodo C. Basados en las fórmulas de distribución de corte propuestas en (FIP, 1999) y las fórmulas de resistencia del código se llegó a este resultado.

En elementos sometidos a cargas cíclicas, el MPT elegido debe capturar los esfuerzos de tensión que tienden a degradar rápidamente la resistencia del concreto. Se debe prestar atención al detallamiento de las zonas donde ocurre la inversión en la dirección de los puntales, proveyendo un adecuado confinamiento.

6.1.2.2 Viga de Acople

La aplicación del MPT a vigas de acople, con relaciones $2 < l_n/h < 4$, permite determinar de una forma racional los niveles de esfuerzos en las zonas críticas, por lo que su uso presenta una opción atractiva para este tipo de elementos.

El límite de esfuerzo cortante propuesto en la sección 21.9.4.4 del ACI 318-08 no aplica al diseño de vigas de acople mediante MPT. El requisito de limitar los esfuerzos cortantes se debe a que el ACI 318 no brinda una forma directa de calcular esfuerzos en el concreto (puntales y zonas nodales). Al utilizar el MPT, los elementos pueden ser diseñados para cargas mayores, produciendo diseños más económicos. Investigaciones como la desarrollada por (Lee, et al., 2008) avalan lo antes mencionado.

6.1.2.3 Ménsulas simple y doble

Estos ejemplos muestran cómo el uso del MPT, incluso para miembros estructurales relativamente sencillos, exige al ingeniero a comprender claramente el flujo de esfuerzos dentro del elemento e identificar las zonas críticas. Se prestó

particular atención al modelado de los detalles de las áreas de apoyo y de carga, ya que las capacidades últimas de las ménsulas son sensibles a los pequeños cambios en las excentricidades de carga. El recubrimiento de concreto exterior, bajo la placa de apoyo, tiene el potencial de desprenderse, por lo cual no se consideró en el análisis de las condiciones de falla última. El anclaje del refuerzo principal se efectuó mediante soldadura estructural a un ángulo de acero. La soldadura se diseñó de acuerdo al código (AWS D1.4, 2005), para garantizar el desarrollo de la resistencia a la fluencia del refuerzo principal.

6.1.2.4 Muros de corte de baja altura

El MPT propuesto predice adecuadamente la resistencia a cortante de muros de concreto de baja altura sometidos a cargas sísmicas. La resistencia calculada mediante MPT fue de $V_n = 278$ kN, mientras que la resistencia experimental fue de $V_{\text{ensaye}} = 274$ kN (Carrillo & Alcocer, 2010), presentando una relación V_n/V_{ensaye} de 1.01.

La ecuación 21-7 del código ACI 318-08 sobreestima la capacidad del muro. El elemento estudiado presentó una relación $V_n/V_{\text{ensaye}} = 1.37$ y $\Phi V_n/V_{\text{ensaye}} = 1.03$, ambas mayores que 1. Los resultados obtenidos concuerdan con los reportados por otros investigadores como (Gulec, et al., 2008) y (Carrillo & Alcocer, 2010). Ellos reportan resultados similares con relaciones $\Phi V_n/V_{\text{ensaye}}$ que van de 1 hasta 1.28.

El factor de demanda máximo de la zona nodal crítica del MPT (nodo G), calculado mediante la metodología de campos de transición (Schlaich & Anagnostou, 1990), fue de 0.52, discrepando en un 40 por ciento con el valor reportado por la herramienta CAST (0.859), obtenido mediante el criterio modificado de fluencia Mohr-Coulomb. Es posible que la diferencia de resultados se deba al complejo estado tensional de la zona nodal, la cual requiere un criterio avanzado de análisis, como es el caso del criterio modificado de fluencia Mohr-Coulomb utilizado por CAST.

6.1.2.5 Viga con extremos entallados

En este ejemplo se demuestra la ventaja del MPT para diseñar partes de una estructura en las cuales no se puede aplicar la teoría tradicional de vigas. Para la mayoría de estructuras de concreto, no es razonable ni eficiente modelar toda la estructura con un MPT. Por esta razón, se realizó una subdivisión de la viga en regiones B y D. Entre estas regiones se debe realizar una transición consistente, y ésta se garantizó al aplicar la distribución de esfuerzos de la región B a la frontera de la región D. Aunque el MPT también puede ser usado en regiones B, no es conveniente adoptarlo como procedimiento de diseño ordinario en esas regiones.

El modelo de armadura presentado es consistente con el comportamiento del extremo entallado, y conduce a una cantidad mínima de refuerzo de corte. El MPT también permitió definir la cantidad necesaria y correcta distribución del refuerzo a flexión, así como la geometría de los nodos y las longitudes de anclajes. Es de interés mencionar que el refuerzo a flexión de la viga fue anclado mediante ganchos estándar de 180°, y que la selección de un recubrimiento lateral adecuado (mayor de 64 mm) puede mejorar la capacidad de este tipo de anclaje.

6.2 Recomendaciones

El MPT es un procedimiento de diseño emergente, racional y relativamente sencillo, que tiene el potencial de revolucionar la manera en que los ingenieros diseñan las regiones discontinuas en las estructuras de concreto. Para los que se enfrentan por primera vez al uso del MPT, las disposiciones y ejemplos de diseño —contenidos en este documento— pueden ser una guía y una referencia para casos similares. Para aquellos ingenieros con mayor experiencia en diseño estructural, algunos refinamientos en la aplicación del método fueron abordados.

La mayoría de docentes y estudiantes universitarios no están familiarizados con el MPT. Esto representa una oportunidad especial para incorporar la enseñanza de este método en los cursos de concreto estructural de las instituciones de educación superior. También podría promoverse las ventajas del uso del programa CAST en el análisis y diseño con MPT.

El método permite realizar un mejor diseño y detallado de cualquier parte de una estructura de concreto. En futuros trabajos monográficos puede demostrarse la aplicación del MPT al diseño de elementos estructurales de puentes, tales como: cabezal de pilotes, vigas pretensadas, diafragmas de cajas puente, pilas, estribos, etc.

BIBLIOGRAFIA

Adebar, P. & Zhou, Z., 1993. Bearing Strength of Compressive Struts Confined by Plain Concrete. *ACI Structural Journal*, V. 90, No. 5, pp. 534-541.

Alcocer, S., 1998. *Algunas Tendencias del Concreto Estructural*. Monterrey-Mexico, s.n., pp. 3-27.

Andreassen, E. y otros, 2011. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 43(1), pp. 1-16.

Apéndice A del Código ACI 318S-08, s.f. Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-08) y Comentario. En: s.l.:s.n.

Aschheim, M., Moehle, J. & Mahin, S., 1997. Design and Evaluation of Reinforced Concrete Bridges for Seismic Resistance. *Universidad de California en Berkeley*, p. 196.

AWS D1.4, 2005. *Structural Welding Code - Reinforcing Steel*. Miami, Florida: s.n.

Azocar, M. A., 2004. *Modelo Puntal-Tensor Aplicado al Diseño de Hormigón Armado*. Tesis : Universidad Austral de Chile.

Barbachyn, S. & Kurama, Y., 2011. *Analytical Evaluation of Diagonally-Reinforced Concrete Coupling Beams under Lateral Loads*. Notre Dame, IN: Structural Engineering Research Report Series, NDSE-11-01.

Barton, D. L., 1988. *Design of Dapped Beams using the Strut-and-Tie Model*. s.l.:The University of Texas at Austin.

Bergmeister, K., Breen, J. E., Jirsa, J. O. & Kreger, M. E., 1993. *Detailing for Structural Concrete*. Center for Transportation Research: University of Texas at Austin.

Biondini, F., Bontempi, F. & Malerba, P., 1998. *Optimal Strut-and-tie models in reinforced concrete structures*. s.l., s.n., pp. 279-293.

Birrcher, D. B. y otros, 2009. *Strength and Serviceability Design of Reinforced Concrete Deep Beams*. Center for Transportation Research: University of Texas at Austin.

Breen, J. y otros, 1994. NCHRP Report 356. *Transportation Research Board, National Academy Press*.

Brown, M. D. y otros, 2006. *Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Model*. Center for Transportation Research: University of Texas at Austin Texas.

Calavera, J., 1999. *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*. 1 ed. Madrid: INTEMAC.

Carrillo, J. & Alcocer, S., 2010. Evaluación experimental del método de puntales y tensores aplicados a muros de concreto de baja altura. *Ingeniería e Investigación*, 30(1), pp. 11-16.

Carrillo, J. & Alcocer, S., 2012. Seismic performance of concrete walls for housing subjected to shaking table excitations. *Engineering Structures*, Volumen 41, pp. 98-107.

CEB-FIP, 1990. *CEB-FIP MODEL CODE 1990 - DESIGN CODE*. Lausanne, Switzerland: Thomas Telford Services Ltd..

Cervera, M. & Blanco, E., 2001. *Mecánica de Estructuras: Resistencia de Materiales*. 2 ed. Barcelona: Ediciones UPC.

Chantelot, G. & Mathern, A., 2010. *Strut-and-tie modelling of reinforced concrete pile caps*. 2010:51, Tesis de Maestría: Chalmers University of Technology.

Chen, W. & El-Metwally, S., 2011. *Understanding Structural Engineering: From Theory to Practice*. Boca Raton, FL: CRC Press.

Collins, M. P. & Mitchell, D., 1997. *Prestressed Concrete Structures*. Ontario: Response Publications.

COMITÉ ACI 318, 2008. Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-08) y Comentario. En: *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-08) y Comentario*. s.l.:American Concrete Institute, pp. 397-410.

Cook, W. D. & Mitchell, D., 1988. Studies of Disturbed Regions Near Discontinuities in Reinforced Concrete Members. *ACI Structural Journal*, Vol. 85(No. 2), pp. 206-216.

Cortés, G. J., 2010. *Desarrollo de un programa de optimización de forma de componentes mecánicos, mediante optimización topológica adaptativa*. Tesis de Maestría: Universidad Politécnica de Valencia.

Division of Structural Mechanics, L. U., 2008. *ForcePAD*. [En línea] Available at: <http://forcepad.sourceforge.net/index.htm> [Último acceso: 25 Enero 2013].

Englekirk, R. E., 2003. *Seismic Design of Reinforced and Precast Concrete*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.

FIP, 1999. *FIP Recommendations, Practical Design of Structural Concrete*. London: SETO.

Fratelli, M., 1967. *Cálculo Plástico*. Buenos Aires: s.n.

Garrett Tuchscherer, R., 2008. *Strut and Tie Modelling of Reinforced Concrete Deep Beams: Experiments and Design Provisions*. Austin: s.n.

Gruop, T. O., s.f. *Topological Optimization*. [En línea].

Gulec, C., Whittaker, A. & Stojadinovic, B., 2008. Shear strength of squat rectangular reinforced concrete walls. *ACI Structural Journal*, 105(4), pp. 488-497.

Hin Tai To, N., 2005. *Nonlinear Structural Analysis Using Strut-And-Tie Models*. Tesis de Doctorado: Department of Civil and Environmental Engineering, University of Auckland.

Hwang, S., Fang, W., Lee, H. & Yu, H., 2001. Analytical model to predicting shear strength of squat walls. *Journal of Structural Engineering*, Enero, 127(1), pp. 43-50.

Hwang, S. J. & Lee, H. J., 2002. Strength prediction for discontinuity regions by softened strut-and-tie model. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 128(12), pp. 1519-1526.

IABSE, 1991. *Structural Concrete*. Zurich: Informe IABSE.

Ibrahim, H. H. & MacGregor, J. G., 1997. Modification of the ACI Rectangular Stress Block for High-Strength Concrete. *ACI Structural Journal Vol. 94*, pp. 40-48.

Klein, G. J., 2008. Curved-Bar Nodes, A detailing tool for strut-and-tie models. *Concrete International Magazine - ACI*, 01 Septiembre, pp. 42-47.

Kriz, L. & Raths, C., 1965. Connections in Precast Concrete Structures-Strength of Corbels. *Journal of the Prestressed Concrete Institute, Vol. 10, No. 1*, pp. 16-61.

- Lee, H. J., Kuchma, D. A., Baker, W. & Novak, L. C., 2008. Design and Analysis of Heavily Loaded Reinforced Concrete Link Beams for Burj Dubai. *ACI Structural Journal*, Julio-Agosto, 105(43), pp. 451-459.
- Leonhardt, F. & Mönnig, E., 1985. *Estructuras de Hormigón Armado-Tomo I-Bases para el dimensionado del Hormigón Armado*. 1 ed. Buenos Aires: Editorial "El Ateneo".
- Liang, Q. Q., Xie, Y. M. & Steven, G. P., 2000. Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Reinforced Concrete Structures Using an Evolutionary Procedure. *ACI Structural Journal*, Marzo, 97(2), pp. 322-330.
- MacGregor, J., 2002. Derivación de modelos de bielas y tirantes para el Código ACI 2002. En: *Ejemplos para el diseño de Hormigón Estructural usando Modelos de Bielas y Tirantes*. American Concrete Institute: ACI SP 208.
- MacGregor, J. G. & Wight, J. K., 2011. *Reinforced Concrete Mechanics & Design*. s.l.:s.n.
- Marti, P., 1985. Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design. *ACI Journal*, Enero-Febrero, 82(1), pp. 45-56.
- Matamoros, A. B. & Wong, K. H., 2003. Design of Simply Supported Deep Beams Using Strut-and-Tie Models. *ACI Structural Journal*, 100(6), pp. 704-712.
- Mattock, A. H., 2012. Strut-and-Tie Models for Dapped-End Beams. *Concrete International*, Feb..pp. 35-40.
- Mattock, A. H. & Chan, T. C., 1979. Design and Behavior of Dapped-End Beams. *PCI Journal*, Nov.-Dec., Vol. 24(No. 6), pp. 28-44.
- Mattock, A. H. & Theryo, T., 1986. *Strength of Precast Prestressed Concrete Members with Dapped Ends*. Seattle: PCI Research Project No. 6 Report.
- McKenzie, W. M. C., 2004. *Design of Structural Elements*. 1 ed. New York, NY: PALGRAVE MACMILLAN.
- Meléndez, C., 2012. *Modelo Numérico de Elementos Finitos para el Estudio de Regiones D Tridimensionales mediante Modelos de Bielas y Tirantes*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- Mitchell, D., Cook, W. D. & Peng, T., 2010. "Example 14: Importance of Reinforcement Detailing". En: K. Reineck & L. C. Novak, edits. *SP-273 - Further*

Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models. Farmington Hills, Michigan: s.n., pp. 237-252.

Muttoni, A., Schwartz, J. & Türlimann, B., 1996. *Design of concrete structures with stress fields.* Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser.

Naish, D. & Wallace, J. W., 2009. *Reinforced concrete links beams: Alternative details for improved construction.* Universidad de California, Los Angeles: School of Engineering and Applied Science .

Navarrina, F., Muiños, I., Colominas, I. & Casteleiro, M., 2002. *Optimización topológica de estructuras: una formulación de mínimo peso con restricciones en tensión.* Madrid, España, s.n., p. 18.

Nielsen, M. P. & Hoang, L. C., 2011. *Limit Analysis and Concrete Plasticity.* 3 ed. Boca Raton, FL: CRC PRESS.

Nilson, A. H., Darwin, D. & Dolan, C. W., 2010. *Design of Concrete Structures.* 14 ed. New York: McGraw-Hill.

Park, R. & Pauley, T., 1988. *Estructuras de Concreto Reforzado.* 1 ed. Mexico, D.F.: Limusa.

Paulay, T., 1969. *The Coupling of Shear Walls Vol.1.* Christchurch, Nueva Zelanda: Phd. Dissertation, University of Canterbury.

Quan Liang, Q., 2005. *Performance-based Optimization of Structures.* 1 ed. 2 Park Square, Milton Park, Abingdon, Oxon: Spon Press.

Reineck, K., 1991. Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived from a Mechanical Model. *ACI Structural Journal*, pp. 592-602.

Reineck, K., 2002. Modelado del hormigón estructural mediante modelos bielas y tirantes - Discusión de los ejemplos del Apéndice A de ACI 318-02. En: *Ejemplos para el diseño de Hormigón Estructural usando Modelos de Bielas y Tirantes.* American Concrete Institute: ACI SP 208.

Rogowsky, D. M. & MacGregor, J. G., 1986. Design of Reinforced Concrete Deep Beams. *Concrete International*, Agosto, Volumen 8, pp. 49-58.

Sanders, D. H., 2002. Example 2: Dapped-End T-beam Supported by an Inverted T-beam. En: K. Reineck, ed. *SP-208 - Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models*. Farmington Hills, Michigan: s.n., pp. 91-103.

Schlaich, J. & Schäfer, K., 1991. Design and Detailing of Structural Concrete using Strut-and-Tie Models. *The Structural Engineer*, 19 Marzo, Vol. 69(No. 6).

Schlaich, J., Schäfer, K. & Jennewein, M., 1987. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *Journal of Prestressed Concrete Institute*, Mayo-Junio, 32(3), pp. 74-150.

Schlaich, J., Schäfer, K. & Jennewein, M., 1987. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *Journal of Prestressed Concrete Institute*, Mayo-Junio, 32(3), pp. 74-150.

Schlaich, J., Schäfer, K. & Jennewein, M., 1988. Discussion of Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *Journal of Prestressed Concrete Institute*, Mayo-Junio, pp. 171-179.

Schlaich, M. & Anagnostou, G., 1990. Stress Fields for Nodes of Strut-and-Tie Models. *Journal of Structural Engineering*, Enero, 116(1), pp. 13-23.

Schmit, L., 1960. *Structural Design by Systematic Synthesis*. New York, ASCE, pp. 105-132.

Sigmund, O., 1997. On the design of compliant mechanisms using topology optimization. *Mechanics of Structures and Machines*, Volumen 25, pp. 495-526.

Sigmund, O., 2009. *Topology Optimization research group*. [En línea] Available at: <http://www.topopt.dtu.dk/?q=node/12> [Último acceso: 25 Enero 2013].

Taranath, B. S., 2010. *Reinforced Concrete Design of Tall Buildings*. Boca Raton, FL: CRC Press, Taylor & Francis.

Tjhin, T., 2002. *Strut-and-Tie Resource Web Site*. [En línea] Available at: <http://dankuchma.com/stm/STM/> [Último acceso: 15 Noviembre 2011].

Tjhin, T. N. & Kuchma, D. A., 2002. "Example 1b: Alternative design for the non-slender beam (deep beam)". En: K. Reineck, ed. *SP-208 - Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models*. Farmington Hills, Michigan: s.n., pp. 81-90.

Tjhin, T. N. & Kuchma, D. A., 2007. Limit State Assessment of Nodal Zone Capacity in Strut-and-Tie Models. *Journal of Computers and Concrete*, 4(4), pp. 3042-3052.

Uribe, C. M. & Alcocer, S. M., 2008. Monolithic and Cyclic Behavior of Deep Beams Designed Using Strut-and-Tie Models. *ACI Structural Journal*, Mayo-Junio, 105(32), pp. 327-337.

Uribe, M. C. & Alcocer, S. M., 2001. *Comportamiento de Vigas Peraltadas Diseñadas con el Modelo de Puntales y Tensores*. Mexico: Centro Nacional de Prevención de desastres (SEGOB).

Vecchio, F. & Collins, M., 1982. The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses. *Publication No. 82-03 Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, Ontario, Canada*, p. 332.

Wight, J. K. & Parra-Montesinos, G., 2003. Strut-and-Tie Modelos for Deep Beam Design. *Concrete International*, Mayo, 25(5), pp. 63-70.

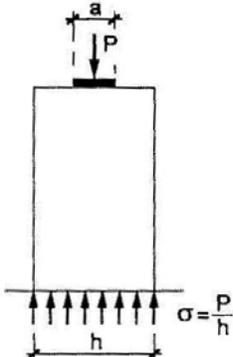
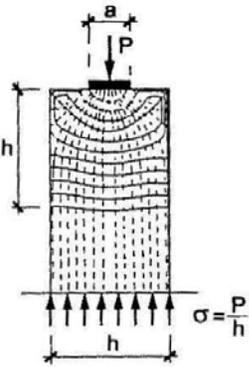
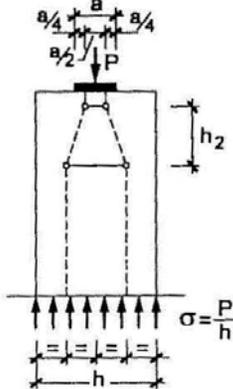
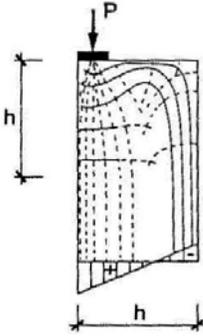
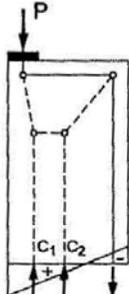
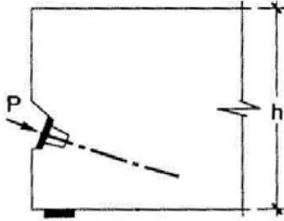
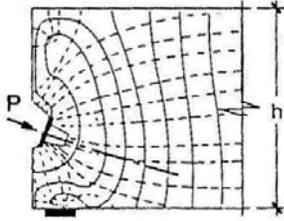
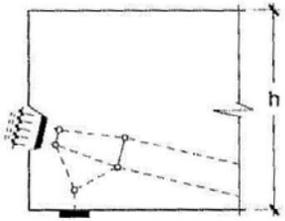
Wight, J. K. & MacGregor, J. G., 2009. *Reinforced Concrete, Mechanics and Design*. 5 ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Yañez, F., Park, R. & Paulay, T., 1989. Strut and Tie Models for Reinforced Concrete Design and Analysis. *Department of Civil Engineering's Publication*, pp. 43-55.

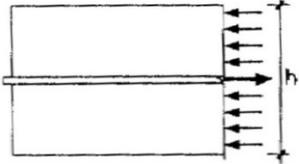
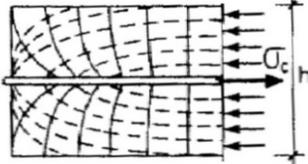
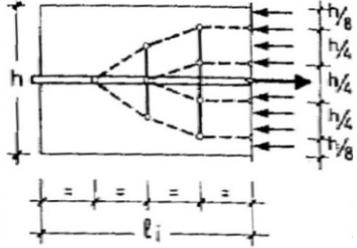
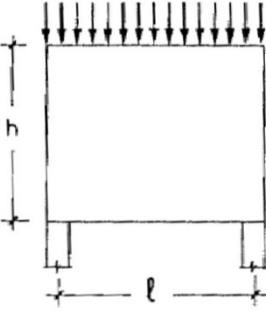
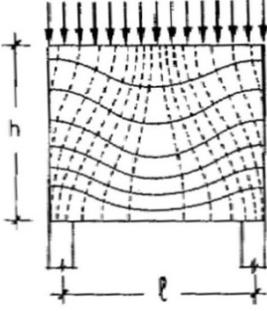
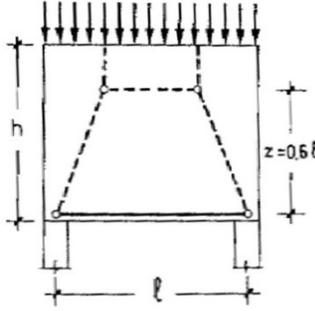
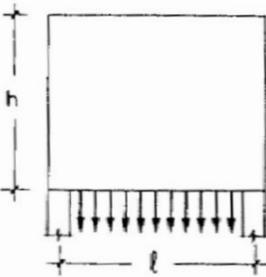
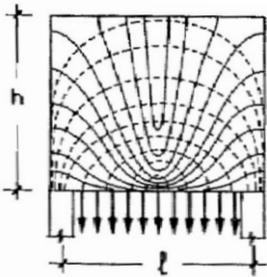
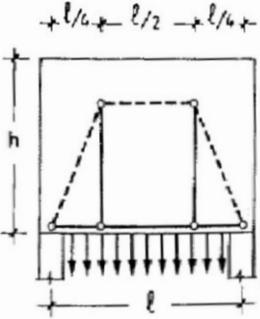
ANEXOS

ANEXO A: Ejemplos para la creación de MPT. Adaptado de (Calavera, 1999).

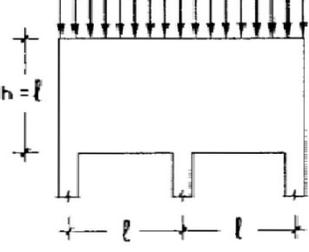
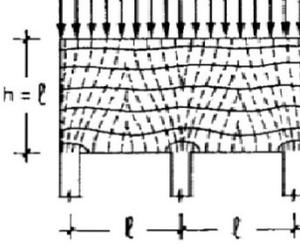
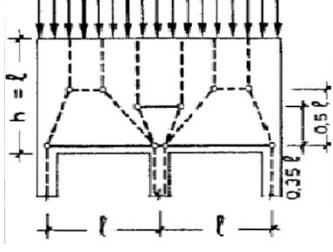
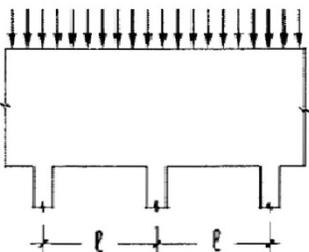
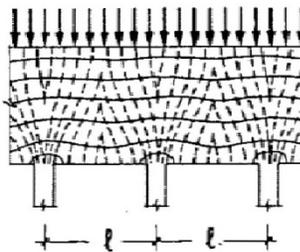
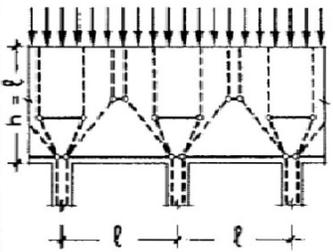
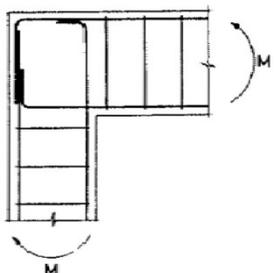
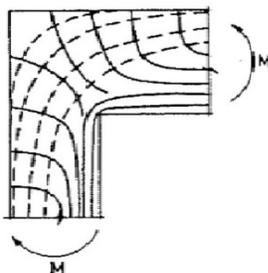
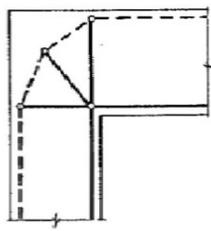
ESQUEMAS DE PUNTALES Y TENSORES PARA DIVERSOS ELEMENTOS

ESQUEMA DE CARGAS	FLUJO DE ESFUERZOS	ESQUEMA DE PUNTALES, TENSORES Y NODOS
<p>1) CARGA LOCALIZADA CENTRADA</p> 		
<p>2) CARGA LOCALIZADA DESCENTRADA</p> 		
<p>3) ANCLAJE DE TENDÓN POSTENSADO</p> 		

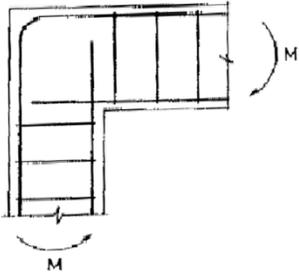
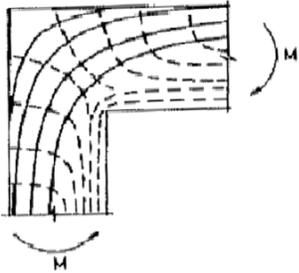
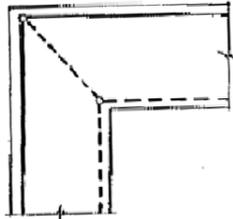
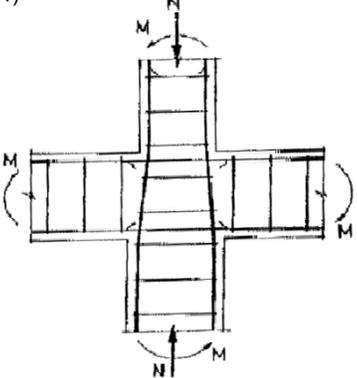
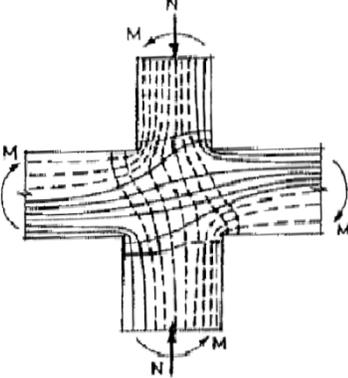
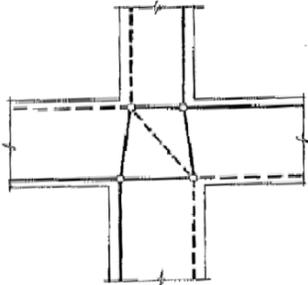
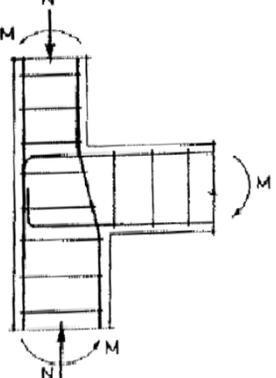
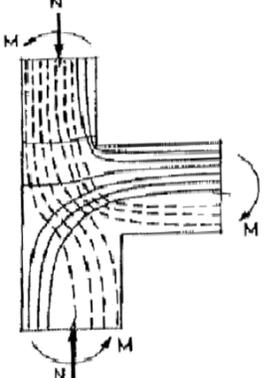
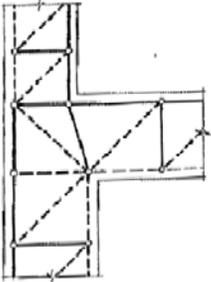
ESQUEMAS DE PUNTALES Y TENSORES PARA DIVERSOS ELEMENTOS

ESQUEMA DE CARGAS	FLUJO DE ESFUERZOS	ESQUEMA DE PUNTALES, TENSORES Y NODOS
<p>4) ANCLAJES</p> 		
<p>5)</p> 		
<p>6)</p> 		

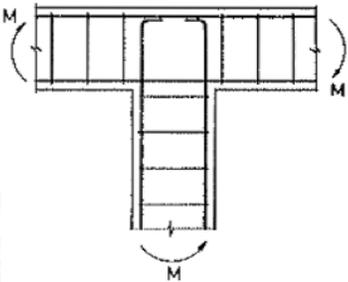
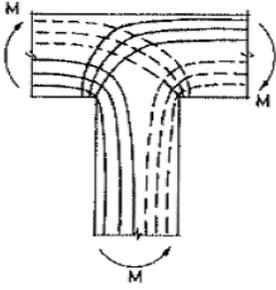
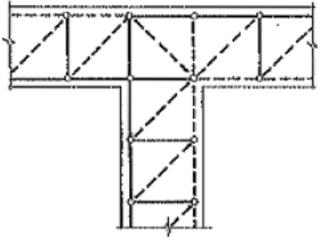
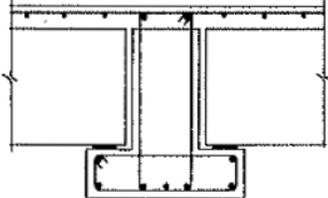
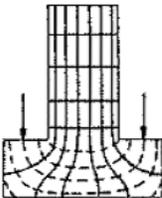
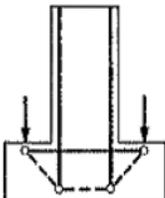
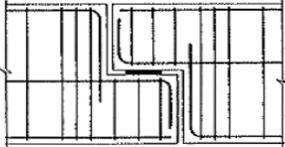
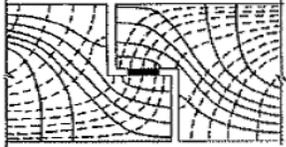
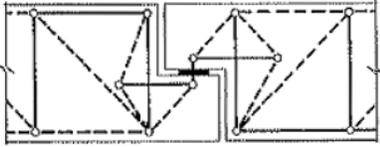
ESQUEMAS DE PUNTALES Y TENSORES PARA DIVERSOS ELEMENTOS

ESQUEMA DE CARGAS	FLUJO DE ESFUERZOS	ESQUEMA DE PUNTALES, TENSORES Y NODOS
<p>7)</p> 		
<p>8)</p> 		
<p>9)</p> 		

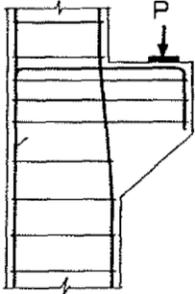
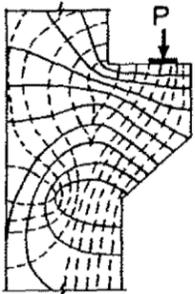
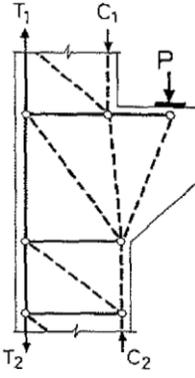
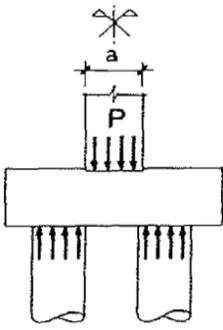
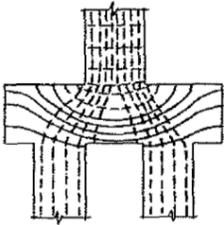
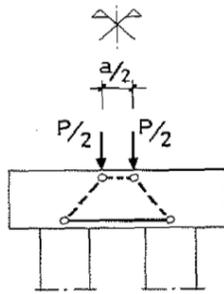
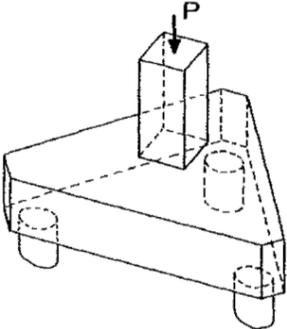
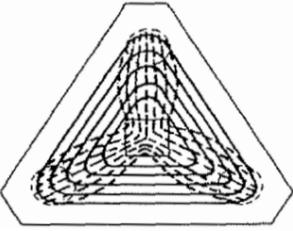
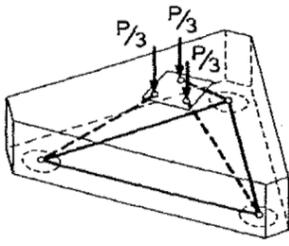
ESQUEMAS DE PUNTALES Y TENSORES PARA DIVERSOS ELEMENTOS

ESQUEMA DE CARGAS	FLUJO DE ESFUERZOS	ESQUEMA DE PUNTALES, TENSORES Y NODOS
10) 		
11) 		
12) 		

ESQUEMAS DE PUNTALES Y TENSORES PARA DIVERSOS ELEMENTOS

ESQUEMA DE CARGAS	FLUJO DE ESFUERZOS	ESQUEMA DE PUNTALES, TENSORES Y NODOS
<p>13)</p> 		
<p>14) VIGA T INVERTIDA</p> 		
<p>15) APOYO A MEDIA MADERA</p> 		

ESQUEMAS DE PUNTALES Y TENSORES PARA DIVERSOS ELEMENTOS

ESQUEMA DE CARGAS	FLUJO DE ESFUERZOS	ESQUEMA DE PUNTALES, TENSORES Y NODOS
<p>16) CARGA PUNTUAL EN MÉNSULA</p> 		
<p>17) ENCEPADO DE DOS PILOTES</p> 		
<p>18) ENCEPADO DE TRES PILOTES</p> 		

ANEXO B: Código en Matlab para Optimización Topológica (Sigmund, 2009)

```

%% AN 88 LINE TOPOLOGY OPTIMIZATION CODE Nov, 2010
function top88(nelx,nely,volfrac,penal,rmin,ft)
%% MATERIAL PROPERTIES
E0 = 1;
Emin = 1e-9;
nu = 0.3;
%% PREPARE FINITE ELEMENT ANALYSIS
A11 = [12 3 -6 -3; 3 12 3 0; -6 3 12 -3; -3 0 -3 12];
A12 = [-6 -3 0 3; -3 -6 -3 -6; 0 -3 -6 3; 3 -6 3 -6];
B11 = [-4 3 -2 9; 3 -4 -9 4; -2 -9 -4 -3; 9 4 -3 -4];
B12 = [ 2 -3 4 -9; -3 2 9 -2; 4 9 2 3; -9 -2 3 2];
KE = 1/(1-nu^2)/24*( [A11 A12;A12' A11]+nu*[B11 B12;B12' B11]);
nodenrs = reshape(1:(1+nelx)*(1+nely),1+nely,1+nelx);
edofVec = reshape(2*nodenrs(1:end-1,1:end-1)+1,nelx*nely,1);
edofMat = repmat(edofVec,1,8)+repmat([0 1 2*nely+[2 3 0 1] -2 -1],nelx*nely,1);
iK = reshape(kron(edofMat,ones(8,1))',64*nelx*nely,1);
jK = reshape(kron(edofMat,ones(1,8))',64*nelx*nely,1);
% DEFINE LOADS AND SUPPORTS (HALF MBB-BEAM)
F = sparse(2,1,-1,2*(nely+1)*(nelx+1),1);
U = zeros(2*(nely+1)*(nelx+1),1);
fixeddofs = union([1:2:2*(nely+1)],[2*(nelx+1)*(nely+1)]);
alldofs = [1:2*(nely+1)*(nelx+1)];
freedofs = setdiff(alldofs,fixeddofs);
%% PREPARE FILTER
iH = ones(nelx*nely*(2*(ceil(rmin)-1)+1)^2,1);
jH = ones(size(iH));
sH = zeros(size(iH));
k = 0;
for i1 = 1:nelx
    for j1 = 1:nely
        e1 = (i1-1)*nely+j1;
        for i2 = max(i1-(ceil(rmin)-1),1):min(i1+(ceil(rmin)-1),nelx)
            for j2 = max(j1-(ceil(rmin)-1),1):min(j1+(ceil(rmin)-1),nely)
                e2 = (i2-1)*nely+j2;
                k = k+1;
                iH(k) = e1;
                jH(k) = e2;
                sH(k) = max(0,rmin-sqrt((i1-i2)^2+(j1-j2)^2));
            end
        end
    end
end

```

```
end
end
H = sparse(iH,jH,sH);
Hs = sum(H,2);
%% INITIALIZE ITERATION
x = repmat(volfrac,nely,nelx);
xPhys = x;
loop = 0;
change = 1;
%% START ITERATION
while change > 0.01
    loop = loop + 1;
    %% FE-ANALYSIS
    sK = reshape(KE(:)*(Emin+xPhys(:)'.^penal*(E0-Emin)),64*nelx*nely,1);
    K = sparse(iK,jK,sK); K = (K+K')/2;
    U(freedofs) = K(freedofs,freedofs)\F(freedofs);
    %% OBJECTIVE FUNCTION AND SENSITIVITY ANALYSIS
    ce = reshape(sum((U(edofMat)*KE).*U(edofMat)),2),nely,nelx);
    c = sum(sum((Emin+xPhys.^penal*(E0-Emin)).*ce));
    dc = -penal*(E0-Emin)*xPhys.^(penal-1).*ce;
    dv = ones(nely,nelx);
    %% FILTERING/MODIFICATION OF SENSITIVITIES
    if ft == 1
        dc(:) = H*(x(:).*dc(:))./Hs./max(1e-3,x(:));
    elseif ft == 2
        dc(:) = H*(dc(:))./Hs;
        dv(:) = H*(dv(:))./Hs;
    end
    %% OPTIMALITY CRITERIA UPDATE OF DESIGN VARIABLES AND PHYSICAL
    DENSITIES
    l1 = 0; l2 = 1e9; move = 0.2;
    while (l2-l1)/(l1+l2) > 1e-3
        lmid = 0.5*(l2+l1);
        xnew = max(0,max(x-move,min(1,min(x+move,x.*sqrt(-dc./dv/lmid)))));
        if ft == 1
            xPhys = xnew;
        elseif ft == 2
            xPhys(:) = (H*xnew(:))./Hs;
        end
        if sum(xPhys(:)) > volfrac*nelx*nely, l1 = lmid; else l2 = lmid; end
    end
    change = max(abs(xnew(:)-x(:)));
    x = xnew;
    %% PRINT RESULTS
```

```
fprintf(' It.:%5i Obj.:%11.4f Vol.:%7.3f ch.:%7.3f\n',loop,c, ...
        mean(xPhys(:)),change);
%% PLOT DENSITIES
colormap(gray); imagesc(1-xPhys); caxis([0 1]); axis equal; axis off;
drawnow;
end
```

This Matlab code was written by E. Andreassen, A. Clausen, M. Schevenels, B. S. Lazarov and O. Sigmund, Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby, Denmark.

Please sent your comments to: sigmund@fam.dtu.dk

The code is intended for educational purposes and theoretical details are discussed in the paper

"Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code,

E. Andreassen, A. Clausen, M. Schevenels,

B. S. Lazarov and O. Sigmund, Struct Multidisc Optim, 2010

This version is based on earlier 99-line code

by Ole Sigmund (2001), Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol 21, pp. 120--127.

The code as well as a postscript version of the paper can be downloaded from the web-site: <http://www.topopt.dtu.dk>

Disclaimer:

The authors reserves all rights but do not guaranty that the code is free from errors. Furthermore, we shall not be liable in any event caused by the use of the program.

ANEXO C: Diseño de soldadura del refuerzo principal de la ménsula simple.

El esfuerzo de fluencia del angular estructural es de 248 MPa. El electrodo a usar en la soldadura será E80, cuyo esfuerzo de tensión último es de 550 MPa. Se considera acero de refuerzo ASTM A706M.

Revisión del Carbono Equivalente de las barras de refuerzo

La soldabilidad del acero de refuerzo está basada en su composición química o equivalente de carbono (C.E.). El código (AWS D1.4) establece un precalentamiento y temperaturas de entrapado para un rango de equivalentes de carbono y tamaños de barra. El análisis químico requerido para calcular el equivalente de carbono, para barras diferentes a las ASTM A706M, no es suministrado rutinariamente por el productor de las barras de refuerzo. Por lo tanto, para la soldadura de barras de refuerzo diferentes a las ASTM A706M, los planos de construcción o las especificaciones de proyecto deben requerir específicamente que se suministren los resultados del análisis químico.

La norma ASTM A706M cubre barras de refuerzo de acero de baja aleación, las cuales pueden ser usadas para aplicaciones que requieren propiedades controladas de tensión o soldabilidad. La soldabilidad es lograda en la norma ASTM A706M, limitando o controlando la composición química o el equivalente de carbono. El porcentaje equivalente de carbono de las barras de refuerzo debe ser calculado como sigue:

- a. Para todas las barras, excepto las cubiertas por ASTM A706M, el porcentaje equivalente de carbono se debe calcular con la fórmula siguiente:

$$\text{C.E.} = \%C + \%Mn/6 \quad (\text{Ec. C-1})$$

- b. Para las barras cubiertas por ASTM A706M, el equivalente de carbono se debe calcular como:

$$\text{C.E.} = \%C + \%Mn/6 + \%Cu/40 + \%Ni/20 + \%Cr/10 - \%Mo/50 - \%V/10 \quad (\text{Ec. C-2})$$

Generalmente, los tres últimos elementos (Cromo, Molibdeno y Vanadio) no son incluidos en el reporte del fabricante, debido a que se presentan en pequeñas cantidades (menos de un 0.05%). Por tanto, la (Ec. C-2) puede ser reescrita de la forma siguiente:

$$\text{C.E.} = \%C + \%Mn/6 + \%Cu/40 + \%Ni/20 \quad (\text{Ec. C-2a})$$

Para garantizar una buena soldabilidad del acero de refuerzo, el porcentaje equivalente de carbono no debe ser superior al 0.55%.

Con frecuencia, es necesario soldar barras de refuerzo existentes en una estructura, de las cuales no se dispone de informes de ensayos de siderurgia. Esta situación es particularmente común en la modificación o ampliación de edificios. En (AWS D1.4) se establece para tales barras que el análisis químico puede ser realizado en barras representativas. Si la composición química no es conocida ni puede ser obtenida, la sección 1.3.4.3 del código (AWS D1.4) establece un precalentamiento mínimo. Para barras diferentes a las cubiertas por ASTM A706M, el precalentamiento mínimo requerido es 150°C para barras No. 19 o menores, y 260°C para barras No. 22 o mayores. El precalentamiento requerido para todos los tamaños de barras cubiertas por ASTM A706M es la temperatura dada en la tabla 5.2 del (AWS D1.4), correspondiente al mínimo precalentamiento para el rango de C.E. “sobre 0.45 a 0.55% incluido”.

Al diseñar la soldadura de una barra también se pueden tomar en cuenta algunas precauciones adicionales, basadas en otras consideraciones, tales como: el nivel de esfuerzo en las barras, consecuencias de la falla y daño por calor en el concreto existente debido a las operaciones de soldadura.

Debido a que no se dispone del análisis químico del refuerzo principal de la ménsula simple, se deberá revisar la tabla 5.2 del (AWS D1.4) para obtener el

precalentamiento mínimo. Según la tabla, para el rango de carbono equivalente “sobre 0.45 a 0.55% incluido” y un tamaño de refuerzo de hasta No. 19, no se requiere un precalentamiento mínimo. Sin embargo, cuando el metal base está por debajo de 0°C, éste deberá ser precalentado por lo menos 20°C, debiendo mantener esta temperatura mínima durante la soldadura. De este modo, se logrará una soldabilidad satisfactoria de las barras de refuerzo.

Determinar la resistencia de diseño de la soldadura

El esfuerzo máximo del refuerzo usado para el diseño (de acuerdo con el ACI 318) es la resistencia a la fluencia (f_y). Para asegurar la suficiente resistencia en la unión soldada, de manera que se pueda producir la fluencia en el elemento y evitar así una falla frágil, debe seleccionarse un 25 por ciento de incremento sobre la resistencia a la fluencia tanto como un valor mínimo por seguridad como un valor máximo por economía. Es decir, la resistencia de una unión soldada debe ser al menos 1.25 veces la fuerza de fluencia especificada de las barras. Con este requisito se tiene pensado lograr una soldadura apropiada del acero de refuerzo.

La resistencia de la unión soldada debe ser igual o mayor que:

$$T_n = 1.25 A_b f_y \quad (\text{Ec. C-3})$$

$$T_n = 1.25 \times \frac{(129 \text{ mm}^2)(414 \text{ MPa})}{1000}$$

$$T_n = 66.76 \text{ kN}$$

La Figura C.1 muestra los tipos de soldadura más utilizadas en uniones T con barras de refuerzo principal.

Se utilizará una soldadura de filete externa. El tamaño de la pierna de la soldadura será tomado como 5/8 del diámetro del refuerzo. La longitud efectiva de una soldadura de filete curva debe ser medida a lo largo del eje de soldadura, trazado por la línea que biseca el área de la garganta.

El tamaño de la pierna de la soldadura es igual a $5/8 (12.7) = 7.94 \text{ mm}$ ($\sim 8 \text{ mm}$).
El espesor efectivo de la garganta es:

$$t_w = \frac{w}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5.66 \text{ mm}$$

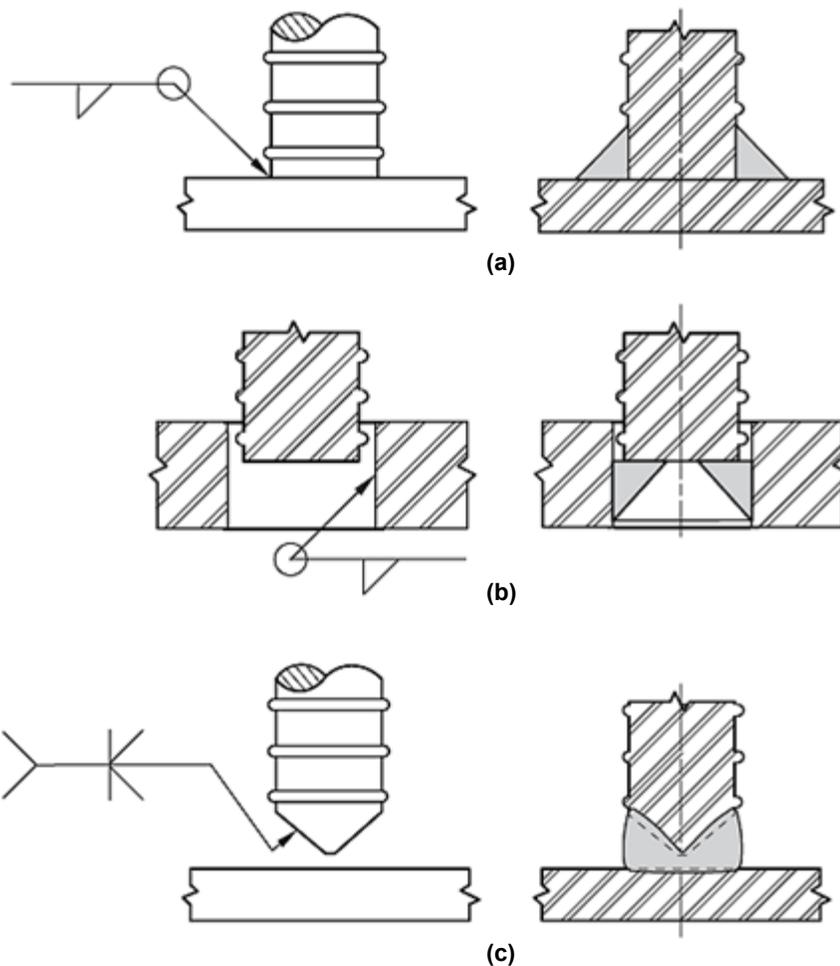


Figura C.1 Tipos de soldadura más comunes en uniones T con barras de refuerzo. a) Soldadura de Filete externa, b) Soldadura de Filete interna, c) Soldadura de Ranura - Penetración completa de la unión. Adaptado de (AWS D1.4, 2005).

La longitud efectiva de la soldadura de filete curva es:

$$l_w = \pi \left(d_b + \frac{w}{2} \right) = \pi \left(12.7 + \frac{8}{2} \right) = 52.46 \text{ mm}$$

La resistencia de diseño de una soldadura de filete se basa en el cortante sobre la garganta efectiva, su límite está dado por:

$$\Phi R_n = \Phi (0.6 F_{EXX}) t_w l_w \quad (\text{Ec. C-4})$$

Al sustituir valores, se obtiene:

$$\Phi R_n = \frac{0.75 (0.6 \times 550 \text{ MPa}) \times 5.66 \text{ mm} \times 52.46 \text{ mm}}{1000} = 73.49 \text{ kN} > 66.76 \text{ O.K.}$$

Revisión a cortante del Angular Base

El espesor mínimo del angular puede ser tomado como la mitad del diámetro de la barra de refuerzo. El espesor mínimo del angular es:

$$t_{pl, \text{mín.}} = \frac{d_b}{2} = \frac{12.7}{2} = 6.35 \text{ mm} < 9.5 \text{ mm O.K.}$$

La resistencia de diseño a la fluencia en cortante del angular está dada por:

$$\Phi V_n = \Phi (0.6 F_y) A_{BM} \quad (\text{Ec. C-5})$$

El área de la sección transversal del metal base adyacente es igual a:

$$A_{BM} = \pi (d_b + 2 w) t_{pl} = \pi [12.7 + 2 (8)] \times 9.5 = 856.56 \text{ mm}^2$$

$$\Phi V_n = \frac{0.90 (0.6 \times 248 \text{ MPa}) \times 856.56 \text{ mm}^2}{1000} = 114.71 \text{ kN} > 66.76 \text{ O.K.}$$

Por tanto, el diseño de la soldadura es satisfactorio. Las barras de refuerzo principal pueden desarrollar la resistencia especificada a la fluencia.